



ORIGINAL RESEARCH PAPER

Critical Analysis of the APOS Theory: A Framework for Curriculum Development in Mathematics Education

Hossein Nahari¹, Azam Mohammadimatin^{*2}, Zahra Taghavi³

¹ Behavioral Sciences, Faculty of Educational Sciences, University of Hormozgan, Hormozgan, Iran.

² Behavioral Sciences, Faculty of Educational Sciences, Birjand University, Iran.

³ Behavioral Sciences, Faculty of Educational Sciences, Birjand University, Iran.

ABSTRACT

Keywords

Curriculum Planning Mathematics Education
APOS Theory

¹ .Corresponding author

✉ azam.mohammadimatin@cfu.ac.ir

Received: 2025/07/23

Reviewed: 2025/10/30

Accepted: 2025/10/31

This study aims to analyze and explain the capacity of the APOS (Action, Process, Object, Schema) theory in designing and developing mathematics curriculum with an emphasis on abstract and structured concepts. Rooted in Piagetian constructivism and emphasizing the evolution of cognitive structures, the APOS theory provides a framework for analyzing learning as a process of gradually constructing meaning across successive cognitive levels. In this paper, while explaining the theoretical dimensions of APOS, a comparative table is used to analyze its alignment with other common curriculum development models (product-oriented, process-oriented, competency-based, participatory, and connected learning). The results indicate that APOS offers significant advantages in fostering deep conceptual understanding, establishing stable mental organization, and designing instructional content based on learners' developmental cognitive logic. Additionally, APOS's compatibility with other models makes it a flexible and adaptable framework for meeting the needs of modern mathematics education. Finally, the study discusses implementation challenges, integrative opportunities, and suggestions for future research.

ISSN (Online): 2783- 4379

DOI: [10.48310/rme.2025.20233.1119](https://doi.org/10.48310/rme.2025.20233.1119)

Citation (APA): Nahari, H. , Mohammadimatin, A. and Taghavi, Z. (2025). Critical Analysis of the APOS Theory: A Framework for Curriculum Development in Mathematics Education. *Research in Mathematics Education*, 5 (2), 49- 60 .

 <https://doi.org/10.48310/rme.2025.20233.1119>



تحلیل انتقادی نظریه APOS : چارچوبی برای تدوین برنامه درسی در آموزش ریاضیات

مقاله پژوهشی / مروری

حسین نهاری^۱، اعظم محمدی متین^{۲*}، زهرا تقوی^۳

۱ دانشجوی دکتری برنامه ریزی درسی، دانشگاه هرمزگان، ایران.

۲ دانشجوی دکتری برنامه ریزی درسی، دانشگاه بیرجند، ایران.

۳ دانشجوی دکتری برنامه ریزی درسی، دانشگاه بیرجند، ایران.

چکیده

هدف این پژوهش، تحلیل و تبیین ظرفیت نظریه APOS (عمل، فرآیند، شیء، طرحواره) در طراحی و تدوین برنامه درسی آموزش ریاضی با تأکید بر مفاهیم انتزاعی و ساختارمند است. نظریه APOS، با ریشه‌های عمیق در ساخت‌گرایی پیاژه‌ای و تأکید بر تحول ساختارهای شناختی، چارچوبی فراهم می‌آورد که در آن یادگیری به مثابه فرایند ساخت تدریجی معنا در سطوح شناختی متوالی تحلیل می‌شود. در این مقاله، ضمن تبیین ابعاد نظری APOS، از جدول مقایسه‌ای برای تحلیل تطبیقی آن با سایر مدل‌های رایج تدوین برنامه درسی (محصول‌محور، فرآیند‌محور، شایستگی‌محور، مشارکتی و یادگیری متصل) استفاده شده است. نتایج نشان می‌دهند که APOS در ایجاد درک عمیق مفاهیم، سازمان‌دهی ذهنی پایدار، و طراحی محتوای آموزشی بر مبنای منطق تحولی ذهنی فراگیران، مزایای چشم‌گیری دارد. همچنین، قابلیت ترکیب‌پذیری APOS با الگوهای دیگر، آن را به الگویی ترکیبی و قابل انطباق با نیازهای نوین آموزش ریاضی بدل کرده است. در پایان، چالش‌های اجرایی، فرصت‌های تلفیقی، و پیشنهادهایی برای توسعه پژوهش‌های آینده ارائه شده است.

از دستگاه خود برای اسکن و خواندن مقاله به صورت آنلاین استفاده کنید.

