

راهکارهای پیشگیری و اصلاح بدفهمی‌های ریاضی (یک مطالعه کیفی)

ساره حق خواه^۱، آذر داودی^۲

پذیرش: ۹۹/۹/۱۸

دریافت: ۹۹/۹/۵

چکیده

بدفهمی، بخشی از فرآیند یادگیری دانش‌آموزان است که تصادفی یا ناشی از بی‌دقتی نبوده و دارای ساختارهای شناختی محکمی است که معمولاً به راحتی اصلاح نمی‌شوند و موجب بروز خطاهای نظام‌مند می‌گردند. هدف پژوهش حاضر، بیان راهکارهایی جهت پیشگیری و اصلاح بدفهمی‌های ریاضی است که با روش تحلیل مضمون ادبیات، پیشینه و نتایج پژوهش انجام شده است. جامعه آماری این پژوهش کلیه تحقیقات انجام شده در رابطه با بدفهمی‌های ریاضی در کشورمان می‌باشد. نمونه‌گیری بر اساس اشباع نظری و به صورت هدفمند انجام گردید. معیار انتخاب مقالات، اولویت آن‌ها با توجه به در دسترس بودن متن کامل مقالات به روز و نگاشته شده توسط متخصصین آموزش ریاضی می‌باشد که با جستجوی کلمات کلیدی در این زمینه از جمله: بدفهمی‌های ریاضی، کج‌فهمی‌های ریاضی و اشتباهات مفهومی ریاضی، در موتور جستجوگر گوگل جمع‌آوری گردید. به این ترتیب تعداد ۴۹ مقاله انتخاب شد. علاوه بر این، دو طرح پژوهشی و دو کتاب نیز به دلیل اینکه از منابع اصلی و پرارجاع در اکثر پژوهش‌های حوزه‌ی آموزش ریاضی بودند، به عنوان نمونه مورد بررسی قرار گرفتند. با واکاوی این پژوهش‌ها، راهکارهای مختلف ارائه شده در آن‌ها به صورت ۱۶۸ مضمون پایه، استخراج و سپس در ۱۹ مضمون کلی دسته‌بندی گردید. در نهایت مضامین کلی حاصل، در سه مقوله‌ی دانش، روش و نگرش، سازمان‌دهی شده و مورد بررسی قرار گرفتند. با گردآوری این راهکارها، یک مجموعه مختصر، به خصوص برای استفاده نومعلم‌ان در حوزه‌ی ریاضی، ارائه شده که در جهت رفع بدفهمی‌ها و در نتیجه بهبود یادگیری ریاضی دانش‌آموزان مفید و مؤثر خواهد بود.

کلید واژه‌ها: ریاضی، بدفهمی، راهکارهای پیشگیری و اصلاح.

^۱ استادیار گروه علوم پایه دانشگاه فرهنگیان، تهران، ایران، نویسنده مسئول، sareh_haghkhal@yahoo.com

^۲ استادیار گروه علوم تربیتی دانشگاه فرهنگیان، تهران، ایران.

مقدمه

ریاضیات و کاربرد آن، بخشی از زندگی روزانه و در جهت حل مشکلات زندگی در حوزه‌های مختلف به‌شمار می‌آید که دارای کاربردهای وسیع در فعالیت‌های متفاوت انسانی است. ریاضیات، موجب تربیت افرادی خواهد شد که در برخورد با مسائل بتوانند منطقی استدلال کنند، قدرت تجزیه و انتزاع داشته باشند و درباره پدیده‌ی پیرامونی تئوری‌های جامع بسازند (غلام آزاد، ۱۳۹۳). از طرفی بروز خطا ضمن یادگیری امری طبیعی است، اما گاهی این خطاها در ریاضیات به مراتب بیشتر و عمیق‌تر از سایر دروس رخ می‌دهند و علت آن در قابلیت بد فهمیده شدن مفاهیم ریاضی به لحاظ ماهیتی (مجرد بودن مفاهیم در عین کاربردی بودن مسائل، تسلسل مفهومی و پیش نیاز داشتن مطالب) با روش آموزشی و ... می‌باشد. بدفهمی‌ها باعث اشتباهات نظام‌مند و بعضاً مستدلی می‌شوند که عمدتاً ناشی از تفسیرهای ذهنی نادرست دانش‌آموزان ضمن یادگیری می‌باشند و با درک متخصصان متفاوتند (زهره‌وند و همکاران، ۱۳۹۵).

خطاهای نظام‌مند تحت عنوان بدفهمی شناخته می‌شوند. بدفهمی به معنای یک ایده یا نظر اشتباه است که از درک نادرست چیزی نتیجه‌گیری شده باشد (انکارتا، ۲۰۰۹). به دلیل اثرات منفی بدفهمی در یادگیری ریاضی، این مسأله مهم باید بیشتر مورد عنایت معلمان قرار گیرد تا بتوان به پیامدهای مفیدتری در آموزش این درس پایه دست یافت. آگاهی از مفاهیم درک شده و بدفهمی‌های دانش‌آموزان از عناصر اساسی دانش‌پداگژیکی محتواسست. این آگاهی، معلم را در فرایند طراحی آموزشی و اجرای آن یاری می‌دهد و معلمان می‌توانند برای جلوگیری از بروز بدفهمی‌ها، یا اصلاح آن‌ها آمادگی لازم را در خود ایجاد نمایند (بخشعلی‌زاده، ۱۳۹۲).

از طرف دیگر دانش‌آموزان دانش‌پیشین خود از مفاهیم ریاضی را با خود به کلاس درس می‌آورند. برخی از روابطی که بین مفاهیم ایجاد می‌شوند ممکن است در بافت و زمینه‌ای خاص نادرست یا نامناسب باشند. با توجه به این که این روابط در شبکه‌ای از مفاهیم مرتبط جای می‌گیرند، بدفهمی‌ها به شکل مستقل وجود ندارند و وابسته به چارچوب و شبکه مفهومی موجود در ذهن می‌باشند. بنابراین، تدریس مجدد به شیوه اطلاع‌رسانی (سخنرانی) در این راستا کارآمد نمی‌باشد و با تغییر و اصلاح این چارچوب، بدفهمی‌ها ممکن است اصلاح شوند. در این حالت، تغییر ساخت شناختی و چارچوب‌های مفهومی برای اصلاح و رفع بدفهمی‌ها از اهداف اصلی محسوب می‌شود و بدفهمی‌ها باید از درون از طریق سیستم شناختی و سیستم باورهای فرد اصلاح شوند (همان منبع).

تاکنون پژوهش‌های متعددی درخصوص بدفهمی‌های ریاضی انجام گرفته است. برخی از پژوهش‌ها به معرفی بدفهمی‌های ریاضی در پایه‌های مختلف تحصیلی و یا مباحث به‌خصوصی در ریاضیات پرداخته‌اند که به‌عنوان نمونه می‌توان به پژوهش‌های زیر اشاره کرد: رحیمی و آروین (۱۳۹۶)، بدفهمی‌های متداول دانش‌آموزان در ریاضیات دوره ابتدایی؛ بخشعلی‌زاده و بروجردیان (۱۳۹۶)، در حوزه محتوایی هندسه و اندازه‌گیری؛ قیطاسی سلوکلو و همکاران (۱۳۹۵)، بدفهمی‌های محیط و مساحت در پایه‌ی سوم ابتدایی؛ امینی‌فر و همکاران (۱۳۹۴)، در زمینه‌ی درک و اشتباهات مفهومی دانش‌آموزان از مفهوم متغیر در جبر مقدماتی؛ دوستی و ریحانی (۱۳۹۴)، شناسایی بدفهمی‌ها، راهبردها و استدلال‌های دانش‌آموزان پایه ششم در حل مسائل کسر؛ ریحانی و همکاران (۱۳۹۴)، بررسی درک و فهم دانش‌آموزان از اعداد منفی و بدفهمی‌های آنان؛ هاشمی (۱۳۹۳)، شناسایی عوامل تاثیرگذار بر بدفهمی‌ها در مشتق؛ شاهورانی و همکاران (۱۳۹۳)، بدفهمی‌های دانش‌آموزان دختر پایه‌های ششم، هفتم و هشتم در ارتباط با مقایسه اعداد اعشاری؛ زعیم‌باشی و همکاران (۱۳۹۲).

