



ORIGINAL RESEARCH PAPER

Rich tasks: a tool for enhancing mathematical reasoning and logical thinking in high school students

Fatemeh Vahdat¹, Majid Ebrahim Damavandi², Mohsen Maleki^{ 3}*

¹ Department of Mathematics, Faculty of Basic Sciences, Shahid Rajaee University, Tehran, Iran.

² Department of Psychology, Faculty of Humanities, Shahid Rajaee University, Tehran, Iran.

³ Department of Mathematics, Faculty of Basic Sciences, Shahid Rajaee University, Tehran, Iran.

ABSTRACT

Keywords

Mathematical Reasoning, Rich Mathematical Task, High school students, Mathematics Learning

1. Corresponding author
✉ malaki603@gmail.com

Received: 2025/01/11

Reviewed: 2025/07/15

Accepted: 2025/07/22

Background and Objective: Tasks are one of the topics that have been raised in the teaching of reasoning and learning of students in math lessons. Rich math tasks are a valuable tool in the learning and teaching process that, if designed principally and purposefully, can reduce students' learning challenges. These tasks can lead students to practice mathematical reasoning and logical thinking in the classroom and beyond and improve their problem-solving abilities. Mathematical reasoning and logical thinking are unique in everyday life and the process of math education. As a branch of science, mathematics effectively develops people's thinking and reasoning power. If the students are deprived of the correct reasoning and thinking, then they need more skills to compare and recognize the truth or falsity of the claims they face in life. This study aims to identify and investigate the characteristics of math-rich tasks regarding the reasoning of secondary school students to improve their mathematical reasoning skills and logical thinking. **Method:** In this study, 17 semi-structured interviews were conducted with 17 professors of mathematics education, educational psychology, and experienced mathematics teachers to identify the characteristics of rich assignments in mathematical reasoning. Then, on the data obtained from these interviews, line-by-line content analysis and open coding were performed, and six basic categories in the field of features of rich mathematical reasoning tasks were obtained. From the statements obtained from these interviews, a questionnaire was designed and provided to 69 other professors and teachers to extract the more basic features agreed upon by more mathematics education experts from all the obtained statements. **Finding:** The six categories from the interviews, namely "Execution method (It refers to how to perform tasks), form (It is related to the form of presentation and external features of tasks), quality (It refers to and emphasizes how to do tasks), design (It refers to the way of compilation and the process of preparation of tasks), mathematical nature (It emphasizes on providing tasks with mathematical nature and themes) and non-mathematical nature (It emphasizes on providing tasks with nature, themes and content other than mathematics)", are not just theoretical constructs. They serve as practical guides for designing rich mathematical reasoning tasks, each with its own set of subcategories. **Conclusion:** Mathematical tasks are a valuable tool in learning and teaching, and if designed principally and purposeful, they can reduce students' learning problems. Without the teacher, these tasks can lead students to logical thinking, mathematical reasoning, and problem-solving. In this research, six categories for designing rich mathematical reasoning tasks were obtained from the point of view of educational experts to open the way for teachers in this field for students. While these categories have been derived from the collective knowledge and educational experience of mathematics education professors, educational sciences, and math teachers, it is essential to note that they have yet to be practically tested in the classroom. This research serves as a stepping stone, highlighting the need for further research, exploration and practical application of these categories in a classroom setting.

ISSN (Online): 2783- 4379

DOI: [10.48310/rme.2025.18048.1104](https://doi.org/10.48310/rme.2025.18048.1104)

Citation (APA): Vahdat, F. Ebraim Damavandi, M. , and Malaki, M. (2025). Rich tasks: a tool for enhancing mathematical reasoning and logical thinking in high school students. *Research in Mathematics Education*, 5 (1), 45- 64 .

 <https://doi.org/10.48310/rme.2025.18048.1104>



تکالیف غنی، ابزاری برای تقویت استدلال ریاضی و تفکر منطقی دانش‌آموزان دوره متوسطه

دوم

مقاله پژوهشی / مروری

فاطمه وحدت^۱، مجید ابراهیم دماوندی^۲، محسن ملکی^{۳*}

۱ گروه ریاضی، دانشکده علوم پایه، دانشگاه شهید رجایی، تهران، ایران.

۲ گروه روانشناسی، دانشکده علوم انسانی، دانشگاه شهید رجایی، تهران، ایران.

۳ گروه ریاضی، دانشکده علوم پایه، دانشگاه شهید رجایی، تهران، ایران.

چکیده

پیشینه و اهداف: موضوع تکلیف از جمله مواردی است که در آموزش استدلال و یادگیری دانش‌آموزان در درس ریاضی مطرح شده است. تکالیف غنی ریاضی ابزاری ارزشمند در فرایند یادگیری و یاددهی هستند که اگر به شکلی اصولی و هدفدار طراحی شوند، می‌توانند چالش‌های یادگیری دانش‌آموزان را کاهش دهند. این تکالیف می‌توانند دانش‌آموزان را در کلاس درس و خارج از آن، به سمت تمرین استدلال ریاضی و تفکر منطقی هدایت کرده و توان حل مسئله آن‌ها را بهبود بخشند. استدلال ریاضی و تفکر منطقی از جمله مهارت‌هایی هستند که به‌طور کلی در زندگی روزمره و به‌طور خاص در فرایند آموزش ریاضی از جایگاه خاصی برخوردارند. ریاضیات به عنوان شاخه‌ای از علوم، نقش مؤثری را در توسعه تفکر و قدرت استدلال افراد ایفا می‌کند. چنانچه دانش‌آموزان از اندیشه و تفکر صحیح استدلال کردن بی‌نصیب بمانند، در این صورت مهارت‌های کافی برای مقایسه و تشخیص درستی یا نادرستی ادعاهایی که در زندگی با آن‌ها روبه‌رو می‌شوند، ندارند. هدف این مطالعه، شناسایی و بررسی ویژگی‌های تکالیف غنی ریاضی در مورد استدلال دانش‌آموزان مقطع متوسطه دوم به منظور بهبود مهارت استدلال ریاضی و تفکر منطقی آن‌ها است. **روش‌ها:** در این پژوهش با ۱۷ نفر از اساتید آموزش ریاضی، روان‌شناسی تربیتی و دبیران باسابقه درس ریاضی، مصاحبه نیمه‌ساختاریافته صورت گرفت تا از دیدگاه آن‌ها ویژگی‌های تکالیف غنی در موضوع استدلال ریاضی شناسایی شود. سپس روی داده‌های به دست آمده از این مصاحبه‌ها تحلیل محتوای سطر به سطر و کدگذاری باز انجام شد، و شش مقوله اساسی در زمینه ویژگی‌های تکالیف غنی استدلال ریاضی به دست آمد. در ادامه از گزاره‌های به دست آمده از این مصاحبه‌ها، پرسش‌نامه‌ای طراحی شده و در اختیار ۶۹ نفر از اساتید و دبیران دیگر قرار گرفت تا زیرمقوله‌هایی که مورد توافق تعداد بیشتری از خبرگان آموزش ریاضی است، از میان همه گزاره‌های به دست آمده استخراج شود. **یافته‌ها:** شش مقوله به دست آمده از مصاحبه‌ها: "روش اجرا" (که به نحوه اجرای تکالیف اشاره دارد)، "فرم یا قالب" (که به چگونگی تکالیف اشاره و تأکید دارد)، "کیفیت" (به شکل ارائه و ویژگی‌های ظاهری تکالیف مربوط است)، "طراحی" (به نحوه تدوین و فرایند تهیه تکالیف اشاره دارد)، "ماهیت ریاضی" (به ارائه تکالیف با ماهیت و مضامین ریاضی تأکید دارد)، و "ماهیت غیرریاضی" (به ارائه تکالیف با ماهیت و مضامین و محتوایی غیر از ریاضی تأکید دارد) "صرفاً مقوله‌های نظری نیستند. هر کدام از آن‌ها دارای زیرمقوله‌هایی هستند که می‌توانند راهنمای نظری برای طراحی تکالیف غنی استدلال ریاضی محسوب شوند. **نتیجه‌گیری:** تکالیف ریاضی ابزار ارزشمندی در فرایند یادگیری و یاددهی است که اگر به صورت اصولی و هدفمند طراحی شود، می‌تواند مشکلات یادگیری دانش‌آموزان را کاهش دهد. این تکالیف در غیاب معلم می‌تواند دانش‌آموزان را به تفکر منطقی، استدلال ریاضی و توانایی حل مسئله سوق دهد. در این تحقیق شش مقوله برای طراحی تکالیف غنی استدلال ریاضی از دیدگاه متخصصان آموزشی به دست آمد تا راهگشای معلمان در این زمینه برای دانش‌آموزان باشد. اگرچه این مقوله‌ها طبق دانش و تجربه آموزشی اساتید آموزش ریاضی، علوم تربیتی و معلمان ریاضی به دست آمده اما با توجه به محدودیت‌ها و اهداف این پژوهش، این مقوله‌ها در کلاس درس به‌طور عملی آزمایش نشده‌اند و لازم است پژوهش دیگری برای این امر صورت گیرد.

از دستگاه خود برای اسکن و خواندن مقاله به صورت آنلاین استفاده کنید.

واژه‌های کلیدی

استدلال ریاضی، تکالیف غنی ریاضی، دانش‌آموزان دوره متوسطه دوم، یادگیری ریاضی

۱. نویسنده مسئول

malaki603@gmail.com

تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۱۰/۲۲

تاریخ بازنگری: ۱۴۰۴/۰۴/۲۵

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۵/۰۱

شماره صفحات: ۴۵-۶۴

DOI: [10.48310/rme.2025.18048.1104](https://doi.org/10.48310/rme.2025.18048.1104)

شاپا الکترونیکی: ۴۳۷۹-۲۷۸۳



OPYRIGHTS

©2025 The author(s). This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution (CC BY 4.0), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, as long as the original authors and source are cited. No permission is required from the authors or the publishers.

مقدمه

یکی از مهارت‌های اساسی و تعیین کننده در دنیای امروز که اهمیت فزاینده‌ای پیدا کرده، توانایی استدلال^۱ منطقی و ارائه استدلال به روش‌های قانع کننده است. استدلال نه تنها در امر آموزش و درس ریاضیات با این موضوع سروکار دارند، که از این مهارت در تمام طول زندگی خود بهره می‌برند و در حل مسائل زندگی واقعی با تفکر منطقی و توجیه مسائل می‌توانند چالش‌های خود را در کار و زندگی شخصی مدیریت کنند. دانش‌آموزان در درس ریاضیات با فرضیات مناسب و استدلال می‌توانند به نتایجی برسند که به راه‌حل خود اطمینان داشته و در زندگی واقعی از آن‌ها بهره ببرند (Lithner, 2015). همچنین از نظر شورای ملی معلمان ریاضی^۲، مهارت‌های ریاضی و تفکر از قبیل حدسیه‌سازی و ساخت استدلال‌های استنتاجی مهم هستند زیرا پایه‌ای برای توسعه و رشد بصیرت و عمق‌یافتن در یادگیری‌های بعدی دانش‌آموزان می‌باشند. این شورا بیان می‌کند که استدلال ریاضی گونه، عاداتی فکری است و همانند تمام عادات، لازم است از طریق استفاده و به‌کارگیری مستمر آن در زمینه‌های مختلف، رشد و توسعه پیدا کند (Güven & A. O. Akçay, 2019). چنانچه دانش‌آموزان از اندیشه صحیح استدلال کردن بی‌نصیب بمانند، در این صورت مهارت‌های کافی برای مقایسه و تشخیص درستی یا نادرستی ادعاهایی که در زندگی با آن‌ها روبه‌رو می‌شوند، ندارند (Rahimi et al., 2017).