واژه‌های کلیدی

برنامه‌ریزی درسی

آموزش ریاضی

نظریه APOS

۱. نویسنده مسئول

Azam.mohammadimatin@birjand.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۵/۰۲

تاریخ بازنگری: ۱۴۰۴/۰۸/۰۹

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۸/۱۰

شماره صفحات: ۴۹-۶۰

DOI: [10.4831/rmc.2025.20233.1119](https://doi.org/10.4831/rmc.2025.20233.1119)

شاپا الکترونیکی: ۳۷۸۳-۴۳۷۹



OPYRIGHTS

©2025 The author(s). This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution (CC BY 4.0), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, as long as the original authors and source are cited. No permission is required from the authors or the publishers.

مقدمه

در پژوهش های گوناگون تدوین برنامه درسی به عنوان فرآیندی ناظر به ساخت و تولید برنامه تعریف شده است که شامل ابعاد مختلفی مانند تصمیم گیری درباره عناصر برنامه درسی، میزان تمرکز و عدم تمرکز، میزان انعطاف و ترکیب گروه های درسی، سازمان دهی و چیدمان عناصر برنامه است. همچنین بر اساس تحلیل موقعیت، نیازهای ذی نفعان، و اهداف آموزشی طراحی و توسعه می یابد (نظر و راید^۱، ۲۰۲۴). پژوهش ها بر اهمیت مشارکت متخصصان و ذی نفعان در تدوین برنامه درسی تأکید دارند و اشاره می کنند (جدول ۱).

جدول ۱- انواع مدل های تدوین در برنامه درسی

نام مدل	مراحل تدوین	توضیح کامل مدل	صاحب نظر (ان)	محدودیت ها	مزایا
مدل مبتنی بر محصول (Product-Based Model)	۱. تعیین اهداف رفتاری ۲. مشخص کردن محتوای درسی ۳. طراحی فعالیت های یادگیری ۴. ارزیابی نتایج	این مدل برنامه درسی را به عنوان یک محصول نهایی در نظر می گیرد که باید نتایج یادگیری از پیش تعیین شده را تأمین کند. محتوا و اهداف از قبل مشخص بوده و یادگیری دانشجویان از طریق ارزیابی استاندارد بررسی می شود.	فتحی و اجارگاه (۲۰۱۵)، نلسون (2009)	- عدم انعطاف پذیری - نادیده گرفتن یادگیری خلاقانه - تأکید بیش از حد بر استاندارد سازی	- شفافیت در اهداف - امکان ارزیابی دقیق - مناسب برای دوره های مهارتی و حرفه ای
مدل مبتنی بر فرآیند (Process-Based Model)	۱. بررسی نیازهای آموزشی ۲. ایجاد فرصت های یادگیری تعاملی ۳. تدوین فعالیت های آموزشی منعطف ۴. ارزیابی مستمر یادگیری	در این مدل، تمرکز بر فرآیند یادگیری و تعامل بین دانشجو، محتوا و محیط یادگیری است. برنامه درسی به صورت پویا طراحی شده و بر مشارکت دانشجویان تأکید دارد.	لاتوکا و استارک (۲۰۱۱)، بیگز (2008)	- دشواری در ارزیابی نتایج - نیاز به مدیریت قوی	- افزایش تعامل و مشارکت - انعطاف پذیری بالا - امکان اصلاح و به روز رسانی برنامه درسی
مدل مبتنی بر نیازهای شغلی (Workforce-Oriented Model)	۱. شناسایی نیازهای بازار کار ۲. تدوین محتوا و مهارت های مرتبط ۳. اجرای دوره های عملی ۴. ارزیابی تأثیر بر اشتغال فارغ التحصیلان	این مدل، برنامه درسی را بر اساس نیازهای بازار کار و مهارت های مورد نیاز حرفه ای تدوین می کند. ارتباط نزدیکی با صنایع و کارفرمایان دارد.	خان و لاو (۲۰۱۵)، فتحی و اجارگاه (2015)	- خطر کاهش خلاقیت و تفکر انتقادی - تغییرات سریع بازار ممکن است محتوا را منسوخ کند	- همسویی آموزش با نیازهای اقتصادی - افزایش اشتغال پذیری دانشجویان - تأکید بر یادگیری عملی
مدل مبتنی بر استانداردهای دانشگاهی (Standards-Based Model)	۱. بررسی استانداردهای ملی و بین المللی ۲. تنظیم برنامه مطابق با الزامات کیفیت ۳. اجرای نظارت و بازبینی مستمر ۴. ارزیابی بر اساس شاخص های استاندارد	برنامه درسی بر اساس استانداردهای آکادمیک ملی و بین المللی تدوین شده و بر کیفیت آموزش تأکید دارد.	وولمر و بوویل (۲۰۱۸)، اونیل (2015)	- کاهش خلاقیت آموزشی - زمان بر بودن تدوین برنامه	- تضمین کیفیت آموزشی - مقایسه پذیری بین دانشگاه ها - ایجاد انسجام در آموزش