در بعضی پژوهش‌ها، ارتباط و تأثیر برخی عوامل بر بدفهمی‌های ریاضی بررسی شده است. کریم‌زاده و عباس‌لو (۱۳۹۶)، به نقش معلمان در اصلاح بدفهمی‌های ریاضی دانش‌آموزان پرداخته است. قربانی (۱۳۹۵)، در تحقیق خود، نقش پویانمایی در کاهش اشتباهات مفهومی دانش‌آموزان در بحث زوایای مثلثاتی را بررسی نموده است. دافعی و داداشیان ابهری (۱۳۹۵)، به خطاهای فرآیندی دانش‌آموزان در ریاضی و راهکارهایی برای مقابله با آن پرداخته و گویا و حسام (۱۳۸۶)، طرحواره‌های ذهنی را توجیه‌گر بدفهمی‌های ریاضی دانش‌آموزان می‌داند.

پژوهش‌هایی نیز هستند که راهبرد خاصی را جهت جلوگیری از بروز بدفهمی ارائه داده‌اند. از جمله: محمدزاده، (۱۳۹۷) یک دست‌سازه ریاضی با هدف پیشگیری و اصلاح بدفهمی‌های دانش‌آموزان در ارتباط با مفهوم رادیکان معرفی نموده است. ابراهیمی صدرآبادی و محمدنیا (۱۳۹۷)، یک روش فعال تدریس برای کاهش بدفهمی‌های هندسی پایه هشتم ارائه کرده‌اند. نوروزی و همکاران (۱۳۹۶)، اصلاح برخی بدفهمی‌های دانشی و باوری دانش‌آموزان پایه سوم ابتدایی را بر مبنای چهارچوب‌های حل مساله شونفلد و گانیه بررسی نموده‌اند. احمدی و همکاران (۱۳۹۷)، نیز به بررسی تأثیر آموزش مبتنی بر گفت‌وگو ریاضی بر توانایی عملکرد ریاضی دانش‌آموزان پایه چهارم ابتدایی پرداخته‌اند. مرادی و پورعظیمیا (۱۳۹۵)، دست‌سازه‌هایی با هدف پیشگیری و اصلاح بدفهمی‌های دانش‌آموزان در ارتباط با اعداد اعشاری معرفی کرده‌اند. بهزادی (۱۳۹۴)، یک روش آموزشی برای بهبود سوء برداشت‌های مفاهیم هندسی ارائه نموده است.

نتایج این پژوهش‌ها می‌تواند در جهت جلوگیری و رفع بدفهمی‌ها مفید واقع شوند. اما تحلیل و واکاوی این پژوهش‌ها و گردآوری راهکارهای ارائه شده در رفع بدفهمی‌های ریاضی به صورت یک مجموعه مختصر و مدون، به خصوص جهت استفاده نومعلم، امری ضروری به نظر می‌رسد. چرا که با توجه به تأثیری که اصلاح و پیشگیری بدفهمی‌های ریاضی در بهبود یادگیری و پیشرفت ریاضی دانش‌آموزان دارد لازم است که معلمین ریاضی، به خصوص نومعلم، علاوه بر آشنایی با این بدفهمی‌ها، راهکارهای رفع آنها را نیز مطالعه و تجربه نمایند. لذا در این مقاله، با تحلیل موضوعی برخی منابع و پژوهش‌های مرتبط با بدفهمی‌های ریاضی، به بیان راهکارهایی جهت پیشگیری و اصلاح آنها خواهیم پرداخت. این راهکارها می‌تواند در جهت بهبود یادگیری ریاضی دانش‌آموزان کمک شایانی نماید. چرا که وقتی معلمین با ایده‌ها و راهکارهایی جهت رفع بدفهمی‌ها و پیچیدگی‌های آن، آشنا باشند، با ارائه‌ی آموزشی مناسب، دانش‌آموزان را برای ساختن مفاهیم به شکلی صحیح به چالش می‌کشند. این امر موجب می‌شود تا احتمال شکل‌گیری بدفهمی‌های ریاضی در دانش‌آموزان کاهش یابد. لذا هدف اصلی این پژوهش، بیان راهکارهایی جهت پیشگیری و اصلاح بدفهمی‌های ریاضی می‌باشد. بر این مبنای پژوهش حاضر پاسخگوی این سؤال اساسی است: چه راهکارهایی برای پیشگیری و اصلاح بدفهمی‌های ریاضی وجود دارد؟

روش پژوهش

تحقیق حاضر، نتیجه‌ی یک مطالعه کیفی با روش تحلیل مضمون ادبیات، پیشینه و نتایج پژوهش می‌باشد که به منظور بیان راهکارهایی جهت پیشگیری و اصلاح بدفهمی‌های ریاضی با واکاوی پژوهش‌هایی در این زمینه، مورد توجه قرار گرفته است. جامعه‌ی مورد مطالعه این تحقیق، تمام پژوهش‌های انجام شده در رابطه با بدفهمی‌های ریاضی در کشورمان می‌باشد. نمونه‌گیری بر اساس اشباع نظری و به صورت هدفمند انجام گردید. معیار انتخاب مقالات، اولویت آن‌ها با توجه به در دسترس بودن متن کامل مقالات به روز و نگاشته شده توسط متخصصین آموزش ریاضی (زهره گویا، ابراهیم ریحانی، شهرناز بخشعلی‌زاده، سهیلا غلام‌آزاد، ملیحه دوستی و ...) می‌باشد که با جستجوی کلمات کلیدی در این زمینه از جمله: بدفهمی‌های ریاضی، کج‌فهمی‌های ریاضی و اشتباهات مفهومی ریاضی، در موتور جستجوگر گوگل جمع‌آوری گردید. به این ترتیب تعداد ۴۹ مقاله انتخاب شد. علاوه بر این، دو طرح پژوهشی (بخشعلی‌زاده، ۱۳۹۲ و ریحانی، ۱۳۹۵) و دو کتاب (باتل، ۱۳۸۹ و علم‌الهدایی، ۱۳۹۵) نیز به دلیل اینکه از منابع اصلی و پرارجاع در اکثر پژوهش‌های حوزه‌ی آموزش ریاضی بودند، به عنوان نمونه مورد بررسی قرار گرفتند.

برای تجزیه و تحلیل داده‌ها از روش تحلیل مضمون استفاده گردید که روشی برای شناخت، تحلیل و گزارش الگوهای موجود در داده‌های کیفی است. در این روش بر اساس دیدگاه براون^۱ و کلارک^۲ (۲۰۰۶) از ابزار شبکه‌ی مضامین استفاده گردیده است. بر این اساس، مضامین به سه دسته: ۱- مضامین پایه (کدها و نکات کلیدی متن) ۲- مضامین کلی (مضامین به دست آمده از ترکیب و تلخیص مضامین