لازمه هر نظام آموزشی، پرورش قوه تفکر و توسعه توانایی استدلال ریاضی دانش‌آموزان است، نه انتقال صرف اطلاعات به آن‌ها (Qanooni, 2018). برخی از مطالعات نشان داده که تعداد قابل توجهی از دانش‌آموزان بر حفظ رویه‌ها به جای فهم آن متکی بوده، و اغلب در درک و فهم استدلال ریاضی که جنبه‌ای اساسی در ریاضیات مدرسه‌ای دارد، موفق نیستند (Karimi Fardinpour, 2015; Kolahdouz, 2011; Yaftian & Ansari, 2020). بررسی نتایج تیمز در سال‌های اخیر نشان می‌دهند میانگین نمرات دانش‌آموزان ایرانی در پایه‌های چهارم و هشتم در سؤالات استدلال ریاضی به‌طور معناداری از میانگین بین‌المللی پایین‌تر بوده است (Martin, 2020). همچنین بوسن، لیتنر و پالم^۳ در پژوهشی به نقل از هببرت^۴ علل اصلی مشکلات یادگیری دانش‌آموزان و عدم پیشرفت آن‌ها در ریاضیات را یادگیری از روی عادت و تکرار و استدلال سطحی ریاضی معرفی می‌کنند (Hattie et al., 2016; Norqvist et al, 2019). دانش‌آموزان به استدلال ریاضی به عنوان شرطی برای اثبات و استفاده از مفاهیم معمولی که فراتر از رویه‌ها در هر کار است، نیاز دارند. بنابراین، توسعه استدلال ریاضی دانش‌آموزان در کلاس‌های درس روزمره یکی از جنبه‌های ضروری یادگیری ریاضیات است (Mastuti et al., 2022). اما معلمان ریاضی با چه روش‌هایی می‌توانند مهارت استدلال دانش‌آموزان را توسعه دهند؟ آن‌ها برای آموزش و توسعه مهارت‌های دانش‌آموزان چه ابزاری در اختیار دارند؟

موضوع تکلیف (Task) از جمله مواردی است که در آموزش استدلال و یادگیری دانش‌آموزان در درس ریاضی مطرح شده است. کوپر^۵ تکلیف درسی را فعالیت طراحی شده توسط معلمان برای دانش‌آموزان به منظور انجام دادن در خارج از ساعات مدرسه تعریف کرده است (Karimi & Karimi, 2017; Cooper et al., 1999). تکالیف غنی (Rich Tasks) و فعالیت‌هایی که معلمان برای دانش‌آموزان تعریف می‌کنند، چگونگی درک دانش‌آموزان را از آنچه که آموزش داده می‌شود تعیین می‌کند؛ درواقع تکالیف، بستری برای شکل‌گیری تفکر منطقی دانش‌آموزان در مورد محتوای درسی در طول و پس از آموزش فراهم می‌کند (Chapman, 2013; Cooper et al., 2006). شورای ملی معلمان ریاضی اظهار نمودند تکالیفی که از کیفیت مطلوبی برخوردار و اصطلاحاً تکلیف غنی هستند، به دانش‌آموزان در تفکر سازمان یافته و توسعه درک عمیق‌تر از طریق روند تدوین مسئله، تشخیص و ایجاد ارتباط بین مفاهیم مختلف ریاضی و استدلال کمک می‌کنند (Lithner, 2017). بنابراین کمک‌گرفتن از این ابزار در دسترس و بهبود کارایی آن، می‌تواند معلمان را در دستیابی به اهداف آموزشی و فرایند یادگیری-یاددهی کمک نماید.

¹ Reasoning² National Council of Teachers of Mathematics³ Boesen& Lithner and Palm⁴ Hiebert⁵ Cooper

مبنای نظری این پژوهش در انتخاب سن دانش‌آموزان مورد بررسی، نظریه روانشناسی پیازه بوده است. طبق نظر پیازه و اینهلدر (Tawfiq, 1987; Saif, 2017) منطق، فرایندی تحولی و تابع تکامل است، که از سن حدود شش سالگی شکل می‌گیرد و کودک از این سن می‌تواند مسائلی را حل کرده و روابطی را پیدا کند. فرد از سن حدود یازده سالگی دآوری و استدلال منطقی را یاد گرفته است و در طی آن به همراه محسوسات و تجسم واقعیات به سمت تفکر انتزاعی و استدلال پیش می‌رود. این فرایند تا سن پانزده سالگی ادامه و تکامل می‌یابد؛ بر همین مبنای، جامعه هدف پژوهش حاضر، دانش‌آموزان متوسطه دوم شاخه نظری که سن ۱۵ سال به بالا دارند، انتخاب شد که بر مبنای نظریه پیازه و اینهلدر به پایداری و تکامل ذهنی برای درک و دریافت کامل مباحث استدلال رسیده‌اند.

اهمیت تکالیف و پرداختن به این ابزار در حوزه استدلال ریاضی در پژوهش‌های مختلفی نمود پیدا کرده است. به طور مثال کور^۱ (Kaur, 2009) پژوهشی را با موضوع استراتژی‌هایی برای بهبود استدلال ریاضی و تفکر منطقی دانش‌آموزان دبیرستانی انجام داد و در آن چهار استراتژی اساسی برای درک استدلال ریاضی دانش‌آموزان معرفی کرد: الف) چه عددی صدق می‌کند؟ (What Number Make Sense?): در این راهبرد، به دانش‌آموزان مسائلی با داده‌های عددی مفقود شده (جای خالی) ارائه می‌شود. ب) چه چیز اشتباه است؟ (What's Wrong?): به دانش‌آموزان مسئله و راه‌حل آن به گونه‌ای ارائه می‌شود که راه‌حل، شامل یک اشتباه مفهومی یا محاسباتی است. ج) چه می‌شود اگر؟ (What if?): در این استراتژی دو نوع مسئله به دانش‌آموز ارائه می‌شود. در نوع اول، اطلاعات مسئله اولیه به عنوان نمونه، مورد بررسی قرار گرفته است و توسط معلم تغییر داده می‌شود که این امر موجب تغییر در راه‌حل آن و جواب نهایی می‌شود. در نوع دوم از دانش‌آموزان خواسته می‌شود تا مسئله اولیه را با استراتژی «چه می‌شود اگر...؟» تغییر داده و مسئله جدید تولید کند. د) اگر شما پاسخ را می‌دانید، مسئله مربوطه چیست؟ (What's the Question if You Know the Answer?): در این استراتژی نوعی از مسائل همراه با محتوا، داده‌ها و پاسخ نهایی به دانش‌آموزان ارائه می‌شود اما صورت مسئله نامشخص است. از دانش‌آموزان خواسته می‌شود یک مسئله بنویسند که با جواب داده شده هم‌خوانی دارد.

همین‌طور نورکوویست^۲ و همکاران در پژوهش خود به این مسئله می‌پردازد که تکالیف تقلیدی، الگوریتمی و غیرخلاق به تنهایی، کمکی به یادگیری دانش‌آموزان در فهم استدلال نمی‌کند و لازم است مسائلی به آنها اختصاص داده شود که بتوانند خودشان راه‌حل‌های ابتکاری‌ای را به دست بیاورند و معلمان هم موقعیت‌هایی را برای دانش‌آموزان فراهم کنند تا این روش حل در بین آنها رواج پیدا کند. در طراحی تکالیف برای تقویت استدلال، ارائه انواعی از استدلال‌ها برای دانش‌آموزان از اهمیت برخوردار است. همچنین خصوصیات گروه دانش‌آموزی (یعنی انگیزه و پشتکار) مهم است، هم برای نوع استدلالی که دانش‌آموزان انتخاب می‌کنند و هم برای پیشرفت در کار. از آنجا که به نظر می‌رسد CMR^۳ (استدلال ریاضی خلاق) از AR^۴ (استدلال الگوریتمی) مؤثرتر است، اگر دانش‌آموزان در هر دو کتاب درسی و ارائه معلمان با تکالیف خلاقانه تر روبرو شوند، بهتر است. از آنجا که تکالیف خلاقانه می‌توانند روی یک یا چند ویژگی مهم ریاضی متمرکز شوند و درک عمیق‌تری نسبت به تکالیف الگوریتمی ارائه دهند، لازم است که در طول کلاس تمرین‌هایی خلاقانه به دانش‌آموزان واگذار شود.

در جدول شماره ۱ نمونه‌هایی از انواع تکالیف ریاضی مرتبط با موضوع استدلال ریاضی به طور خلاصه ارائه شده است (Vahdat, 2021) که مطالعه هریک از این مدل‌ها می‌تواند ایده‌هایی برای طراحی تکالیف در حیطه استدلال ریاضی فراهم بیاورد:

¹ Kaur

² Norqvist

³ Creative Mathematical Reasoning

⁴ Algorithmic Reasoning

جدول شماره ۱- انواع تکالیف استدلال ریاضی

Table No. 1- Types of mathematical reasoning assignments

سطوح (Levels)	مبنا (Base)	سال ارائه (year of presentation)	ارائه کننده (Presenter)
چهارسطحی: حفظ کردن، رویه بدون اتصال، رویه با اتصال، انجام ریاضیات (Four levels: memorizing, procedure without connecting, procedure with connecting, doing math)	منابع شناختی هر فرد (Cognitive resources)	1998	مدل استین (Steen) (Steen, 1999)
بدون سطح و شامل توصیه ها و راهکارها (No level and includes recommendations and solutions)	توصیه های آموزشی (Educational recommendations)	2000	شورای ملی معلمان ریاضی National Council of Mathematics Teachers
بدون سطح و شامل توصیه ها و راهکارها (No level and includes recommendations and solutions)	تکالیف غنی (Rich Tasks)	2001	مدل آموزش استرالیا (Queensland State Education)
شش سطحی (six levels)	تکالیف تمرین و ارزیابی (Exercise and evaluation Tasks)	2004	کو و لی (Koh and Lee) (Koh & Lee, 2004)
معرفی مفاهیم، ایجاد ارتباط بین مفاهیم قدیم و جدید، معرفی دانش و اطلاعات فراتر از کتاب Introducing concepts, making connections between old and new concepts, introducing knowledge and information beyond books	تکالیف یادگیری Learning Tasks	2006	مک و کور (Mok and Kaur) (Mok & Kaur, 2006)
تمرینی، مروری، ارزیابی Practice, review, evaluation	هدف goal	2010	شیمیزو و همکاران (Shimizu, Kaur, Huang and Clarke) (Shimizu et al., 2010)
معتبر، غنی، پیچیده Authentic, rich, complex	ساختار Structure		
بازنمایی هدفمند، زمینه مدار، باز پاسخ، پژوهش های بین رشته ای Targeted representation, circuit context, open ended, interdisciplinary research	قالب و محتوا Format and content	2010	سولیوان و همکاران (Peter Sullivan, Doug Clarke, Barbara Clarke, and Helen O'Shea) (Sullivan et al, 2010)
در این مدل، معلم در ۳ مرحله تکالیف را با دانش آموزان به پیش می برد که شامل راه اندازی و شروع تکلیف، کار مستقل دانش آموزان با هدایت و راهنمایی معلم، و بحث و بررسی ایده های حل دانش آموزان است. In this model, the teacher advances the tasks with the students in 3 stages, which include setting up and starting the task, students' independent work with the guidance and guidance of the teacher, and discussion and review of students' solution ideas.	اکتشاف و چالش برانگیزی Exploration and challenge	2023	ژوانو پدرو داپونته و همکاران (João Pedro da Ponte, Joana Mata-Pereira, and Marisa Quaresma) (da Ponte et al., 2023)