¹ Nazar & Rid

نام مدل	مراحل تدوین	توضیح کامل مدل	صاحب نظر(ان)	محدودیت‌ها	مزایا
مدل مشارکتی (Team-Based Curriculum Design - TBCD)	۱. تشکیل تیم‌های تدوین برنامه ۲. شناسایی نیازها و اهداف ۳. طراحی برنامه با مشارکت ذی‌نفعان ۴. اجرای برنامه و اصلاح مداوم	در این مدل، اعضای هیئت علمی، دانشجویان و سایر ذی‌نفعان در تدوین برنامه درسی مشارکت دارند.	بورل و همکاران (2015)	- نیاز به مدیریت و هماهنگی بالا - امکان بروز اختلافات بین ذی‌نفعان	- افزایش تعامل و رضایت دانشجویان - طراحی برنامه‌های منعطف و کارآمد
مدل یادگیری متصل (Connected Curriculum)	۱. ایجاد پیوند بین واحدهای درسی ۲. طراحی فعالیت‌های بین‌رشته‌ای ۳. ایجاد فرصت‌های یادگیری در محیط واقعی ۴. سنجش یادگیری عمیق	این مدل بر ارتباط بین دروس مختلف، مهارت‌های عملی و نیازهای جامعه تأکید دارد.	فانگ (2017)	- نیاز به تغییرات ساختاری در دانشگاه	- افزایش ارتباط بین دروس - ارتقای مهارت‌های بین‌رشته‌ای
مدل مبتنی بر شایستگی (Competency-Based Model)	۱. شناسایی شایستگی‌های کلیدی ۲. طراحی فعالیت‌های عملی ۳. ارزیابی بر اساس عملکرد دانشجویان ۴. اصلاح مداوم برنامه	برنامه درسی بر اساس توسعه شایستگی‌های حرفه‌ای و فردی دانشجویان تدوین می‌شود.	گاداراما اولیویرا (2013)	- امکان کاهش خلاقیت در یادگیری	- تأکید بر کاربردپذیری یادگیری - قابلیت ارزیابی دقیق عملکرد دانشجویان
مدل مشارکت فعال دانشجویان (Active Student Participation - ASP)	۱. دریافت بازخورد از دانشجویان ۲. طراحی برنامه‌های درسی با مشارکت دانشجویان ۳. اجرای برنامه‌های سفارشی‌سازی‌شده ۴. ارزیابی و بازنگری بر اساس نیازهای دانشجویان	در این مدل، دانشجویان در فرایند تصمیم‌گیری و تدوین برنامه درسی نقش کلیدی دارند.	بوویل و بالی (2011)	- نیاز به مدیریت قوی	- افزایش انگیزه دانشجویان - انعطاف‌پذیری بالا

نام مدل	مراحل تدوین	توضیح کامل مدل	صاحب نظر(ان)	محدودیت‌ها	مزایا
مدل چارچوب مفهومی برنامه‌ریزی درسی	۱. بررسی مأموریت و چشم‌انداز دانشگاه ۲. تدوین راهبردهای کلی برنامه ۳. تنظیم ساختار محتوایی بر اساس چارچوب دانشگاهی ۴. ارزیابی بر اساس شاخص‌های کلان	این مدل، برنامه درسی را به عنوان یک چارچوب مفهومی که با راهبردهای دانشگاه همسو است، تدوین می‌کند.	کلیبانسکی و فریزر (2013)	-نیاز به تدوین دقیق سیاست‌ها	-انسجام میان برنامه‌های درسی و استراتژی دانشگاه -امکان بهینه‌سازی فرایندهای آموزشی
مدل ترکیبی تدوین برنامه درسی	۱. تحلیل نیازهای آموزشی ۲. ترکیب روش‌های مختلف تدوین برنامه ۳. ایجاد تعادل بین ساختارهای آموزشی ۴. اجرای یک برنامه انعطاف پذیر و ترکیبی	این مدل از ترکیب چندین مدل موجود برای ایجاد یک برنامه جامع و کارآمد استفاده می‌کند.	پریدو (2016)	-دشواری در مدیریت و هماهنگی	-بیشترین میزان انعطاف پذیری -امکان انطباق با تغییرات سریع

در این بین یکی از جدیدترین نظریه‌های حوزه ی تدوین برنامه درسی نظریه^۱ APOS است. این نظریه چارچوبی نظری برای درک نحوه یادگیری مفاهیم ریاضی است که ریشه در کارهای ژان پیاژه دارد. این نظریه برای نخستین بار در دهه ۱۹۸۰ توسط دوبینسکی معرفی شد و از آن زمان تاکنون مورد توسعه و کاربرد گسترده‌ای توسط پژوهشگران، برنامه‌ریزان درسی و معلمان در سراسر جهان قرار گرفته است (افخمی بنای و همکاران، ۱۴۰۳).