^۱ Braun

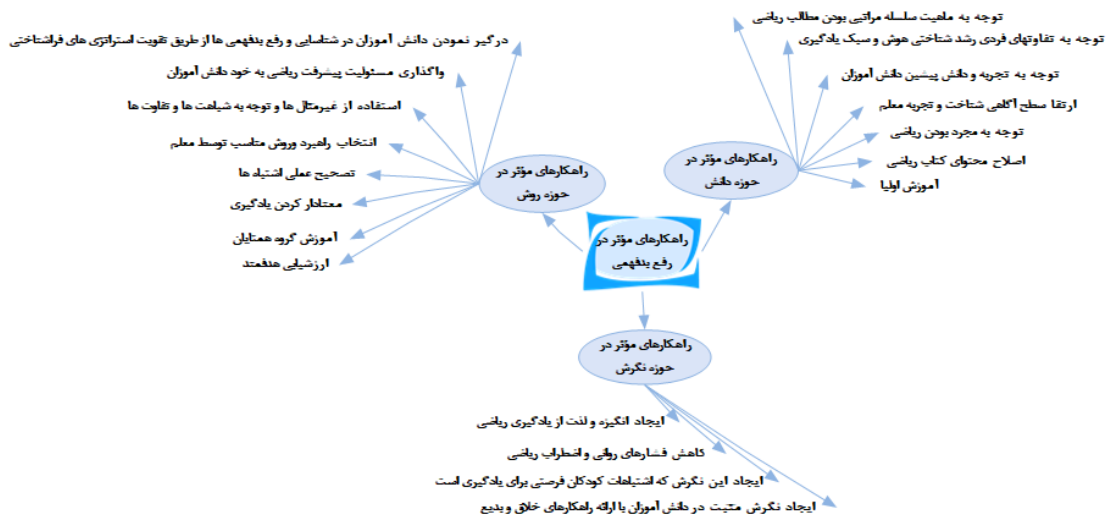
^۲ Clarke

پایه، ۳- مقولات (مضامین عالی دربرگیرنده‌ی اصول حاکم بر متن به مثابه‌ی کل) طبقه‌بندی گردید. سپس این مضامین به صورت نقشه شبکه‌ای، رسم و روابط میان آن‌ها مشخص شد.

کدگذاری به این صورت انجام پذیرفت که در مورد دو طرح پژوهشی و دو کتاب گزینش شده، مباحث مربوط به بدفهمی‌ها و در مورد مقالات، متن آن‌ها بررسی و تمام مفاهیمی که بیانگر راهکارهایی در جهت پیشگیری و اصلاح بدفهمی‌ها بودند، به‌عنوان مضامین پایه، استخراج گردید. بررسی مقالات تا اشباع نظری داده‌ها (تا زمانیکه، کد جدیدی استخراج نگردد) ادامه یافت. پس از کدگذاری باز (شامل استخراج مفاهیم و جملات، تشکیل مقولات و طبقات اولیه) از کدگذاری محوری (شامل طبقه‌بندی داده‌ها، مشخص نمودن زیر طبقات) و کدگذاری انتخابی (شامل تشکیل مقولات اصلی و نهایی از مقولات ایجاد شده توسط کدگذاری محوری) نیز استفاده گردید.

یافته‌های پژوهش

با واکاوی پژوهش‌های برگزیده به‌عنوان نمونه در این مطالعه، راهکارهای مختلف ارائه شده در آن‌ها در زمینه‌ی پیشگیری و اصلاح بدفهمی‌ها، به‌صورت ۱۶۸ مضمون پایه استخراج و سپس در ۱۹ مضمون کلی دسته‌بندی شدند. در نهایت مضامین کلی حاصل، مطابق شبکه زیر، در سه مقوله‌ی دانش، روش و نگرش، سازمان‌دهی شده و مورد بررسی قرار گرفتند. توجه به این نکته ضروری است که تمام راهکارهای ارائه شده، هم در زمینه‌ی پیشگیری و هم در زمینه‌ی اصلاح بدفهمی‌های ریاضی مؤثر می‌باشند.



نمودار ۱. شبکه مضامین راهکارهای پیشگیری و اصلاح بدفهمی‌های ریاضی

بحث

امروزه آموزش ریاضی در بسیاری از کشورها از اهمیت خاصی برخوردار است. آنچه که جوامع از آموزش ریاضی انتظار دارند، از یک طرف فراهم آوردن یک سطح قابل قبول از سواد ریاضی برای تمام دانش‌آموزان است، به‌طوری که آنها را قادر سازد در زمان مقتضی، به دانش ریاضی و در صورت نیاز، به تفکر در دنیای واقعی مجهز شوند و از طرف دیگر، این سواد ریاضی، نیروی کار مورد نیاز و واجد شرایط را برای جامعه فراهم آورد (آرتیک^۱ و کیل پاتریک^۲، ۱۳۸۹).

^۱ Artigue

^۲ Kilpatrick

هرجا آموزش و یادگیری در میان باشد، امکان فراگیری ناقص و نارسای برخی از مطالب و مفاهیم مورد آموزش وجود دارد، بنابراین، بدفهمی‌ها و ناتوانی‌های ناشی از آن‌ها اتفاق می‌افتد. بدفهمی، بخشی از فرآیند یادگیری دانش-آموزان است که تصادفی یا ناشی از بی‌دقتی نبوده و دارای ساختارهای شناختی محکمی است که معمولاً به راحتی اصلاح نمی‌شوند و موجب بروز خطاهای نظام‌مند می‌گردند. یکی از وظایف مهم معلمان، شناسایی بدفهمی‌های دانش‌آموزان است. آن‌ها باید، آموخته‌های قبلی دانش‌آموزان را محک بزیند و با استفاده از روش‌های مختلفی مانند مصاحبه، ارائه سؤالات هدف‌دار و بررسی نوع پاسخ‌های نادرست‌شان، به شناسایی بدفهمی‌های ایشان بپردازند. این در حالی است که شناسایی بدفهمی‌ها، کافی نیست و وظیفه‌ی مهم‌تر معلمان، اصلاح نمودن آن‌ها است. برای رسیدن به این هدف، لازم است که معلمان، ابتدا به ریشه‌یابی دلایل بروز بدفهمی‌های دانش‌آموزان بپردازند تا بتوانند با ایجاد راهکارهای مؤثر، این اشتباهات را از بین برده و آن‌ها را اصلاح کنند (بخشعلی‌زاده و بروجردیان، ۱۳۹۶).

با مراجعه به متون مرتبط با آموزش ریاضی در زمینه بدفهمی‌ها، به صورت ضمنی و یا صریح، راهکارهای مختلفی در جهت پیشگیری و اصلاح بدفهمی‌ها بیان شده است. با واکاوی پژوهش‌های برگزیده به‌عنوان نمونه، این راهکارها به صورت ۱۶۸ مضمون پایه استخراج و سپس در ۱۹ مضمون کلی دسته‌بندی گردید. در نهایت مضامین کلی حاصل، در سه مقوله‌ی دانش، روش و نگرش، سازمان‌دهی شده و در ادامه مورد بررسی قرار خواهند گرفت.

راهکارهای مؤثر در حوزه دانش

این حوزه، شامل ۷ مضمون: ۱. توجه به ماهیت سلسله مراتبی بودن مطالب ریاضی ۲. توجه به مجرد بودن ریاضی ۳. توجه به تجربه و دانش پیشین دانش‌آموزان ۴. توجه به تفاوت‌های فردی، رشد شناختی، هوش و سبک یادگیری ۵. ارتقا سطح آگاهی، شناخت و تجربه معلم ۶. آموزش اولیا ۷. اصلاح محتوای کتاب ریاضی، می‌شود که در ادامه به شرح آن‌ها خواهیم پرداخت.

توجه به ماهیت سلسله مراتبی بودن مطالب ریاضی

حسام (۱۳۸۴)، معتقد است که در ریاضی مفاهیم به صورت سلسله مراتبی شکل گرفته و این ویژگی موجب می‌شود تا یادگیری هر مفهوم، به درک و برداشت دانش‌آموز از مفاهیم پیش‌نیاز آن وابسته باشد. آگاهی معلم از این امر به او کمک می‌نماید تا اشتباهات احتمالی دانش‌آموزان و ماهیت این اشتباهات و نحوه تفکر آنها را شناسایی نموده و مورد بررسی قرار دهد.