شیمیزو^۱ و همکارانش (Shimizu et al, 2010) از سه دسته از تکالیفی که در محیط‌های آموزشی به کار می‌روند، نام می‌برند که عبارتند از: تکالیف معتبر (Authentic)، غنی (Rich) و پیچیده (Complex). تکالیف معتبر در واقع کارهایی هستند که ممکن است در مسائلی از دنیای واقعی و با اهدافی غیر از یادگیری ریاضیات ادغام شود. در پژوهشی شیمیزو و همکارانش که در جدول اخیر آمده، تکالیف به چهار دسته یادگیری (Learning tasks)، مروری یا بازنگری (Review tasks)، تمرینی (Practice tasks) و ارزیابی (Assessment tasks) تقسیم شده‌است. از تکالیف یادگیری برای آموزش مفاهیم و مهارت‌های جدید به دانش‌آموزان استفاده می‌شود. استین^۲ (Steen, 1999) نیز معتقد است از این تکالیف برای ایجاد ارتباط بین مفاهیم یا مهارت‌های قدیمی و جدید و یا نشان دادن کاربرد مفاهیم در حل مسئله استفاده می‌شود. مک و کور^۳ (Mok & Kaur, 2006) نیز سه سطح را در طراحی این نوع تکالیف در نظر گرفته‌اند که شامل: معرفی مفاهیم و مهارت‌های جدید، ایجاد ارتباط بین مفاهیم یا مهارت‌های جدید و قدیمی، و معرفی دانش یا اطلاعات فراتر از حد برنامه درسی یا کتاب درسی است.

برخی از پژوهشگران تأکید کرده‌اند که تکالیف باعث تقویت استدلال و درک می‌شود (Darling-Hammond et al., 2020; Sølvi & Glenna, 2022; Mata-Pereira & da Ponte, 2017; Ponte et al., 2017). علاوه بر این، معلمان باید تکالیفی را طراحی کنند که بتواند دانش‌آموزان را تشویق کند تا استدلال‌های خود را توجیه کنند و به دانش و قدرت تفکر خودشان تکیه کنند. همانطور که نشان داده شد، پژوهش‌های بسیاری برای تدوین تکالیف ریاضی صورت گرفته اما به دلیل اهمیت موضوع استدلال ریاضی و تفکر منطقی در امر آموزش ریاضیات در مدرسه و چالش‌هایی که دانش‌آموزان در درک استدلال منطقی دارند، هدف پژوهش حاضر شناسایی ویژگی‌های تکالیف غنی در موضوع استدلال ریاضی است تا به کمک این تکالیف، استدلال ریاضی و تفکر منطقی دانش‌آموزان ارتقاء یابد. درواقع موضوع استفاده درست و طراحی اصولی تکالیف در مباحث مختلف ریاضی، موضوعی است که مغفول مانده و به این منظور از نظرات خبرگان آموزش در کشف و تبیین ویژگی‌های تکالیف غنی در موضوع استدلال ریاضی کمک گرفته شد. سؤال پژوهش حاضر این است که بر مبنای دیدگاه اساتید آموزش ریاضی، روانشناسی تربیتی و معلمان ریاضی، و با توجه به پژوهش‌های انجام شده، تکالیف غنی ریاضی با چه ویژگی‌هایی می‌توانند به بهبود مهارت استدلال ریاضی و تفکر منطقی دانش‌آموزان کمک کنند؟ این پژوهش نشان می‌دهد که چطور به کمک تکالیف غنی ریاضی به ترویج آموزش استدلال ریاضی توسط معلمان بپردازیم. بنابراین، نتایج این مطالعه برای توسعه تفکر ریاضی قابل توجه است. معلمان ریاضی می‌توانند از نتایج این پژوهش به عنوان بینشی در مورد چگونگی انجام تکالیف برای دانش‌آموزان خود استفاده کنند و به دانش‌آموزان اجازه دهند تا ایده‌هایی در مورد توسعه درک و استدلال ریاضی داشته باشند. مربیان ضمن خدمت نیز می‌توانند از نتایج این مطالعه برای تربیت و ارتقای کیفیت معلمان ریاضی با توجه به شایستگی‌هایشان استفاده کنند که می‌توانند دانش‌آموزان خود را به استدلال ریاضی و تفکر منطقی سوق دهند. لازم به ذکر است که این پژوهش فقط از منظر تکالیف به موضوع توسعه توانایی استدلال ریاضی و تفکر منطقی دانش‌آموزان پرداخته است و جنبه‌های مختلفی در آموزش از جمله شیوه تدریس، شرایط آموزشی، مداخله معلمان و ... نیز (طبق پژوهش‌های انجام شده) می‌تواند در توسعه این توانایی مؤثر باشند.

روش تحقیق

در این پژوهش شناسایی اصول و ویژگی‌هایی از تکالیف غنی در موضوع استدلال ریاضی و تفکر منطقی مدنظر است که مهارت دانش‌آموزان را در این حیطه توسعه ببخشد. چنین اصولی به‌طور مشخص و مدون وجود ندارد، بنابراین لازم است اقدام به کشف و تولید اصولی از بین اجماع نظر نخبگان در موضوع مورد نظر و همچنین گردآوری و تحلیل

¹ Shimizu

² Steen

³ Mok and Kaur

هم‌زمان داده‌های به دست آمده از پژوهش‌های قبلی کرد (Pashaizadeh, 2007). بنابراین برای رسیدن به چنین هدفی، از روش پژوهش توصیفی از نوع زمینه‌یابی و با تکنیک دلفی^۱ استفاده شد. در پژوهش زمینه‌یابی ابتدا برای زمینه‌یابی «موقعیت نامعین» به گردآوری داده‌های کیفی خواهیم پرداخت. سپس با استفاده از این شناسایی اولیه، امکان صورت‌بندی فرضیه‌هایی درباره موضوع مطالعه فراهم خواهد شد. بنابراین در مرحله بعدی، داده‌های کمی را بر مبنای یافته‌های حاصل از داده‌های کیفی گردآوری خواهیم کرد. در اغلب موارد از این روش در پژوهش‌ها، برای رفع نیازهای آموزشی و اداری استفاده می‌شود. به این معنی که پژوهش زمینه‌یابی اطلاعات لازم را به منظور اتخاذ تصمیمات مناسب در اختیار مدیران و سایر مسئولان آموزشی قرار می‌دهد (Sarmad et al., 2006). روش دلفی یا تکنیک دلفی، یک روش ارتباطی ساختاریافته است که در اصل به عنوان یک روش پیش‌بینی تعاملی سیستماتیک و متکی به گروهی از متخصصان توسعه یافته انجام می‌شود (Dalkey & Helmer, 1963). تکنیک دلفی، فرآیندی دارای ساختار برای پیش‌بینی و کمک به تصمیم‌گیری در طی راندهای پیمایشی، جمع‌آوری اطلاعات و در نهایت اجماع گروهی است. روش دلفی بر این فرض اصلی استوار است که متخصصان دارای ایده بهتری نسبت به کشف واقعیات هستند، لذا برخلاف یک بررسی ساده، روایی و اعتبار این روش بیشتر به خبرگی گروه شرکت‌کننده در مطالعه برمی‌گردد، نه تعداد شرکت‌کنندگان (Pashaizadeh, 2007). در حالی که اکثر پیمایش‌ها سعی در پاسخ به سؤال «چه هست» دارند، دلفی به سؤال «چه می‌تواند باشد/ چه باید باشد» پاسخ می‌دهد (Ahmadi et al., 2008). در این پژوهش سعی شد به این پرسش پاسخ‌دهیم که «تکالیف مناسب در موضوع استدلال ریاضی چگونه می‌توانند باشند یا چه باید باشند؟» و این سؤال از متخصصین و خبرگان در آموزش ریاضی و معلمین باتجربه ریاضی به مباحثه و کندوکاو گذاشته شد.

این پژوهش بر مبنای پارادایم طبیعت‌گرایانه رویکرد کیفی طراحی شده است. پارادایم طبیعت‌گرایانه بر این اصل بنا شده است که واقعیت چیزی نیست که همه افراد به شکلی یکسان آن را مشاهده کنند و تجربه و درک یکسانی از آن به دست بیاورند و واقعیت مورد مشاهده به تفسیر افراد و ذهنیت آن‌ها بستگی دارد (Sarmad et al., 2006). نحوه استدلال در این پژوهش استقرایی و از جزء به کل می‌باشد و روش به کار گرفته شده تحلیل محتوا از متن مصاحبه‌ها و پرسشنامه است.

برای جمع‌آوری داده‌ها ابتدا از روش‌های کتابخانه‌ای و میدانی استفاده شد. در روش کتابخانه‌ای، اطلاعات مرتبط با موضوع پژوهش از طریق مقالات علمی- پژوهشی فارسی و انگلیسی، رساله‌های دانشجویی در سطح کارشناسی ارشد و دکترا و کتاب‌های مرتبط به دست آمد. با مطالعه این منابع، شناخت کلی پیرامون موضوع و متغیرهای پژوهش حاصل شد و در نتیجه با کسب اطلاعات لازم و کافی به انتخاب طرح مناسب پژوهش پرداخته شد. از مرور این منابع، علاوه بر اینکه ایده‌هایی برای مصاحبه با دبیران و اساتید به دست آمد، گزاره‌هایی از آن برای پرسش‌نامه نهایی به کار گرفته شدند. پژوهش حاضر در مرحله اول، از ابزار مصاحبه نیمه ساختاریافته استفاده کرده است. در این روش، پژوهشگر در حین انجام مصاحبه‌ها به طبقه کردن گزاره‌های به دست آمده از آن‌ها می‌پردازد و از این گزاره‌ها در مصاحبه‌های بعدی نیز کمک می‌گیرد. هنگام انجام مصاحبه‌ها در این پژوهش، هم‌زمان به کدگذاری اطلاعات و گزاره‌ها از روش کدگذاری باز و کدگذاری محوری پرداخته شده است. کدگذاری باز فرآیندی تحلیلی است که با آن، مفاهیم، شناسایی شده و ویژگی و ابعاد آنها در داده‌ها کشف می‌شود. گروه‌بندی مفاهیم و داده‌ها در مقوله‌ها باعث افزایش قدرت تحلیل پژوهشگر می‌شود. یکی از روش‌های کدگذاری باز، تحلیل سطر به سطر است.

مرحله اول این پژوهش، از طریق مصاحبه نیمه ساختاریافته انجام شد. نفرات شرکت‌کننده در این مصاحبه، به دو گروه اساتید و دبیران باتجربه بیشتر از ۲۰ سال تدریس ریاضی تقسیم شدند و از طریق نمونه‌گیری نظری به این مصاحبه دعوت شدند. اطلاعات این افراد در جدول شماره ۲ آورده شده است. برای مصاحبه ابتدا به روش نظری اولین فرد مصاحبه‌شونده انتخاب شد و سپس در مراحل بعدی از روش گلوله برفی و نظری، افراد دیگر مصاحبه‌شونده انتخاب شدند. مصاحبه‌ها در دفتر کار اساتید و یا به صورت تلفنی انجام شد. پس از ۱۷ مصاحبه با اساتید و دبیران، داده‌های به دست آمده از متن مصاحبه‌ها به اشباع رسید و مصاحبه‌ها پایان یافت.

¹ Delphi

گزاره‌هایی برای پرسش‌نامه نهایی برپایه داده‌های به دست آمده از تحلیل محتوای سطر به سطر و کدگذاری باز متن مصاحبه‌ها از طریق تحلیل مضمونی طی سه مرحله مشخص شدند: ۱. مرحله پیش از تحلیل (آماده‌سازی و سازمان‌دهی)، ۲. بررسی مواد (پیام‌ها و گزاره‌های به دست آمده از متن مصاحبه‌ها)، ۳. پردازش نتایج (مقوله‌بندی).

نتایج و بحث

این پژوهش درصدد پاسخ به این سؤال است که مفاهیم و مقوله‌های موردتوجه مصاحبه‌شوندگان درباره ویژگی‌های تکالیف غنی استدلال ریاضی کدام است؟ در مرحله اول از میان خبرگان ریاضی و آموزش با ۱۷ نفر از اساتید و دبیران با سابقه ریاضی مصاحبه‌ها صورت گرفت. این افراد به روش نظری و گلوله برفی برای مصاحبه انتخاب شدند. جدول شماره ۲ وضعیت جمعیت‌شناختی این گروه را نشان می‌دهد. در مرحله اول این پژوهش، گزاره‌هایی از دل مصاحبه‌های انجام‌شده به دست آمد. با بررسی سطر به سطر متن مصاحبه‌ها و تحلیل مضمونی آن‌ها، گزاره‌ها در شش گروه مختلف دسته‌بندی شدند. این گروه‌ها هریک دارای ویژگی خاص طبقه خود و دارای سطوح متفاوتی هستند. پس از انجام مصاحبه‌ها و استخراج گزاره‌ها و انجام گروه‌بندی و کدگذاری، ۹۳ گزاره از این فرایند به دست آمد. این گزاره‌ها در چند مرحله و با کمک جدول هدف-محتوا و ارزیابی اساتید راهنما پالایش شدند و گزاره‌های مشابه و همسان، ادغام شده و گزاره‌های پرت که نسبت کمتری با موضوع داشتند، کنار گذاشته شدند. این مرحله برای تنظیم پرسش‌نامه برای اجرای مرحله دوم پیمایش به انجام رسید. در این مرحله، گروه بزرگ‌تری از اساتید و دبیران ریاضی وارد مرحله بعدی شدند. تعداد سؤالات پرسش‌نامه نیز به ۵۴ سوال کاهش یافت.

پس از تنظیم پرسش‌نامه و تأیید روایی و پایایی آن، در شرایط آزمایشی با تعدادی از اساتید و دبیران، پرسش‌نامه نهایی در اختیار تعداد بیشتری از افراد نمونه قرار گرفت. روایی محتوایی پرسش‌نامه توسط دو تن از اساتید ریاضی و روان‌شناسی، مورد تأیید قرار گرفت و پایایی پرسش‌نامه مورد استفاده در این پژوهش از طریق محاسبه آلفای کرونباخ ۰.۸۷۳، به دست آمد که این مقدار وضعیت مناسبی را در باره پایایی پرسش‌نامه نشان می‌داد. در نهایت، ۶۹ نفر به ۵۴ سؤال پرسش‌نامه بسته این پژوهش پاسخ دادند. این ۶۹ نفر از استان‌های تهران، قزوین، قم، زنجان، مشهد، البرز و کرمان بودند.

جدول ۲. وضعیت جمعیت‌شناختی افراد شرکت‌کننده در مصاحبه

Table 2. Demographic status of people participating in the interview

سابقه تدریس Teaching experience	رشته تحصیلی	سمت (مرتبه) Grade	تعداد اعضای شرکت‌کننده Number of participating members	گروه مصاحبه‌شونده The interviewee group
بیش از ۲۰ سال More than 20 years	روانشناسی تربیتی	۱ مربی Instructor	۱۰	هیئت علمی Faculty Members
	ریاضی محض، ریاضی کاربردی، آموزش ریاضی	۶ استادیار Assistant Professor		
	ریاضی محض، آموزش ریاضی	۲ دانشیار Associate Professor		
	ریاضی محض	۱ استاد Full Professor		
بیش از ۲۰ سال More than 20 years	ریاضی محض، ریاضی کاربردی، آموزش ریاضی	دبیر متوسطه دوم Senior High School Teacher	۷	دبیر Teacher
			۱۷	جمع Total

در جدول ۳ گزاره‌های پرسشنامه ۵۴سؤالی به تفکیک مقوله‌های به‌دست‌آمده از تحلیل محتوای مصاحبه‌ها در مرحله اول آمده است:

جدول ۳. جدول پرسش‌های پرسشنامه به تفکیک شش مقوله به دست آمده از تحلیل محتوای مصاحبه‌ها
Table 3. The questionnaire questions categorized into six themes derived from the content analysis of the interviews

ردیف	مقوله‌ها	گزاره‌های پرسش‌نامه
۱	روش اجرا	۱. رعایت اصل نظم در ارائه تکالیف ریاضی لازم است (گزاره ۲) ۲. لازم است تکالیف استدلال ریاضی به صورت گروهی و با هم‌فکری دانش‌آموزان انجام شود (گزاره ۳) ۳. استفاده از مباحثه برای انجام تکلیف ریاضی در موضوع استدلال ضروری است (گزاره ۴) ۴. استفاده از ابزارها و بازی‌ها و دست‌ساخته‌ها می‌تواند روند استدلال را تسهیل کند (گزاره ۷) ۵. استفاده از پروژه‌های تحلیلی و توضیح و تدریس توسط دانش‌آموزان در موضوع استدلال ریاضی مفید است (گزاره ۴۲) ۶. در طراحی تکالیف استدلالی بهتر است به آماده‌سازی و معرفی موضوع، پیش از تدریس توجه شود (گزاره ۴۷) ۷. در طرح تکالیف استدلالی بهتر است از مسائلی که نیاز به ترسیم شکل دارند کمک گرفته‌شود (گزاره ۵۳)
۲	کیفیت	۱. بهره‌گیری از نقشه مفهومی و بررسی ارتباطات و اتصالات در یک تکلیف ریاضی در موضوع استدلال مفید خواهد بود (گزاره ۵) ۲. استفاده از تصاویر و نقاشی‌های عینی و پویا در ارائه تکالیف استدلالی، به جذابیت آن کمک بسیاری می‌کند (گزاره ۱۰) ۳. در تکالیف استدلال ریاضی بهتر است از تمریناتی استفاده کنیم که از دانش‌آموز بخواهد بدون پاسخ به سؤال، فقط متن سؤال و داده‌ها و خواسته مسئله را تشریح کند (گزاره ۱۲) ۴. استفاده از بافت اجتماعی و فرهنگی هر منطقه در طرح مسائل کلامی در استدلال ریاضی، مؤثر خواهد بود (گزاره ۲۶) ۵. بهره‌گیری از منطق و منطق گزاره‌ها در تکالیف استدلال ریاضی مناسب و مهم است (گزاره ۲۸) ۶. استفاده از تکالیف و مسائل غیرالگوریتمی، اگر خلاقیت بیشتری را در روش حل طلب کند، در موضوع استدلال مفیدتر است (گزاره ۳۰) ۷. در تکالیف استدلالی، بهتر است بیشتر از مسائل باز-پاسخ (مسائلی با چندین روش حل) استفاده شود (گزاره ۳۱) ۸. تکالیف مربوط به استدلال ریاضی بهتر است در محدوده کتاب درسی باشد (گزاره ۳۲) ۹. استفاده از انواع مختلفی از استدلال‌ها، مثل مغالطه و قیاس و بهره‌گیری از حکایات فارسی در تکالیف ریاضی، به بهبود استدلال کمک می‌کند (گزاره ۳۷) ۱۰. سؤالات عینی (سؤالات کامل کردنی، جور کردنی، صحیح و غلط و چندگزینه‌ای) از جمله تکالیف مناسب برای استدلال ریاضی است (گزاره ۳۸) ۱۱. حجم تکالیف واگذاری به دانش‌آموزان در موضوع استدلال بهتر است زیاد باشد (گزاره ۳۹) ۱۲. تکالیف بهتر است به انتخاب دانش‌آموز انجام شود (مثلاً از بین چهار مسئله به بیست مورد آنها به انتخاب خود پاسخ دهد) (گزاره ۴۶) ۱۳. تکالیف استدلالی بهتر است به‌صورت مسائل جمع‌بندی و در قالب نوشته‌های خلاقانه، گزارش‌های کتبی و پروژه‌های علمی باشد (گزاره ۵۱)
۳	قالب (فرم)	۱. در طراحی تکالیف استدلالی توجه به رنگ‌ها و اشکال مختلف ضروری است (گزاره ۱) ۲. استفاده از امکانات چندرسانه‌ای (مثل پاورپوینت، نرم‌افزار اسکرچ و جتوگیرا و مواردی مشابه این‌ها)، می‌تواند روند استدلال را تسهیل کند (گزاره ۶) ۳. استفاده از نمره و جایزه برای حل تکالیف، به ترغیب دانش‌آموزان در انجام تکالیف و ثمربخشی آن کمک می‌کند (گزاره ۸) ۴. انیمیشن‌های مفهومی و تحلیل آن توسط دانش‌آموز از جمله پروژه‌های مناسب برای ارتقاء استدلال دانش‌آموزان است (گزاره ۹) ۵. یکی از تکالیف سودمند در حوزه استدلال ریاضی، فعالیت‌های علت‌یابی پدیده‌ها و وقایع مختلف است (گزاره ۲۲) ۶. در ارائه مسائل مربوط به استدلال ریاضی، محتوای طنزآمیز می‌تواند به جذابیت و آموزش بهتر دانش‌آموز کمک بکند (گزاره ۲۵) ۷. استفاده از بازی‌های معمایی در تکالیف استدلالی اهمیت دارد (گزاره ۴۵)