تسلسل مفاهیم ریاضی اهمیت تسریع در رفع بدفهمی‌ها در مراحل اولیه یادگیری و پیش از نهادینه شدن آنها را بیشتر می‌کند (زهره‌وند، مشهودی، حیدری، ۱۳۹۵).

توجه به مجرد بودن ریاضی

توجه به ماهیت مجرد ریاضی که یکی از مسائل مهم در آموزش ریاضی است. عدم درک جوهر واقعی ریاضیات از جمله چالش‌های موجود در ارائه و فهم علوم ریاضی است که بیشتر از هر زمانی خطر یاس و سرخوردگی در ریاضیات وجود دارد: مگر آنکه محصلان و مدرسان سعی کنند به ماورای فرمول‌ها و محاسبات ریاضی بنگرند و جوهر واقعی ریاضیات را درک کنند. تدریس ریاضیات گاهی به سطح آموزشی بی‌محتوا برای حل مساله تنزیل کرده است، آموزشی

که ممکن است توانایی شخص را در عملیات صوری افزایش دهد ولی او را به فهم واقعی ریاضیات یا استقلال فکری بیشتر رهنمون نمی‌سازد (شعرباف، ۱۳۹۱).

توجه به تجربه و دانش پیشین دانش‌آموزان

بخشعلی‌زاده (۱۳۹۲)، به نقل از الیویر^۱ (۱۹۸۹) بیان می‌کند: آنچه که دانش‌آموز از یک تجربه می‌آموزد بستگی به آن دارد که او چه ایده‌هایی را و با چه کیفیتی می‌تواند در آن تجربه مشاهده کند. این به معنای آن است که یادگیری از یک تجربه شخصی، بستگی به تعبیرها و تفسیرهای دانش‌آموز از آن تجربه دارد. بنابراین توجه به تجربه و دانش پیشین دانش‌آموزان نقش مهمی در جلوگیری و اصلاح بدفهمی‌ها ایفا می‌کند.

توجه به تفاوت‌های فردی، رشد شناختی، هوش و سبک یادگیری

بسیاری از مشکلات یادگیری و آموزشی موجود در یک کلاس ریاضی از آن‌جا ناشی می‌شود که معلمان اغلب با توجه به ترجیحات خود و بدون توجه به تفاوت‌های فردی مخاطبان، تنها برای دسته‌ای از دانش‌آموزان آموزش می‌دهند و جمع زیادی را با نیازهای مختلف‌شان نادیده می‌گیرند. توانایی‌ها، استعدادها، سبک‌های یادگیری، ترجیح‌ها، انگیزش‌ها، دانش قبلی، مؤلفه‌های فرهنگی و خانوادگی و ... در افراد مختلف متفاوت است (علم‌الهدایی ۱۳۹۵). لذا آگاهی مدرسین از تفاوت‌ها در هوش هیجانی و سبک‌های یادگیری و ... می‌تواند راهگشای آن‌ها در ارتقای کیفیت آموزش باشد و فرآیند یادگیری را پویا نگه دارد (کلانتری، ۱۳۹۴).

ارتقا سطح آگاهی، شناخت و تجربه معلم

مرتاضی مهربانی (۱۳۹۴)، اذعان می‌دارد که لازم است معلمان هنگام طراحی تدریس و اجرای آن، از چگونگی درک مفهوم‌ها و بدفهمی‌های ریاضی دانش‌آموزان درباره‌ی موضوعات ریاضی آگاه باشند. مثلاً دانستن الگوریتم تفریق، اگرچه برای تدریس آن لازم است، کافی نیست. برای داشتن یک تدریس کارا، لازم است معلمان سرچشمه‌های خطاهای ریاضی دانش‌آموزان را بررسی کنند و مهم‌ترین که این بررسی باید سریع و در لحظه انجام شود.

به گفته گود^۲، بیدل^۳ و گودسن^۴ (۱۹۹۷)، معلمان بزرگ‌ترین جمعیت حرفه‌ای دنیا را تشکیل می‌دهند که هنوز آشنایی اندکی با شرایط کاری، چالش‌ها، استراتژی همکاری، پیروزی‌ها، شکست‌ها و معضلات این جمیع عظیم وجود دارد. برخی از بدفهمی‌ها ممکن است به دلیل بدفهمی‌هایی باشد که خود معلم از مفاهیم دارد و به‌طور ناخواسته آنها را به دانش‌آموزان انتقال می‌دهد (مرتاضی مهربانی ۱۳۹۴). به اعتقاد ایون^۵ (۱۹۹۰) معلمانانی که خود دارای بدفهمی هستند، این اشتباهات را به دانش‌آموزان منتقل می‌کنند.

آموزش اولیاء

به اعتقاد پرداختچی (۱۳۷۴)، والدین با ایفای نقش فعال می‌توانند عضو مؤثر و فعالی در جهت حمایت، پیشبرد و تحقق اهداف برنامه درسی باشند. لذا توجه اولیا از طریق آموزش والدین در جلسات حضوری ضرورت پیدا می‌کند.

^۱ Olivier

^۲ Good

^۳ Biddle

^۴ Goodson

^۵ Even

اصلاح محتوای کتاب ریاضی

به اعتقاد زعیم باشی و همکاران (۱۳۹۲)، لازم است مؤلفان کتاب‌های درسی، برنامه‌ریزان آموزشی و معلمان، تحقیقاتی که در مورد بدفهمی‌های دانش‌آموزان از مفاهیم مختلف، وجود دارد را مورد مطالعه قرار دهند تا با آگاهی از بدفهمی‌های رایج، تکالیف و فعالیت‌ها را طوری طراحی کنند که در پیشگیری و اصلاح بدفهمی‌ها موثر باشند تا به دانش‌آموزان کمک کنند به درک عمیق‌تری از مفاهیم برسند و مانع از اشتباهات بعدی ایشان شوند. از مهمترین سیاست‌گذاری‌ها در پیشگیری از فراوانی بدفهمی‌ها، می‌توان به در نظر گرفتن بدفهمی‌های رایج هنگام تألیف متون آموزشی و کتب درسی اشاره کرد (زه‌ره‌وند و همکاران، ۱۳۹۵).

راهکارهای مؤثر در حوزه روش

راهکارهای مؤثر در حوزه روش، شامل ۸ مضمون زیر دست می‌باشند: ۱. انتخاب راهبرد و روش مناسب توسط معلم ۲. معنادار کردن یادگیری ۳. ارزشیابی هدفمند ۴. واگذاری مسئولیت پیشرفت ریاضی به خود دانش‌آموزان ۵. استفاده از غیرمثال‌ها و توجه به شباهت‌ها و تفاوت‌ها ۶. درگیر نمودن دانش‌آموزان در شناسایی و رفع بدفهمی‌ها از طریق تقویت استراتژی‌های فراشناختی ۷. آموزش گروه هم‌تایان ۸. تصحیح عملی اشتباه‌ها.

انتخاب راهبرد و روش مناسب توسط معلمان

علم‌الهدایی (۱۳۹۵) معتقد است که معلمان می‌بایست روش تدریس خود را بر مبنای اشتباهات دانش‌آموزان تعدیل کنند. تشخیص اشتباهات کمک خواهد کرد که بفهمیم چه روشی، کی و کجا در یادگیری دانش‌آموزان مؤثر است. یکی از راهبردهای مؤثر، گفتمان ریاضی است. به باور ریحانی (۱۳۹۵) معلم ریاضی با هدایت گفتمان در کلاس درس با دیدگاه‌ها، افکار، ایده‌ها و مشکلات و بدفهمی‌های دانش‌آموزان درباره موضوع مورد بحث آشنا می‌شود و در صورت اقدام مناسب می‌تواند با مشارکت دانش‌آموزان به درک بهتر مفاهیم و موضوعات ریاضی و برطرف کردن بدفهمی‌ها کمک نماید.