ردیف	مقوله‌ها	گزاره‌های پرسش‌نامه
۴	طراحی	۱. بهتر است در تکالیف استدلالی، چینش سؤالات از ساده به دشوار باشد (گزاره ۱۱) ۲. بهره‌گیری از تکالیفی که دانش‌آموز را ترغیب به مثال‌آوردن و مقایسه پدیده‌ها می‌کند در موضوع استدلال راه‌گشا خواهد بود (گزاره ۱۷) ۳. استفاده از تاریخ ریاضیات در محتوای تکالیف و پروژه‌های استدلال ریاضی سودبخش است (گزاره ۱۹) ۴. در تکالیف استدلالی استفاده از تمرین‌های «طرح مسئله» ضروری و مفید است (گزاره ۴۱) ۵. استفاده از پروژه‌های تحلیلی و توضیح و تدریس توسط دانش‌آموزان در موضوع استدلال ریاضی مفید است (گزاره ۴۲) ۶. تکالیف استدلالی بهتر است دانش‌آموزان را به استفاده از دانش و مهارت‌های پیشین در موقعیت‌های جدید ترغیب کند (گزاره ۴۸) ۷. در تکالیف استدلال ریاضی بهتر است از تکالیفی که به مهارت‌های پیشین دانش‌آموز متصل هستند، استفاده شود (گزاره ۵۴)
۵	ماهیت ریاضی	۱. تکالیف استدلال ریاضی بهتر است به صورت فعالیت‌هایی گام به گام باشد. (گزاره ۱۳) ۲. در ارائه تکالیف استدلالی، استفاده از اصول فلسفه مفید است (گزاره ۱۵) ۳. بهتر است مثال‌ها و تکالیف استدلال ریاضی از میان مسائل شهودی و عینی و واقعیت‌مدار برگرفته شده باشد (گزاره ۱۶) ۴. تکالیف مربوط به استدلال ریاضی بهتر است ساده و با چالش‌های مختصر باشد (گزاره ۲۷) ۵. در تکالیف استدلالی بهتر است از جملات واضح و قابل فهم استفاده شود (گزاره ۲۹) ۶. تکالیفی که پاسخ نهایی سؤال به دانش‌آموز داده شده و روش حل و استدلال منطقی رسیدن به جواب از او خواسته می‌شود، تکلیف مناسبی است (گزاره ۳۵) ۷. بهره‌گیری از استدلال‌های غلط در طراحی تکالیف و چرایی غلط بودن آن از دانش‌آموز، به تقویت توانایی استدلال کمک می‌کند (گزاره ۳۶) ۸. تکالیفی که دارای الگوی حل هستند، در حوزه استدلال مناسبند (گزاره ۴۰) ۹. بهره‌گیری از تکالیفی که بخشی از روش حل به دانش‌آموز داده شده باشد، به بهبود استدلال ریاضی آنها کمک می‌کند (گزاره ۴۳)
۶	ماهیت غیرریاضی	۱. یکی از تکالیف مهم در استدلال ریاضی، تمرین‌هایی برای تشخیص حکم مسئله است (گزاره ۱۴) ۲. در تکالیف استدلال ریاضی به‌کارگیری تکالیفی که به مفاهیم مختلف ریاضی متصل هستند، مناسب است (گزاره ۱۸) ۳. در تکالیف استدلال ریاضی بهتر است که تکالیف، فردی شده و متناسب با علاقه و سطح دانش دانش‌آموز باشد (گزاره ۲۰) ۴. در موضوع استدلال ریاضی بهتر است تکالیفی طراحی کرد که به تقویت درک و مهارت‌های زبانی و کلامی دانش‌آموزان بیانجامد (گزاره ۲۱) ۵. بهتر است تکالیف مربوط به استدلال ریاضی معطوف به یک موضوع بوده و از تکالیف ترکیبی که چندین موضوع و هدف آموزشی را دنبال می‌کنند، پرهیز شود (گزاره ۲۳) ۶. در محتوای تکالیف استدلال ریاضی بهتر است از مسائل و داستان‌های عجیب و فانتزی استفاده شود (گزاره ۲۴) ۷. در استدلال ریاضی تکالیفی که از دانش‌آموز بخواهد خلاصه‌ای از درس را به زبان خودش بنویسد مفید خواهد بود (گزاره ۴۴)

و این شش مقوله عبارت هستند از:

۱. **روش اجرا:** به چگونگی و نحوه اجرای تکالیف از سوی معلم و انجام آن توسط دانش‌آموز اشاره دارد. تعیین اینکه معلم از چه ابزار و امکاناتی برای ارائه تکالیف بهره ببرد و دانش‌آموزان به چه طریق و تحت چه قوانین و چارچوبی تکالیفشان را انجام‌دهند، در مقوله «روش اجرا» قرار می‌گیرد.
۲. **کیفیت تکالیف:** این مقوله به چگونگی طراحی سؤالات تکالیف می‌پردازد. اینکه معلم در طراحی تکالیفش تصمیم بگیرد از کدام‌یک از انواع سؤالات مثل سؤالات جورکردنی، تستی، صحیح و غلط (به طور کلی سؤالات عینی) و بازپاسخ استفاده کند، در این مقوله جای می‌گیرد.

۳. **قالب (فرم):** این مقوله به شکل ارائه و ویژگی‌های ظاهری تکالیف اشاره دارد. اینکه معلم از چه قالب و گونه‌ای برای طراحی تکالیفش استفاده می‌کند و آن‌ها را در چه بستر بصری ارائه می‌دهد، در این مقوله جای می‌گیرد.
۴. **طراحی:** مقوله «طراحی» به نحوه تدوین و فرایند تهیه تکالیف اشاره دارد. اینکه هر دبیری، چه عوامل و مبنایی را برای تدوین تکالیفش در نظر گرفته است، در این مقوله قرار می‌گیرد.
۵. **ماهیت ریاضی تکالیف:** در این مقوله، ماهیت و مضامین تکالیف طراحی شده مورد تأکید قرار گرفته است. مصاحبه شوندگان، گزاره‌هایی را در طول مصاحبه مورد تأکید و توجه قرار دادند که شامل مفاهیمی مثل منطق و میزان عینیت و تنوع استدلال‌های ریاضی و استفاده از الگوریتم‌ها و موارد مشابه است، این مقوله را شامل می‌شوند.
۶. **ماهیت غیرریاضی تکالیف:** گزاره‌هایی که مصاحبه شوندگان درباره ماهیت و محتوایی غیر از ریاضیات به آن‌ها تأکید داشتند، در این مقوله جای گرفتند. به‌طور مثال گزاره‌هایی مثل کمک‌گرفتن از فلسفه یا داستان‌ها و محتواهای غیرریاضی برای کمک به جذابیت موضوع و استفاده از محتواهایی که به طور غیرمستقیم با مفهوم استدلال ریاضی در ارتباط هستند، در این مقوله جای گرفتند.
- این شش دسته به همراه ویژگی و سطوح آن در جدول ۴ به طور خلاصه ارائه شده است:

جدول ۴. مقوله‌های به دست آمده از مصاحبه‌ها و سطوح آن‌ها

Table 3. Categories obtained from the interviews and their levels

سطوح مقوله‌ها Levels of categories	توضیح مقوله Description of the category	مقوله Category		
زمان اجرا Execution time (کوتاه‌مدت و بلندمدت) (Short term and long term)	به نحوه اجرای تکالیف اشاره دارد. It refers to how to perform tasks.	روش اجرا Procedure	۱	۱
ساختار اجرا Performance structure (فردی‌شده یا ساختارمند) (Individualized or structured)			۲	
شکل ارائه Presentation format (پروژه عملی یا تمرین نظری) (Practical project or theoretical exercise)			۳	
میزان تعامل در اجرای تکالیف The level of interaction in the implementation of tasks (فردی یا گروهی) (Individual or group)			۴	
نحوه انجام Way to do (انجام مباحثه و استدلال یا انجام رویه‌های از پیش تعیین‌شده) (Discussion and reasoning or pre-determined procedures)			۵	
سطح دشواری Difficulty level (ساده یا سخت) (Easy or hard)	به چگونگی تکالیف اشاره و تأکید دارد It refers to and emphasizes how to do tasks	کیفیت تمرین Quality of practice	۶	۲
سطح پیچیدگی Level of complexity (راحت یا پیچیده) (Easy or complicated)			۷	

سطوح مقوله‌ها Levels of categories	توضیح مقوله Description of the category	مقوله Category		
رابطه انواع تکالیف The relationship between types of assignments (متنوع یا یکدست) (Varied or uniform)			۸	
نحوه چینش تمرینات How to arrange tasks (ساده به دشوار یا پراکنده) (Easy to difficult or scattered)			۹	
رنگ Color (رنگی یا معمول) (color or normal)	به شکل ارائه و ویژگی‌های ظاهری تکالیف مربوط است. It is related to the form of presentation and external features of tasks.	قالب Form	۱۰	۳
گرافیک Graphics (با تصویر یا بدون تصویر) (With image or without image)			۱۱	
گونه Kind (بازی یا معمول) (Game or normal)			۱۲	
عامل تدوین Editing agent (فردی شده یا ساختارمند) (Individualized or structured)	به نحوه تدوین و فرایند تهیه تکالیف اشاره دارد. It refers to the way of compilation and the process of preparation of tasks.	طراحی Designing	۱۳	۴
ورودی تکالیف Tasks input (مبتنی بر دانش قبلی یا مستقل از آن) (Based on previous knowledge or independent of it)			۱۴	
مبنای تکالیف The basis of Tasks (متصل به مباحث پیشین یا مستقل از آن) (Related to previous topics or independent from it)			۱۵	
نوع تکالیف Type of Tasks (ارائه مسائل ناقص یا کامل، چهارگزینه‌ای، تشریحی و...) (Presenting incomplete or complete problems, four-choice, descriptive, etc)			۱۶	
شیوه تمرین Practice method (طراحی تمرین یا انجام تمرین) (Designing exercise or doing exercise)			۱۷	
مدل تکالیف Task model (الگوریتمی و رویه‌ای یا بازپاسخ و خلاقانه) (Algorithmic and procedural or open-ended problem and creative)	به ارائه تکالیف با ماهیت و مضامین ریاضی تأکید دارد. It emphasizes on providing tasks with mathematical nature and themes.	ماهیت ریاضی The nature of mathematics	۱۸	۵

سطوح مقوله‌ها Levels of categories	توضیح مقوله Description of the category	مقوله Category		
عینیت Objectivity (مبتنی بر مسائل واقعی یا انتزاعی) (Based on real or abstract problems)			۱۹	
نوع منطق Type of logic (استفاده از منطق گزاره‌ها یا بدون استفاده از منطق گزاره‌ها) (Using the logic of propositions or without using the logic of propositions)			۲۰	
نوع و تنوع استدلال The type and variety of reasoning (استفاده از استدلال غلط یا استدلال مستقیم، تنوع استدلال یا موضوع واحد) (Using false reasoning or direct reasoning, variety of reasoning or single topic)			۲۱	
الگوی انجام Performance pattern (دارای الگوی انجام با بدون آن) (with or without performance pattern)			۲۲	
دسته‌بندی استدلال‌ها Classification of arguments استفاده از مسائل فلسفی Using philosophical problem مقایسه Requires comparison	به ارائه تکالیف با ماهیت و مضامین و محتوایی غیر از ریاضی تأکید دارد. It emphasizes on providing tasks with nature, themes and content other than mathematics.	ماهیت غیرریاضی Non-mathematical nature	۲۳	۶
با ماهیت کلامی Verbal in nature			۲۴	
نیازمند علت‌یابی Need to find the cause			۲۵	
بازنمایی یا بازگویی (خلاصه نویسی و توضیح به زبان خود دانش‌آموز و یا مواردی شبیه به این موارد) Representation or retelling (summarizing and explaining in the student's own language or similar things)			۲۶	

سؤال دیگری که در این پژوهش مطرح شد این بود که از بین مقوله‌های به‌دست‌آمده، کدام مقوله‌ها، دارای توافق و مقبولیت بیشتری در بین اساتید و دبیران ریاضی هستند؟ ضریب توافق را میزان اهمیت تکمیل‌کنندگان پرسشنامه (اساتید و دبیران ریاضی) به هریک از مقوله‌های به دست آمده طبق سوال اول این پژوهش (کسب‌شده از طریق مصاحبه‌ها) در نظر گرفته‌ایم. ضریب توافق در واقع به این معنا است که اساتید و دبیران ریاضی، کدام مقوله‌های به دست

آمده در موضوع تکلیف ریاضی را مهم‌تر می‌دانند و در این موضوع با یکدیگر اتفاق نظر بیشتری دارند. برای محاسبه میزان توافق در هریک از این مقوله‌ها از فرمول آنتروپی شانون استفاده شده است که درواقع وزن هر مقوله و میزان اهمیت آن‌ها را مشخص می‌کند. در جدول ۵ میزان ضریب توافق روی هریک از ۶ مقوله کسب‌شده در موضوع تکلیف استدلال ریاضی نشان داده شده است:

جدول ۵. میزان ضریب توافق در هریک از مقوله‌های به دست آمده

عوامل	بالاترین فراوانی نسبی	میانگین	انحراف معیار (std.deviation)	ضریب توافق مقوله‌ها	درصد ضریب توافق مقوله‌ها
روش اجرا (Perform)	۴۰	۳۲,۶۴	۳,۶	۰,۸۲	٪۸۲
کیفیت (quality)	۶۲	۴۶,۷۵	۶,۱۷	۰,۷۵	٪۷۵
قالب (form)	۳۵	۲۷,۴۱	۳,۸۳	۰,۷۸	٪۷۸
طراحی (desining)	۳۵	۲۸,۱۰	۳,۶	۰,۸۰۳	٪۸۰,۳
ماهیت ریاضی (cintent1)	۴۲	۳۳,۷۹	۴,۳۳	۰,۸۰۵	٪۸۰,۵
ماهیت غیر ریاضی (content2)	۳۷	۲۸,۸۹	۴,۴۳	۰,۷۸۱	٪۷۸,۱

همان‌طور که از جدول ۵ ملاحظه می‌شود، در مقوله «روش اجرا» مقبولیت و توافق بیشتری به نسبت سایر مقوله‌ها بین صاحب‌نظران آموزش ریاضی وجود دارد و افراد به گزاره‌های متعلق به این دسته، پاسخ‌هایی با توافق بالا ارائه داده‌اند و اکثر مصاحبه‌شوندگان به شاخص‌های این مقوله توجه داشته‌اند. عامل «کیفیت تکالیف» که به چگونگی طراحی تکلیف استدلال ریاضی اشاره دارد و شامل گزاره‌هایی مثل میزان سختی یا پیچیدگی و نحوه چینش سؤالات است، با میزان موافقت کمتری از سوی صاحب‌نظران شرکت‌کننده در این پژوهش مواجه شده است و تعداد مصاحبه‌شوندگان کمتری روی گزاره‌های این مقوله توافق یا توجه داشته‌اند.

اگرچه در پژوهش‌های مختلف، طبقه‌بندی‌های گوناگونی بر مبنای متفاوت برای تکالیف شکل گرفته است و ممکن است گزاره‌هایی از این مقوله‌ها، برای تمام تکالیف ریاضی کارآمد باشد، اما باید توجه داشت که گزاره‌های این پژوهش، صرفاً با در نظر گرفتن موضوع «استدلال ریاضی» در بین اساتید و دبیران به پرسش و پژوهش گذاشته شده است و مقوله‌های به دست آمده، برای طراحی تکالیف در موضوع استدلال ریاضی کارآمد هستند. از طرفی، از آنجایی که استدلال ریاضی طبق نظر شورای ملی معلمان ریاضی آمریکا مهارتی اساسی و پایه‌ای برای یادگیری ریاضیات محسوب می‌شود، بنابراین دور از ذهن نیست که تکالیفی که به تقویت این مهارت کمک می‌کند، در تسهیل یادگیری مفاهیم دیگر ریاضی هم کاربرد داشته باشند، چرا که مهارت‌های ریاضی و مهارت‌های تفکر از قبیل حدسیه‌سازی و ساخت استدلال استنتاجی عمیق و درست به عنوان پایه‌ای برای توسعه و رشد بصیرت و عمق یافتن در مطالعات بعدی می‌باشند. همچنین این شورا در اصول خود خطاب به آموزگاران ریاضی اظهار می‌دارد که تکالیفی را اجرا کنند که استدلال و حل مسئله را توسعه دهند.

به طور خلاصه و بر مبنای مصاحبه‌های انجام‌شده می‌توان گفت تکالیف غنی دارای ویژگی‌های زیر هستند:

- تکالیف غنی به دانش‌آموزان فرصت می‌دهد تا به صورت خلاقانه و آزاد به تجزیه و تحلیل داده‌ها بپردازند و به صورت فردی یا گروهی مهارت‌های استدلال‌شان را تقویت کنند؛

- متناسب با موضوعات مورد علاقه هر فرد و هر سطح دانش تنظیم می‌شوند؛
- روی موضوعاتی مثل علوم و تاریخ و اقتصاد خانگی و ریاضیات، ترسیم‌شده‌اند و گاهی اوقات با نظارت و راهنمایی برنامه‌ریزی شده معلم، طراحی می‌شوند (مثل تعریف اصطلاحات یا شکل دادن معانی یکسان از یک مفهوم)؛
- تکالیف غنی، چندوجهی هستند یعنی می‌توانند دانش‌آموزان را در فعالیت‌های مختلفی درگیر کنند؛ مثل استفاده از بازنمایی‌های چندگانه و استدلال‌های پی‌درپی و تجزیه و تحلیل داده‌ها و مراحل حل؛
- این تکالیف می‌توانند تفکر انتقادی دانش‌آموزان را از طریق تجزیه و تحلیل سؤالات، پیدا کردن اشکالات مسائل حل شده و طراحی سؤالات تقویت کنند؛
- در موضوع استدلال ریاضی توجه به مشکلات زبانی و کلامی دانش‌آموزان حائز اهمیت است و تقویت مهارت زبانی دانش‌آموزان، به تقویت استدلال ریاضی آن‌ها هم کمک خواهد کرد. تکالیف غنی استدلال ریاضی می‌تواند این مهارت را به کمک فعالیت‌های گروهی و گفتمان کلاسی توسعه دهد.

نتیجه‌گیری

استدلال ریاضی و تفکر منطقی یکی از جنبه‌های مهم در دانش ریاضی است که جنبه‌های دیگر زندگی افراد را هم می‌تواند تحت تأثیر قرار دهد؛ بنابراین نحوه آموزش و تمرین به دانش‌آموزان می‌تواند با اهمیت باشد و استفاده دقیق از تمام ابزارهای موجود در آموزش به این مهم کمک خواهد کرد. یکی از این ابزارها تکالیف ریاضی هستند که گاهی ممکن است به خوبی از این ابزار استفاده نشود و تکالیف نتوانند به درستی دانش‌آموزان را در درک استدلال ریاضی و تفکر منطقی راهنمایی و تقویت نمایند.

همانطور که هیبرت و وارن نقل می‌کنند، تکالیف ریاضی وسایل مهمی برای آموزش مدرسه‌ای هستند که هدف آنها تقویت یادگیری دانش‌آموزان است. بنابراین، برای دستیابی به آموزش ریاضیات باکیفیت، نقش تکالیف ریاضی در تحریک فرایندهای شناختی دانش‌آموزان بسیار مهم است؛ نگارنده نیز تکالیف را ابزاری بسیار ساده و در عین حال مهم می‌داند که گاهی نقش آن‌ها در آموزش کم‌اهمیت در نظر گرفته می‌شود. معلمان از تکالیف تنها برای حفظ رویه‌ها با تمرین‌های متعدد استفاده می‌کنند و وقت چندانی را برای حل تکالیفی که به دانش‌آموزان واگذار کردند، اختصاص نمی‌دهند و همین مسئله، یکی از عوامل کم‌توجهی دانش‌آموزان به تکلیف است. اما طبق گفته شورای ملی معلمان ریاضی آمریکا، تکالیف ریاضی برای یادگیری دانش‌آموزان اساسی هستند چراکه پیام‌هایی را در مورد «آنچه ریاضیات است و انجام ریاضیات به چه معنا است» منتقل می‌کنند.

یافته‌های این پژوهش با پژوهش شیمیزو و همکارانش (Shimizu et al, 2010) که معتقدند تکالیف ریاضی در بسیاری از پژوهش‌های بین‌المللی به عنوان یک محور اصلی در روند آموزش مدرسه‌ای نقش دارند و کلیدی اساسی برای تدریس محسوب می‌شوند که این موضوع درک دانش‌آموزان را از مفاهیم درسی بالا می‌برد، هم‌راستا است. این پژوهشگران معتقد هستند تکالیف، معلمان را یاری می‌کنند تا آن‌ها را به شکل بهتری به اهداف تدریس که همان یادگیری و درک بهتر دانش‌آموزان است، نزدیک کنند. بدین منظور همانطور که شورای ملی معلمان ریاضی آمریکا بیان می‌دارد، معلم باید در طول درس، دانش‌آموزان را درگیر تکالیف ریاضی کند چراکه تکالیف ریاضی انگیزه لازم را برای دانش‌آموزان فراهم می‌آورند تا در مورد مفاهیم و رویه‌های خاص، ارتباط آن‌ها با سایر ایده‌های ریاضی و کاربردهای آن‌ها در زمینه‌های دنیای واقعی فکر کنند.