استفاده از وسایل کمک آموزشی و دست‌سازه‌ها یکی دیگر از گام‌های اساسی جهت اصلاح و پیشگیری از بروز بدفهمی‌ها می‌باشد. با توجه به اینکه ساخت وسایل کمک آموزشی و دست‌سازه‌ها هزینه چندانی ندارند، می‌توان در فرایند یادگیری از آن‌ها به عنوان مکمل، تقویت‌کننده و حمایت‌کننده آموزش استفاده کرد. استفاده از ابزار صحیح سبب درک مفاهیم و حفظ اطلاعات ضروری می‌شود. همچنین استفاده از وسایل و دست‌ساخته‌ها باعث جذاب‌تر شدن کلاس درس و فعال‌تر شدن دانش‌آموزان در کلاس درس می‌شود (محمدزاده، ۱۳۹۷).

نوروزی و همکاران (۱۳۹۶) استفاده از تمرین و تکرار را به عنوان یکی از عوامل اثرگذار در جهت اصلاح برخی از بدفهمی‌های حوزه‌ی دانشی و باوری دانش‌آموزان معرفی کرده‌اند.

استفاده از روش‌های تدریس فعال و مشارکتی در رفع بدفهمی‌ها بسیار مؤثر است. بخشعلی‌زاده (۱۳۹۲)، به نقل از باسانی رز^۱ (۲۰۱۱) اظهار می‌دارد که: اگر خطاهای دانش‌آموزان به عنوان یکی از منابع یادگیری آن‌ها در نظر گرفته شود، می‌تواند موجب بهبود یادگیری و بالا رفتن کارآیی آن‌ها شود، زیرا تحقیقات نشان می‌دهد که بهترین یادگیری، زمانی رخ می‌دهد که دانش‌آموز فعالانه در ساختن دانش شرکت داشته باشد.

علم‌الهدایی (۱۳۸۸)، مهم‌ترین مزایای آموزش و یادگیری مبتنی بر فناوری را کمک به فهم بیشتر مفاهیم ریاضی، سرعت و حجم بالای ارائه مطالب، به کارگیری شیوه غیرخطی و شبکه‌ای به جای روش خطی و سلسله مراتبی می‌داند. همچنین او امکان تعامل دوجانبه شاگرد و چندرسانه‌ای، و قابلیت استفاده در هر زمان و مکان برای آموزش مباحث درسی را نیز از مزایای آموزش و یادگیری مبتنی بر فناوری بر می‌شمارد و معتقد است هوشمند بودن چند رسانه‌ای، امکان ارتباط بیشتر کاربر را فراهم می‌سازد تا مشکلات درسی و مفهومی خود را برطرف نماید (ریحانی ۱۳۹۵).

معنادر کردن یادگیری

برای رویارویی با بدفهمی‌های ریاضی دانش‌آموزان، معلمان نه تنها باید با شیوه‌های تفکر آنها آشنا باشند، بلکه باید از این دانش برای توسعه استراتژی‌هایی که بر یادگیری معنادر تأکید دارند نیز استفاده نمایند. شونفیلد^۱ (۱۹۹۶، به نقل از بن‌زیو^۲، ۱۹۹۶) معتقد است آموزشی که حفظ کردن طوطی‌وار را یاد کند، به شکل‌گیری بدفهمی‌ها منجر می‌شود. در عوض، آن نوع از یادگیری که به دانش‌آموزان احساس رضایت، قناعت درونی، مالکیت بر آموخته‌های خویش و توانایی ارزیابی عقاید، سازماندهی آنها و ایجاد طرحواره‌های ذهنی از درون مرتبط و با قابلیت سازگاری بالا را آموزش می‌دهد، همان است که اسکمپ^۳ (۱۹۸۹) از آن به‌عنوان یادگیری هوشمند (معنادر) یاد می‌کند (گویا و حسام، ۱۳۸۶).

نجفی‌خواه و همکاران (۱۳۹۰) بیان می‌کنند که یکی از عوامل مهم در یادگیری معنادر، توجه به ارتباطات و اتصالات بین مفاهیم و موضوعات ریاضی و یا بین شاخه‌های مختلف ریاضی می‌باشد. با این اقدام مفاهیم در شبکه ساخت شناختی فرد جا گرفته و از آن همانند یک داربست برای رشد، توسعه و ساخت سایر مفاهیم استفاده می‌شود.

ارزشیابی هدفمند

زهره‌وند و همکاران (۱۳۹۵) بر این باورند که در کتاب‌های جدیدالتالیف ریاضی سعی شده در بعضی از مفاهیم بدفهمی‌های رایج ضمن فعالیت‌ها یا تمرین‌ها آورده شود تا دانش‌آموزان، خودشان دلیل اشتباه بودن راه‌حل‌ها را یافته و توضیح‌دهند و به‌طور طبیعی از تکرار این اشتباهات در آینده اجتناب کنند. معلمان نیز می‌توانند از اینگونه سوالات در ارزشیابی‌های خود استفاده کنند تا اشتباهات و علل آنها را در هر یک از دانش‌آموزان کلاس ریشه‌یابی کنند. یک آزمون تشخیصی خوب به استفاده‌کننده از آن آزمون فرصت می‌دهد تا با سنجش عملکرد دانش‌آموزان، تصویر دقیقی از بدفهمی‌هایی که منجر به اشتباهات آنان می‌شود به دست آورد (سیف، ۱۳۹۰).

واگذاری مسئولیت پیشرفت ریاضی به خود دانش‌آموزان

واگذاری مسئولیت پیشرفت ریاضی‌خوان‌ها به خودشان، امری است که امروزه بیش از پیش فراگیران آموزشی بر آن واقفند. در این میان آگاهی درست شاگردان از اشتباهات و بدفهمی‌هایی که در یادگیری و حل مسأله‌های ریاضی دارند، عامل تعیین‌کننده‌ای در این احساس مسئولیت برای رشد عملکرد ریاضی آن‌ها محسوب می‌شود. وقتی دانش‌آموزی به‌درستی دریابد که دلایل و ریشه‌های بدفهمی و راه‌حل غلط او در کجاست و خود با راهنمایی‌های معلمش در مقام رفع و تصحیح آن‌ها برآید، بدون شک تجربه مهمی کسب کرده است که به رشد تفکر و فهم ریاضی او منجر می‌شود (علم‌الهدایی، ۱۳۹۵).

^۱ Schoenfeld

^۲ Ben-zeev

^۳ Skemp

استفاده از غیرمثال‌ها و توجه به شباهت‌ها و تفاوت‌ها

مواجهه با مثال‌های نادرست در دانش‌آموز، انگیزه تفکر و بررسی عمیق‌تر مفهوم را ایجاد می‌کند. ایجاد فرصت برای توصیف دلیل نادرستی یک مثال یا رویه کمک می‌کند تا از این رویه‌های نادرست کمتر استفاده شود. دانش‌آموزانی که درستی یا نادرستی یک مثال یا رویه را توضیح می‌دهند، بهتر می‌توانند از این رویه‌ها در وضعیت‌های پیچیده‌تر استفاده کنند زیرا این توضیحات کمک می‌کنند تا قدرت این رویه‌ها کم شوند (بخشعلی زاده و بروجردیان، ۱۳۹۶).

معلمان می‌توانند با ایجاد تناقض‌هایی در ذهن دانش‌آموزان و ارائه دلایل منطقی برای نادرستی تفکرات آنها، بنیان این اشتباهات را در ذهن دانش‌آموزان فرو بریزند و مفهوم صحیح را جایگزین آن نمایند (امینی فر و همکاران، ۱۳۹۴).