این پژوهش در پی یافتن مقوله‌های مهم‌تر در امر طراحی تکالیف ریاضی از منظر خبرگان آموزش ریاضی است. مقوله‌هایی که بتواند منجر به طراحی تکالیف غنی ریاضی و تمرین‌های مؤثر برای راهنمایی و آموزش دانش‌آموزان در حیطه استدلال شود. براین مبنا پژوهشی پیمایشی صورت گرفت تا بر پایه نظر خبرگان آموزش ریاضی و تربیتی، به مقوله‌هایی در زمینه تکالیفی غنی که استدلال ریاضی دانش‌آموزان را توسعه می‌دهد، دست پیدا کنیم. از میان مصاحبه

با ۱۷ نفر از اساتید و دبیران ریاضی، شش مقوله اساسی به دست آمد که عبارتند از: «روش اجرا، قالب (فرم)، کیفیت تمرین، طراحی، ماهیت ریاضی و ماهیت غیرریاضی». یافته‌های به دست آمده در این پژوهش، ویژگی‌های اساسی در طراحی یک تکلیف غنی برای بهبود استدلال ریاضی را نشان می‌دهد.

بر مبنای این یافته‌ها، تکلیف غنی الزاماً تکلیفی با درجه سختی زیاد یا حجم بالا نیست و توجه به نکاتی از قبیل محتوای سؤال، فرم طراحی سؤال، ویژگی‌های فردی دانش‌آموزان، و بهره‌گیری از دروس دیگر در ارائه تکلیف، به بهبود عملکرد دانش‌آموزان و بالا رفتن میزان کارآمدی تکالیف کمک می‌کند. مصاحبه‌شونده پنجم، استادیار و عضو هیأت علمی دانشکده علوم پایه دانشگاه شهید رجایی، در مصاحبه خود به این نکته اشاره کرد که در مقطع متوسطه دوم، ارائه تکالیف ریاضی به دانش‌آموزان به خصوص در مبحث استدلال ریاضی، بهتر است به فرم کار گروهی طراحی شود. چراکه کار گروهی، مهارت اجتماعی دانش‌آموزان را بالا می‌برد و حوزه استدلال نیز در حیطه اجتماعی نمود بالایی دارد، بنابراین این فرم از تکالیف می‌تواند کمک خوبی به دانش‌آموزان باشد. همینطور شکل‌گیری ایده‌های مختلف در گروه به فهم بهتر و پیشرفت تفکر منطقی آن‌ها کمک می‌کند. طبق مقوله‌های به دست آمده در این پژوهش، تکلیفی را می‌توان در مبحث استدلال ریاضی، غنی تلقی کرد که جنبه‌هایی از هر شش مقوله توجه به روش اجرا، کیفیت، فرم، طراحی، ماهیت ریاضی و غیرریاضی را در خود گنجانده باشد. به طور مثال، مجموعه‌ای از تکالیف که به لحاظ بصری جذاب باشد و برای هر دانش‌آموز، سطحی از سادگی و چالش‌برانگیزی را در بر بگیرد، او را به استفاده از دانش‌های قبلی‌اش وادار کرده و بتواند به اشکال مختلف مثل رسم شکل یا کشیدن جدول و نمودار، با بازنمایی‌های مختلف به حل مسئله بپردازد و مجموعه‌ای از تکالیف کلامی و فعالیت‌های گام‌به‌گام را شامل شود، می‌تواند نمونه‌ای از تکالیف غنی در مبحث استدلال ریاضی باشد.

طبق مطالعات پیرا در سال ۲۰۱۸، چارچوبی درباره ارتباط بین استدلال ریاضی و حل مسئله شکل گرفته است. طبق این چارچوب، استدلال ریاضی در حلقه‌ای شامل فرموله کردن^۱، به کار گرفتن^۲ و تفسیر و ارزیابی کردن^۳ محاط شده است. بنابراین تکالیف استدلال باید بتوانند این حلقه را پوشش بدهند. مقوله‌های شناسایی شده در این پژوهش، حلقه میان استدلال کردن و حل مسئله را پوشش می‌دهد. موضوعی که در تدریس و تبیین مهارت استدلال دانش‌آموزان مورد غفلت قرار می‌گیرد و در اغلب موارد توجهی به حل مسأله و نحوه استدلال دانش‌آموزان وجود ندارد. همانطور که در این پژوهش دریافتیم، تکالیف غنی در استدلال ریاضی شامل مسائلی ریاضی‌وار و واقعیت‌مدار هستند که به روش‌های مختلفی حل می‌شوند و در هنگام حل، لازم است دانش‌آموز بازنمایی‌های مختلفی را انجام داده و استدلال‌هایی را در زمان حل تکالیفش به کار ببرد و از این استدلال‌ها دفاع کند. بر مبنای این پژوهش‌ها، تکالیف استدلال ریاضی باید بتوانند دانش‌آموزان را از سطح یادگیری و درک مطالب، به عمق یادگیری هدایت کنند. این ایده در دیدگاه مصاحبه‌شونده اول و سوم، دانشیاران و اعضای هیأت علمی دانشگاه رجایی، در این پژوهش وجود داشت. طبق نظر آن‌ها تکالیف استدلال ریاضی باید از مثال‌های شهودی و مسائل دنیای واقعی کمک بگیرند و از ساده به سخت طراحی شوند تا دانش‌آموزان را گام‌به‌گام از سطح به عمق هدایت کنند. همچنین مصاحبه‌شونده دوازدهم، استادیار و عضو هیأت علمی دانشگاه رجایی نیز در مصاحبه دیگری اظهار داشت که مسائل باید به گونه‌ای طرح شوند که دانش‌آموزان با انواعی از بازنمایی‌ها آشنا شوند. به طور مثال تکلیفی با راه حل جبری ارائه شود و از دانش‌آموز خواسته شود تا مسأله را به روش هندسی حل کند.

نتایج به دست آمده از میان نظر اساتید و دبیران باسابقه ریاضی شناسایی شده و بر مبنای دانش نظری و تجربه عملی آن‌ها در زمینه آموزش ریاضی شکل گرفته و می‌تواند کمکی باشد برای معلمان تا از ابزار تکلیف به طور مؤثرتری در جهت آموزش دانش‌آموزان در مبحث استدلال بهره ببرند. مقوله‌های به دست آمده در این پژوهش مجموعه نسبتاً

¹ Formulate

² Employ

³ Interpret and Evaluate

کاملی از مواردی است که معلمان در طراحی تکالیف می‌توانند در نظر داشته باشند و این مقوله‌ها چکیده نظر اساتید و دبیران ریاضی است که می‌تواند معلمان را در فرآیند یادگیری و یاددهی در موضوع استدلال ریاضی و تفکر منطقی یاری دهد که چنین اصولی پیش از این در موضوع تکالیف در مبحث مورد پژوهش و نقد واقع شده، اما پرداختن به این امر که موضوع استدلال ریاضی و ضعف دانش‌آموزان در این مبحث مورد پژوهش و نقد واقع شده، اما پرداختن به این امر که تکالیف می‌توانند به عنوان ابزاری قوی در تقویت و توسعه مهارت و دانش استدلال به دانش‌آموزان در یادگیری و معلمان در یاددهی کمک کنند، پرداخته نشده است. از این منظر، پژوهش حاضر می‌تواند نقطه عطفی در طراحی تکالیف باشد و نقش پررنگ و مؤثری در توسعه فرایند یادگیری و یاددهی استدلال ریاضی ایفا کند. توجه تخصصی به موضوع طراحی تکالیف غنی در حوزه استدلال ریاضی می‌تواند مسیر آموزش را به سمت استفاده همه‌جانبه و اصولی از ابزارهای آموزش ریاضی هدایت کند و تحولی در امر آموزش ایجاد نماید.

طبق نظر اساتید و معلمان باتجربه ریاضی، معلمان باید در نظر داشته‌باشند که دانش‌آموزان به لحاظ یادگیری و سطح دانش با یکدیگر متفاوت هستند و همانطور که در تدریس به این موضوع توجه دارند، باید در طراحی تکالیف نیز، ویژگی‌های فردی دانش‌آموزان را در نظر بگیرند. چرا که ممکن است تکلیفی که برای دانش‌آموزی بسیار راحت و ساده باشد، برای دانش‌آموز دیگر، سخت و حل‌نشده‌ای به نظر برسد. تکالیف باید برای تمام دانش‌آموزان حد کافی از چالش و پیچیدگی را داشته‌باشند. این «حد کافی» درواقع بستگی به سطح درک دانش‌آموز از مفاهیم و مطالب درسی و عملکردش در کلاس درس و تکالیف قبلی دارد. درواقع لازم است تا معلمان تکالیف را با اهداف فردی برای دانش‌آموزان طراحی کنند و در طراحی و ارزیابی تکالیف، سطوح یادگیری و ویژگی‌های شناختی دانش‌آموزان را در تعیین معیارهای موفقیت قرار دهند. بنابراین تکالیف باید به دانش‌آموزان کمک کند تا از ظرفیت تفکرشان استفاده کنند و بتوانند مسیری را برای حل مسائل در نظر بگیرند اما نه آنقدر دشوار که از حل کردن و ادامه مسیر مأیوس شوند. این گزاره با دیدگاه مصاحبه‌کننده چهارم، از اساتید دانشگاه فرهنگیان و دانشگاه شهید رجایی انطباق دارد که تکالیف باید متنوع و متناسب با سطح دانش‌آموزان طراحی شوند و ویژگی‌های فردی و توانایی آن‌ها در موارد دیگر نظیر دانش زبان فارسی یا مهارت‌های کلامی مورد توجه معلم در طراحی تکالیف استدلال ریاضی قرار بگیرد.

علاوه بر محتوای تکالیف، نحوه ارائه و ساختار تکالیف نیز باید مورد توجه معلمان قرار بگیرد تا آن‌ها را به یادگیری مؤثر و کارآمد دانش‌آموزان نزدیک‌تر کند. معلمان باید تصمیم بگیرند که چه ابعاد و منظرهایی از یک تکالیف را مورد توجه دانش‌آموزان قرار دهند، چگونه فعالیت و کار دانش‌آموزان را سازماندهی و هماهنگ سازند، چه سؤال‌هایی را برای به چالش کشیدن آن‌ها و با توجه به سطوح گوناگون و متنوع تخصص و مهارت دانش‌آموزان ببرسند، و چگونه بدون صحبت کردن برای آن‌ها، در طول فرایند تفکر، از دانش‌آموزان حمایت و آن‌ها راهنمایی کنند بدون این که چالش تکلیف را از بین ببرند (مطابق با دیدگاه مصاحبه‌کننده ششم و هشتم و هفدهم، استادتمام و دبیران باسابقه ریاضی).