درگیر نمودن دانش‌آموزان در شناسایی و رفع بدفهمی‌ها از طریق تقویت استراتژی‌های فراشناختی

هنگامی که دانش‌آموز مسأله‌ای را نادرست حل می‌کند، کمتر می‌تواند دلایل نادرستی راه‌حل خود را رفع نماید و یا در موقعیت‌های یادگیری ریاضی، مشکلات مفهومی خود را شناسایی کرده و راه‌های غلبه بر آنها را جستجو کند. بنابراین علاوه بر شناخت (دانستن)، نیازمند فراشناخت یعنی اطلاع از چگونگی یادگیری و تفکر (دانستن دانستن) نیز می‌باشیم. درحقیقت به کمک فرایندهای فراشناختی، اطلاع بیشتری نسبت به پردازش‌های ذهنی خود و کنترل آنها به دست می‌آوریم. با استفاده از روش‌هایی مانند پرسشگری و خودپرسشی، تشریح گام‌به‌گام حل یا اثبات مسائل و قضایا، تجزیه و تحلیل مسائل ریاضی در کار گروهی و فعالیت‌های مشارکتی و ... می‌توان راهبردهای فراشناختی دانش‌آموزان را تقویت نمود (علم‌الهدایی، ۱۳۹۵).

آموزش گروه همتایان

تعامل بین کودک و معلم بسیار مهم است. ولی هنگام برنامه‌ریزی فراموش نکنید فرایندی که «آموزش گروه همتایان» نامیده می‌شود به کودکان کمک می‌کند تا فرایندها و مفاهیم ریاضی را برای یکدیگر توضیح دهند. این کار به کودکانی که دانش بیشتری دارند کمک می‌کند تا با تجربه آموخته‌های خود به مراحل و بخش‌های کوچکتر، یادگیری خود را تثبیت کنند و کودکان کم‌تجربه‌تر نیز از توضیحات کسی که بر مسأله مورد نظر مسلط شده است استفاده می‌کنند و در نتیجه ممکن است موضوع را بهتر درک کنند (باتل، ۱۳۸۹).

تصحیح عملی اشتباهات

بعضی از معلمان به محض مشاهده حل نادرست دانش‌آموز، جواب صحیح را در اختیار وی قرار می‌دهند، درحالی که معلم به سادگی می‌تواند با به کارگیری جملاتی مانند "چگونه شما به این پاسخ رسیدید؟"، امکان یادگیری و تصحیح اشتباهات را فراهم آورد. شاید در کلاس دانش‌آموزان دیگری نیز باشند که مرتکب چنین اشتباهاتی شوند. پس تصحیح پاسخ دانش‌آموز به این روش نه تنها موجب اتلاف وقت نمی‌شود، بلکه به فراگیران کمک می‌کند روشن‌تر و بهتر درس را درک کنند. این نگرش فرصت‌هایی برای معلمان به وجود می‌آورد تا دریابند که اشتباه شاگردشان ناگهانی اتفاق افتاده است یا ناشی از بدفهمی و یا عدم توانایی او در پاسخ دادن به این قبیل سؤالات است (علم‌الهدایی، ۱۳۹۵).

راهکارهای مؤثر در حوزه نگرش

چهار مضمون: ۱. ایجاد انگیزه و لذت از یادگیری ریاضی ۲. ایجاد نگرش مثبت در دانش آموزان با ارائه راهکارهای خلاق و بدیع ۳. اشتباهات دانش آموزان فرصتی برای یادگیری ۴. کاهش فشارهای روانی و اضطراب ریاضی، راهکارهای مؤثر در حوزه نگرش را تشکیل می‌دهند که ذیلاً به توضیح آن‌ها خواهیم پرداخت.

ایجاد انگیزه و لذت از یادگیری ریاضی

ریحانی (۱۳۹۵) جهت رفع بدفهمی و مشکلات مفهومی دانش آموزان، ایجاد انگیزه را یکی از راهکارهایی قلمداد می‌کند که آموزش و پرورش و برنامه‌ریزان ریاضی کشور می‌بایست در تنظیم و برنامه‌ریزی محتوای کتب درسی و برنامه‌های آموزشی به گونه‌ای عمل کنند تا شرایط مناسب برای ایجاد آن فراهم آید.

ایجاد نگرش مثبت در دانش آموزان با ارائه راهکارهای خلاق و بدیع

به اعتقاد سروستانی و همکاران (۱۳۹۸) این امکان وجود دارد که کودکان در برخورد با محتوای به ظاهر خشک و بی‌روح ریاضی دچار عدم یادگیری، کم‌فهمی یا بدفهمی ریاضی شوند. بهبود نگرش در فراگیران باعث افزایش انگیزه، دقت، تمرکز و تلاش آن‌ها بر یادگیری مفاهیم ریاضی شده و مشکلات درون و برون فردی ریاضی دانش آموزان کاهش می‌یابد و در نهایت بهبود عملکرد، پیشرفت و توسعه‌ی ریاضی دانش آموزان را به دنبال دارد.

بی‌تردید خلاقیت در تدریس بویژه در شرایط بسیار محدود کننده، می‌تواند به منزله‌ی یک پیشران بسیار اثرگذار در نیل به اهداف آموزشی و یادگیری عمل نماید (عزیزی و همکاران، ۱۳۹۸). بنابراین لازم است که معلم با تدریسی جذاب و خلاقانه، جو کلاس را برای بهبود یادگیری و پرورش خلاقیت دانش آموزان مهیا ساخته و با این اقدام مانع بروز بدفهمی‌ها گردد.

اشتباهات دانش آموزان فرصتی برای یادگیری

این احتمال وجود دارد که یک معلم، رفتاری را در کلاس پیشه کند که بر اساس آن، خطاها و بدفهمی‌های دانش آموزان در ریاضی، با جریمه‌ها و تنبیه‌های متعدد همراه شود. یا این که معلمی دیگر، رویه‌ای اتخاذ کند که در آن هر خطا، فرصتی برای تمام دانش آموزان کلاس، جهت توسعه درک و فهم‌شان از آن مسأله باشد. خطاهای فرایندی می‌توانند نقطه شروع خوبی برای درس باشند، ولی باید با اشتباهات کودکان با حساسیت برخورد کرد زیرا اشاره به آنها در حضور جمع ممکن است موجب کاهش عزت نفس کودک و از دست دادن انگیزه شود. اما با ایجاد یک فضای حمایتی در کلاس می‌توان به کودکان یاد داد که اشتباهات، فرصت‌های ارزشمندی برای یادگیری‌اند (دافعی و داداشیان ابهری، ۱۳۹۵).

کاهش فشارهای روانی و اضطراب ریاضی

اضطراب ریاضی و شرایط دلهره‌آور کلاس و امتحان ریاضی، طبعاً موجب اختلال نظم و انسجام فکری و مختل شدن فرایند پردازش اطلاعات و نقش مؤثر حافظه در دانش آموز شده، تا جایی که بعضاً بدیهیات و مسائل ابتدایی را نیز به خاطر نمی‌آورد. برای کاهش نگرانی‌ها و اضطراب، دانش آموز به احساس امنیت در کلاس درس ریاضی نیاز دارد. فشارهای روانی و اضطراب ریاضی باعث نقصان عملکرد حافظه‌ی فعال و بروز بدفهمی می‌شود (علم‌الهدایی، ۱۳۹۵).

زهره‌وند و همکاران (۱۳۹۵)، به نقل از اسپالدینگ (۱۳۸۱)، اظهار می‌دارند که برای رسیدن دانش آموزان به درکی عمیق از مفاهیم ریاضی، عرصه فضای آموزشی باید چنان باز باشد که دانش آموزان در آن احساس امنیت نمایند و بدون ترس از اشتباه

کردن بتوانند با تفکر و اظهار نظر فعالانه در شکل‌گیری ساخت شناختی جدید خویش مشارکت نمایند. بنابراین یکی از راهکارهای رفع بدفهمی، فراهم آوردن شرایطی برای کاهش این تنش‌ها می‌باشد.

نتیجه‌گیری

بدفهمی‌ها از عواملی هستند که منجر به بروز مشکلات جدی در یادگیری ریاضیات می‌شوند. بدفهمی‌ها به‌طور مستقل وجود ندارند بلکه در یک چارچوب مفهومی خاص بروز می‌کنند و می‌توانند با تغییرات چارچوب تغییر کنند یا ناپدید شوند. شناخت بدفهمی‌ها و ریشه‌های ایجاد آن‌ها در حوزه‌های مفهومی و در سطوح مختلف تحصیلی، می‌تواند موجب ارتقای یادگیری گردد؛ زیرا بدفهمی‌ها بخشی از ساختار مفهومی ذهن دانش‌آموز را تشکیل می‌دهند که با مفهوم جدید در تعامل است (شاهورانی و همکاران، ۱۳۹۳).

اولین گام برای جلوگیری از ایجاد بدفهمی‌ها، شناخت آن‌هاست. لازم است معلمان درک کنند که بدفهمی‌ها به چه دلایلی رخ می‌دهند و چگونه می‌توان از بروز آن‌ها پیشگیری کرد و چگونه می‌توان آن‌ها را برطرف ساخت (بخشعلی زاده، ۱۳۹۲). در این مقاله تلاش گردیده یک مجموعه مختصر، به‌خصوص برای استفاده نومعلم‌ان در رابطه با پیشگیری و اصلاح بدفهمی‌های ریاضی، تدوین گردد تا گامی هر چند کوچک در بهبود یادگیری و پیشرفت ریاضی دانش‌آموزان برداشته شود. پیشنهاد می‌شود که با برگزاری کارگاه‌ها و دوره‌های مختلف برای معلمان در خصوص بدفهمی‌های ریاضی، مانند کارگاه‌های بررسی کتب ریاضی با حضور مؤلفان کتاب با تأکید بر رفع بدفهمی‌ها و نیز تولید مواد آموزشی و دست‌سازهای مناسب جهت اصلاح بدفهمی‌ها، زمینه لازم را برای انجام پژوهش‌هایی در جهت بررسی ریشه‌های بروز بدفهمی‌ها و راهکارهای مناسب برای جلوگیری از بروز و یا رفع آن‌ها در حوزه‌های موضوعی مختلف ریاضی و اجرایی نمودن آنها فراهم گردد.

منابع

۱. آرتیگ، میشل؛ کیل پاتریک، جرمی (۱۳۸۹). چه می دانیم چگونه می دانیم؟. مجله رشد آموزش ریاضی. (مترجم: فاطمه اصل مرز). دفتر انتشارات کمک آموزشی. سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی. وزارت آموزش و پرورش. ۲۷(۴). ۴۶-۵۵. (۲۰۰۸)
۲. ابراهیمی صدرآبادی، زهرا؛ محمدنیا، لیلا (۱۳۹۷). ارائه یک روش فعال تدریس برای کاهش بدفهمی های هندسی پایه هشتم. مجموعه مقالات شانزدهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران. دوره ۵.
۳. احمدی، غلامعلی؛ ریحانی، ابراهیم؛ توحیدی نژاد، اعظم (۱۳۹۷). تأثیر آموزش مبتنی بر گفتمان ریاضی بر توانایی عملکرد ریاضی دانش آموزان پایه چهارم ابتدایی. فصلنامه خانواده و پژوهش. ۱۵(۱). ۱۰۱-۱۱۸.
۴. امینی فر، الهه؛ زهرهوند، شیما؛ زعیم باشی، علی (۱۳۹۴). درک و اشتباهات مفهومی دانش آموزان از مفهوم متغیر در جبر مقدماتی. نشریه علمی پژوهشی فصلنامه نوآوری های آموزشی. ۱۴(۱). ۷۷-۹۵.
۵. باتل، گیل (۱۳۸۹). روش تدریس ریاضی در دوره ابتدایی. چاپ اول. (مترجم: شهرناز بخشعلی زاده). تهران. انتشارات سمت. (۲۰۰۵).
۶. بخشعلی زاده، شهرناز (۱۳۹۲). شناسایی بدفهمی های رایج دانش آموزان پایه چهارم ابتدایی در حوزه محتوایی ریاضی. ناظر طرح: غلام آزاد، سهیلا. همکار اصلی: بروجردیان، ناصر. طرح پژوهشی مصوب وزارت آموزش و پرورش. سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی. پژوهشگاه مطالعات آموزش و پرورش.
۷. بخشعلی زاده، شهرناز؛ بروجردیان، ناصر (۱۳۹۶). شناسایی بدفهمی های رایج دانش آموزان پایه چهارم ابتدایی در حوزه محتوایی هندسه و اندازه گیری و مقایسه عملکرد آن ها با میانگین عملکرد در سطح بین المللی. نوآوری های آموزشی. ۱۶(۴). ۱۰۱-۱۲۶.
۸. بهزادی، عبدالله (۱۳۹۴). مشکلات دانش آموزان سال سوم راهنمایی شهرستان اهواز در برداشت های درست مفاهیم هندسی و روش آموزش برای بهبود این سوء برداشت ها. دانشکده علوم ریاضی. دانشگاه شهید چمران اهواز.
۹. پرداختچی، محمد حسین (۱۳۷۴). مدیریت آموزشی به عنوان قلمروی حرفه ای. فصلنامه مدیریت در آموزش و پرورش. ۱(۳). ۵۴-۶۷.
۱۰. حسام، عبدالله (۱۳۸۴). بررسی بدفهمی های ریاضی دانش آموزان و نقش طرحواره های ذهنی در ایجاد آنها. پایان نامه کارشناسی ارشد آموزش ریاضی. دانشکده علوم ریاضی. دانشگاه شهید بهشتی تهران.
۱۱. دافعی، حمید؛ داداشیان ابهری، معصومه (۱۳۹۵). خطاهای فرآیندی دانش آموزان در ریاضی و راهکارهایی برای مقابله با آن. مجموعه مقالات چهاردهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران. جلد ۶.
۱۲. دوستی، ملیحه؛ ریحانی، ابراهیم (۱۳۹۴). شناسایی بدفهمی ها، راهبردها و استدلال های دانش آموزان پایه ششم در حل مسائل کسر. پژوهش در آموزش. ۱(۴). ۴۱-۵۹.
۱۳. رحیمی، ساحره؛ آروین، بهرام (۱۳۹۶). بدفهمی های متداول دانش آموزان در ریاضیات دوره ابتدایی. اولین کنفرانس آموزش و کاربرد ریاضی کرمانشاه. انجمن علمی آموزشی معلمان ریاضی کرمانشاه.
۱۴. ریحانی، ابراهیم (۱۳۹۵). تحلیل خط مشی ها، اسناد مصوب، پژوهش ها و منابع معتبر مرتبط با حوزه یادگیری ریاضی. سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی. وزارت آموزش و پرورش.
۱۵. ریحانی، ابراهیم؛ فریدی، حمیده؛ راشدی، فرزانه (۱۳۹۴). بررسی درک و فهم دانش آموزان از اعداد منفی و بدفهمی های آنان، فناوری آموزش (فناوری و آموزش). ۱۰(۲). ۱۱۵-۱۳۱.
۱۶. زعیم باشی، علی؛ امینی فر، الهه؛ زهرهوند، شیما (۱۳۹۲). اشتباهات مفهومی دانش آموزان در به کارگیری متغیر. مجله علمی ترویجی کارافن. ۱۱(۳۴). ۲-۸.