لازم به توضیح است که با وجود مزایای احتمالی تکالیف ریاضی، در مورد تعداد دفعات آن بین معلمان اتفاق نظر وجود ندارد. نتایج بررسی مطالعات تیمز در سال ۲۰۱۵ نشان داد که فراوانی انجام تکالیف و مدت زمان انجام تکالیف برای ریاضیات از کشوری به کشور دیگر و حتی از معلمی به معلم دیگر متفاوت است. شیوه‌های طراحی و ارائه تکالیف هم در بین معلمان متفاوت است زیرا معلمان درباره مزایای تکالیف عقاید متفاوتی دارند. همچنین سیاست‌هایی در مورد تعیین تکالیف در کشورهای مختلف وجود دارد که نتایج مختلفی را برای تعیین تکالیف نیز در پی دارد. علاوه‌براین، تکالیف، مسائل و چالش‌هایی را برای معلمان، دانش‌آموزان و والدین ایجاد می‌کند، زیرا معلمان از عدم تلاش دانش‌آموزان برای انجام تکالیف شکایت دارند درحالی که دانش‌آموزان از صرف وقت در کارهای خانه به جای سرگرمی شکایت دارند و والدین نیز از انجام تکالیف خانه خوشحال نیستند زیرا معتقدند که در مورد زمان انجام تکالیف و چگونگی انجام آن، برنامه و اتفاق نظری وجود ندارد و این باعث سردرگمی آن‌ها می‌شود.

یکی از چشم‌اندازهای این پژوهش این است که تکالیفی که با اصول به دست آمده در این پژوهش طراحی می‌شوند هم به مقدار کافی جذاب و برانگیزاننده برای پیگیری هستند و هم بخشی از فرآیند یادگیری و یاددهی را عهده‌دار شده

و در طی آن دانش‌آموزان به درک بهتری از مطالب درسی رسیده و نگرانی والدین از جهت تدوین بدون برنامه این تکالیف را رفع می‌نماید. مقوله‌های به دست آمده در طراحی تکالیف غنی در موضوع استدلال ریاضی، برآمده از تجربیات و دانش خبرگان این حوزه است که می‌تواند راهگشای معلمان در تدریس و تبیین این مبحث برای دانش‌آموزان دوره متوسطه دوم باشد و به معلمان در درک بهتر طراحی تکالیف از جنبه‌های مختلف که ممکن بود به آن توجهی نداشته باشند، کمک می‌کند.

لازم به ذکر است که پژوهش اجرا شده با محدودیت‌هایی هم همراه بوده که مهم‌ترین آن شیوع بیماری کرونا بود که این موضوع باعث شد مصاحبه‌های حضوری با محدودیت زمانی مواجه و یا به صورت تلفنی اجرا شود.

پیشنهادهای منتج از یافته‌های این پژوهش

این پژوهش بر روی طراحی تکالیف غنی در حوزه استدلال ریاضی و تفکر منطقی دانش‌آموزان از منظر نخبگان آموزش ریاضی و روانشناسی تربیتی صورت گرفت و خود دانش‌آموزان در این پژوهش نقشی نداشتند. پیشنهاد می‌شود طبق مقوله‌های به دست آمده در این پژوهش، تکالیفی طراحی شده و اثر آن بر روی دانش‌آموزان دبیرستانی بررسی شود و معلمین ریاضی از نتایج این پژوهش در کلاس‌های درس خود استفاده کرده و اثر آن را روی یادگیری دانش‌آموزان بررسی و گزارش نمایند. همچنین می‌توان برای جامع‌پذیری بیشتر نتایج این پژوهش، پژوهش دیگری با تعداد بیشتری از معلمان و اساتید و در نقاط بیشتری از کشور صورت بگیرد.

تشکر و قدردانی

این مقاله از پایان‌نامه کارشناسی ارشد خانم فاطمه وحدت استخراج شده است. از این طریق از تمامی اساتید و معلمان که در این پژوهش به طرق مختلف اعم از راهنمایی و مشاوره، مصاحبه و شرکت در پرسش‌نامه مشارکت و همراهی داشته‌اند صمیمانه سپاس‌گزاری و قدردانی می‌گردد.

تعارض منافع

«هیچ‌گونه تعارض منافع توسط نویسندگان بیان نشده است»

References

- Ahmadi, F., Nasiriani, K., & Abazari, P. (2008). Delphi technique. *IJME-Iranian Journal of Medical Education*, 8(1 [19]), 175-185.
- Chapman, O. (2013). Mathematical-task knowledge for teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 16, 1-6.
- Cooper, H., Robinson, J. C., & Patall, E. A. (2006). Does homework improve academic achievement? A synthesis of research, 1987–2003. *Review of educational research*, 76(1), 1-62.
- Cooper, H., Valentine, J. C., Nye, B., & Lindsay, J. J. (1999). Relationships between five after-school activities and academic achievement. *Journal of educational psychology*, 91(2), 369-378.
- da Ponte, J. P., Mata-Pereira, J., & Quaresma, M. (2023). Challenging students to develop mathematical reasoning. In *Mathematical challenges for all* (pp. 147-167). Cham: Springer International Publishing.
- Da Ponte, J. P., Quaresma, M., & Mata-Pereira, J. (2017). The challenge of mathematical discussions in teachers' professional practice: Retos en los debates matemáticos en la práctica profesional de los profesores. *Didacticae. Revista de Investigación en Didácticas Específicas*, (1), 45-59.
- Dalkey, N., & Helmer, O. (1963). An experimental application of the Delphi method to the use of experts. *Management science*, 9(3), 458-467.

- Darling-Hammond, L., Flook, L., Cook-Harvey, C., Barron, B., & Osher, D. (2020). Implications for educational practice of the science of learning and development. *Applied developmental science*, 24(2), 97-140.
- Güven, U., & Akçay, A. O. (2019). Trends of Homework in Mathematics: Comparative Research Based on TIMSS Study. *International Journal of Instruction*, 12(1), 1367-1382.
- Güven, U., & Akçay, A. O. (2019). Trends of Homework in Mathematics: Comparative Research Based on TIMSS Study. *International Journal of Instruction*, 12(1), 1367-1382.
- Hattie, J., Fisher, D., Frey, N., Gojak, L. M., Moore, S. D., & Mellman, W. (2016). *Visible learning for mathematics, grades K-12: What works best to optimize student learning*. Corwin Press.
- Karimi Fardinpour, Y. (2015). Proof and reasoning in school mathematics. *Journal of Development of Mathematics Education*, 23(3), 18-21. [In Persian].
- Karimi, B., & Karimi, E. (2017). (Translation of homework challenge). Cooper, Harris (Author). Tehran: Arasbaran Publishing. [In Persian].
- Kaur, B. (2009). Reasoning and communication in the mathematics classroom—some 'what' strategies. In MAV Annual Conference 2009 (pp. 118-123).
- Koh, K. H., & Lee, A. N. (2004). Technical report: Manual for scoring teacher assignments or assessment tasks. *Singapore: National Institute of Education, Centre for Research in Pedagogy and Practice*.
- Kolahdouz, F. (2011). Investigation and understanding of second-year high school students of mathematical reasoning and proof [Master's Thesis]. Tehran: Shahid Rajaei Teacher Training University. [In Persian].
- Lithner, J. (2015). Learning mathematics by creative or imitative reasoning. In *Selected regular lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 487-506). Springer International Publishing.
- Lithner, J. (2017). Principles for designing mathematical tasks that enhance imitative and creative reasoning. *Zdm*, 49(6), 937-949.
- Martin, M. O., von Davier, M., & Mullis, I. V. S. (Eds.). (2020). Methods and procedures: TIMSS 2019 technical report. Retrieved from Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center website. <https://timssandpi-rls.bc.edu/timss2019/methods>. Retrieved March 2024.
- Mastuti, A. G., Abdillah, A., & Rijal, M. (2022). Teachers promoting mathematical reasoning in tasks. *JTAM (Jurnal Teori Dan Aplikasi Matematika)*, 6(2), 371-385.
- Mata-Pereira, J., & da Ponte, J. P. (2017). Enhancing students' mathematical reasoning in the classroom: teacher actions facilitating generalization and justification. *Educational Studies in Mathematics*, 96(2), 169-186.
- Mok, I.A., & Kaur, B. (2006). Learning Task' Lesson Events. In *Making connections*; 147-163. Brill.
- Norqvist, M., Jonsson, B., & Lithner, J. (2019). Eye-tracking data and mathematical tasks with focus on mathematical reasoning. *Data in brief*, 25, 104216.
- Pashaeizadeh, A. (2008). *Research Methods in Psychology and Educational Sciences*. (25th Edition, 4th Revision). Tehran: Virayesh; 2008. [In Persian].
- Pashaeizadeh, H. (2007). An overview to the Delphi method. *Peik-E-Noor*, 6(2), 63-79. [In Persian].
- Qanooni, T. (2018). [Translation of Basics of Reasoning]. A. Conway, David, Munson, Ronald. (Author). (Third edition). Tehran: Phoenix. [In Persian].
- Queensland State Education. New basics: The why, what, how, and when of rich tasks. Retrieved April 2024.
- Rahimi, Z., Talae, E., Reyhani, E., & Fardanesh, H. (2016). Teaching Based on Multiple Solutions: A Step toward Enhancing Mathematical Reasoning. *Educational and Scholastic studies*, 5(2), 153-180. [In Persian].
- Reyhāni, E., & Kolāhdouz, F. (2013). Investigation and analysis of the basic models of reasoning and proof in math education. *Journal of Educational Innovations*, 12(4), 45-70. [In Persian].

- Saif, A. A. (2017). Modern educational psychology: the psychology of learning and education. (15th edition, 7th edition). Tehran: Duran. [In Persian].
- Sarmad, Z., Bazargan, A., & Hejazi, E. (2006). Research methods in behavioral sciences. (Twelfth edition). Tehran: Negah Publications. [In Persian].
- Shimizu, Y., Kaur, B., Huang, R., & Clarke, D. (2010). *Mathematical tasks in classrooms around the world* (Vol. 3). Brill.
- Sølvik, R. M., & Glenna, A. E. (2022). Teachers' potential to promote students' deeper learning in whole-class teaching: An observation study in Norwegian classrooms. *Journal of Educational Change*, 23(3), 343-369.
- Steen, L. A. (1999). Twenty Questions about Mathematical Reasoning.
- Sullivan, P., Clarke, D., Clarke, B., & O'Shea, H. (2010). Exploring the relationship between task, teacher actions, and student learning.
- Tawfiq, Z. (1987). [Translation of Child psychology]. Piaget J, Inhelder B (Author). (First Edition). Tehran: Ney Publication. [In Persian].
- Vahdat, F. (2021). Identifying the characteristics of rich assignments in improving the mathematical reasoning of high school students. Master's thesis, Shahid Rajaei Teacher Training University. [In Persian].
- Yaftian, N., & Ansari, M. R. (2020). The ability of 11th grade students to evaluate mathematical reasoning. *Technology of Education Journal (TEJ)*, 14(3), 643-656. [In Persian].