۱۷. زهره‌وند، شیوا؛ مشهودی، شاهد؛ حیدری، محمدجواد (۱۳۹۵). چرا و چگونه دانش‌آموزان در درس ریاضی بیشتر اشتباه می‌کنند؟! (تجربه‌هایی از بدفهمی‌های آموزش کسرها از کتاب جدید پنجم ابتدایی). مجموعه مقالات چهاردهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران. جلد ۶.
۱۸. سیف، علی اکبر (۱۳۹۰). اندازه‌گیری، سنجش و ارزشیابی. چاپ پنجم. تهران: نشر دوران.
۱۹. شاهرانی، احمد؛ بهزادی، محمدحسن؛ مرادی، عابده (۱۳۹۳). بدفهمی‌های دانش‌آموزان دختر پایه‌های ششم، هفتم و هشتم شهر پیشوا در ارتباط با مقایسه اعداد اعشاری. فصلنامه روانشناسی تربیتی دانشگاه آزاد اسلامی واحد تنکابن. (۴)۵. ۶۱-۷۵.
۲۰. شعراف، صادق (۱۳۹۱). یک شیوه الگوریتمی برای ایجاد فهم عمیق از ریاضیات با استفاده از مباحثه درسی. فناوری آموزش. دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی. (۲)۶. ۱۳۸-۱۲۹.
۲۱. شفیعی سروستانی، مریم؛ جهانی، جعفر؛ خلیفه، حمزه (۱۳۹۸). تأثیر بازی دарт آموزشی بر میزان یادگیری مفاهیم اساسی ریاضی پایه‌ی اول دوره‌ی ابتدایی. مجله‌ی علمی پژوهشی "پژوهش‌های برنامه‌ی درسی" انجمن مطالعات برنامه‌ی درسی ایران. (۱)۹. ۱۷. ۳۰-۵۳.
۲۲. عزیزی، نعمت‌اله؛ بلندهمتان، کیوان؛ ساعدی، پیمان (۱۳۹۸). زمینه‌ها و عوامل خلایق در تدریس معلمان خلایق در مدارس ابتدایی و متوسطه مناطق روستایی. فصلنامه علمی پژوهشی تدریس پژوهی. (۲)۷. ۱۱۴-۸۸.
۲۳. علم‌الهدایی، سیدحسن (۱۳۹۵). اصول آموزش ریاضی. چاپ سوم. مشهد: انتشارات دانشگاه فردوسی.
۲۴. غلام‌آزاد، سهیلا (۱۳۹۳). رد پای آموزش ریاضی واقعیت مدار در ریاضی مدرسه‌ای در ایران. دوفصلنامه نظریه و عمل درسی. (۳)۲. ۴۷-۷۰.
۲۵. قیطاسی سلوکلو؛ حمیده. شکوهی مرام، مریم؛ حق‌خواه، ساره (۱۳۹۵). بدفهمی‌های محیط و مساحت در پایه‌ی سوم ابتدایی. مجموعه مقالات چهاردهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران. جلد ۶.
۲۶. قربانی، مهدی (۱۳۹۵). نقش پویانمایی در کاهش اشتباهات مفهومی دانش‌آموزان در مبحث زوایای مثلثاتی. مجموعه مقالات چهاردهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران. جلد ۶.
۲۷. کریم‌زاده، رویا؛ عباس‌لو، مهدیه (۱۳۹۶). نقش معلمان در اصلاح بدفهمی‌های ریاضی دانش‌آموزان. همایش علمی پژوهشی استانی راهبردها و راهکارهای ارتقا کیفیت در آموزش و پرورش میناب. مدیریت آموزش و پرورش شهرستان میناب.
۲۸. کلانتری، معصومه؛ رفیعی، محمد؛ رستمی، علی‌رضا (۱۳۹۴). تعیین ارتباط هوش هیجانی با سبک یادگیری دانشجویان رشته پزشکی در دانشگاه علوم پزشکی اراک. دوفصلنامه آموزش پزشکی. (۲)۳. ۲۳-۱۵.
۲۹. گویا، زهرا؛ حسام، عبدالله (۱۳۸۶). طرحواره‌های ذهنی: توجه‌گر بدفهمی‌های ریاضی دانش‌آموزان. فصلنامه روانشناسی کاربردی. (۲)۱. ۱۷۷-۲۰۰.
۳۰. مرادی، عابده؛ پورعظیما، زهرا (۱۳۹۵). معرفی و ساخت دست‌سازه‌های ریاضی با هدف پیشگیری و اصلاح بدفهمی‌های دانش‌آموزان در ارتباط با اعداد اعشاری. مجموعه مقالات چهاردهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران. جلد ۶.
۳۱. مرتاضی مهربانی، نرگس؛ غلام‌آزاد، سهیلا (۱۳۹۴). دانش مورد نیاز آموزگاران برای تدریس ریاضی. دوفصلنامه مطالعات برنامه درسی آموزش عالی. (۱۲)۶. ۱۵۲-۱۳۲.
۳۲. محمدزاده، حمیده (۱۳۹۷). معرفی دست‌سازه ریاضی با هدف پیشگیری و اصلاح بدفهمی‌های دانش‌آموزان در ارتباط با مفهوم رادیان. مجموعه مقالات شانزدهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران. دوره ۵.
۳۳. نجفی‌خواه، مهدی؛ یاقیان، نرگس؛ بخشعلی‌زاده، شهرناز (۱۳۹۰). دور نمایی از خلایق در فرآیند آموزش ریاضی. نشریه فناوری آموزش. (۴)۵. ۲۶۴-۲۵۱.

۳۴. نوروزی، سپیده؛ مهر محمدی، محمود؛ ریحانی، ابراهیم؛ فردانش، هاشم؛ ایمانی نائینی، محسن (۱۳۹۶). اصلاح برخی بدفهمی‌های دانشی و باوری دانش‌آموزان پایه سوم ابتدایی بر مبنای چهارچوب‌های حل مساله شونفلد و گانیه. *پژوهش در برنامه‌ریزی درسی (دانش و پژوهش در علوم تربیتی-برنامه‌ریزی درسی)*. ۱۴(۲۶). پیاپی ۵۳-۱۷-۲۶.
۳۵. هاشمی، سید مهدی (۱۳۹۳). شناسایی عوامل تأثیرگذار بر بدفهمی‌ها در مشتق و ارائه آموزش با استفاده از نظریه برونر جهت بهتر فهمیدن آن. *پایان نامه کارشناسی ارشد. دانشکده علوم ریاضی و مهندسی کامپیوتر. دانشگاه شهید چمران اهواز*.
۳۶. Basani Rose, M. (۲۰۱۱). Learners' Errors and Misconceptions Associated with Common Fractions, *Mini desertation submitted for degree of Masters in Mathematics Education*. University of Johannesburg.
۳۷. Braun, V., & Clarke, V. (۲۰۰۶). "Using thematic analysis in psychology". *Qualitative Research in Psychology*. ۳(۲). ۷۷-۱۰۱.
۳۸. Ben-zeev, T. (۱۹۹۶). *When erroneous mathematical thinking is just as "correct": The oxymoron of rational errors*. IN R. J. Sternberg & T. Ben-zeev (Eds). *The Nature of Mathematical Thinking*, ۵۵-۷۹. LEA Publishers.
۳۹. Encarta® ۲۰۰۹ [DVD]. Redmond, WA. Microsoft corporation, ۲۰۰۸.
۴۰. Even, R. (۱۹۹۰). Subject- matter knowledge for teaching and the case of functions. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*. ۱۴. ۲۹۳-۳۰۵.
۴۱. Good, T. L.; Biddle, B. J. ; Goodson, I. F. (۱۹۹۷). *The Study of Teaching: Modern and Emerging Conceptions*. In B. J. Biddle, T. L. Good & I. F. Goodson (Eds.) *International Handbook of Teachers and Teaching. Part Two*. Kluwer Academic Publishers.
۴۲. Olivier, A. (۱۹۸۹). Handling pupils' misconceptions. *Thirteenth National Convention on Mathematics, Physical Science and Biology Education*, Pertoria. ۳-۷ July ۱۹۸۹.
۴۳. Schoenfeld, A. H. (۱۹۹۶). *Mathematical problem solving*. New York: Academic Press.
۴۴. Skemp, R. R. (۱۹۸۹). *Mathematics in the primary school*. London: Rutledge.