نظریه APOS با تمرکز بر مدل‌سازی فرآیندهای ذهنی یادگیری، تلاش می‌کند تا مکانیسم‌هایی را که در ذهن یادگیرنده هنگام درک یک مفهوم ریاضی فعال می‌شوند، توصیف کند. این نظریه علاوه بر توصیف نحوه شکل‌گیری دانش ریاضی، به طراحی مواد آموزشی و ارزیابی میزان موفقیت یا شکست دانش‌آموزان در حل مسائل ریاضی نیز کمک می‌کند. یکی از ویژگی‌های کلیدی این نظریه، معرفی دوره آموزش (ACE (Activities, Class discussions, Exercises است که به عنوان یک راهبرد آموزشی برای توسعه ساختارهای ذهنی یادگیرندگان در نظر گرفته می‌شود. این روش شامل فعالیت‌های تعاملی، بحث‌های کلاسی و تمرینات هدفمند است که همگی با هدف تقویت ساختارهای شناختی دانش‌آموزان طراحی شده‌اند (جعفری و احمدی کلاته، ۱۴۰۳).

از سوی دیگر، بازتاب انتزاعی (Reflective Abstraction) که مفهومی کلیدی در نظریه پیاژه است، مبنای نظریه APOS را شکل می‌دهد. این مکانیسم شناختی توضیح می‌دهد که چگونه فرد از طریق تعامل با محیط، اعمال را به فرآیند، فرآیندها را به شیء و در نهایت به یک طرحواره (Schema) انتزاعی تبدیل می‌کند. در نتیجه، نظریه APOS رویکردی سازنده‌گرا دارد که یادگیری را فرایندی تدریجی و پویا در نظر می‌گیرد. مبانی نظری و پیشینه در حوزه

¹ APOS (Action, Process, Object, Schema)

تدوین برنامه درسی، نظریه APOS به عنوان ابزاری مفید برای طراحی دوره‌های آموزشی در ریاضیات مطرح شده است. این نظریه به ویژه در آموزش مفاهیمی مانند حد، مشتق، گروه‌های جبری، توابع، مجموعه‌ها و اعداد حقیقی مورد استفاده قرار گرفته و مطالعات متعددی بر تأثیر آن بر یادگیری ریاضیات تأکید کرده‌اند (عالمیان و همکاران، ۱۳۹۷). در مجموع، نظریه APOS چارچوبی جامع برای درک و بهبود فرایند یادگیری ریاضیات فراهم می‌آورد و به عنوان ابزاری مؤثر در طراحی برنامه‌های درسی مبتنی بر پژوهش در آموزش ریاضیات شناخته می‌شود.

یادگیری مفاهیم ریاضی یکی از چالش‌های اساسی در آموزش ریاضیات است که تأثیر مستقیمی بر درک مفاهیم پیشرفته‌تر و توانایی حل مسئله دانش‌آموزان و دانشجویان دارد. یکی از مشکلات اصلی در این زمینه، عدم درک عمیق و ساختاریافته از مفاهیم بنیادی ریاضیات است که منجر به یادگیری سطحی و ناپایدار می‌شود. مطالعات نشان داده‌اند که بسیاری از دانش‌آموزان در انتقال دانش ریاضی از یک زمینه به زمینه دیگر با دشواری روبرو هستند و اغلب به جای توسعه درک مفهومی، به حفظ فرمول‌ها و الگوریتم‌های مکانیکی متوسل می‌شوند.

در پاسخ به این چالش، نظریه APOS (Action, Process, Object, Schema) به عنوان یک چارچوب شناختی برای تحلیل و بهبود یادگیری مفاهیم ریاضی معرفی شده است. این نظریه با الهام از نظریه بازتاب انتزاعی پیاژه، پیشنهاد می‌کند که یادگیری ریاضیات زمانی اتفاق می‌افتد که دانش‌آموز بتواند مفاهیم را از طریق چهار سطح شناختی عمل (Action)، فرآیند (Process)، شیء (Object) و طرحواره (Schema) درک کند. بر این اساس، توسعه مدل‌های آموزشی بر اساس APOS می‌تواند به بهبود درک مفاهیم ریاضی کمک کرده و یادگیری پایدارتر و عمیق‌تری را تسهیل کند.

پیشینه پژوهش

نظریه APOS در چندین مرحله گسترش یافت:

۱. دهه ۱۹۸۰ - ۱۹۹۵: این مرحله شامل مطالعات اولیه درباره مفاهیم ریاضی همچون استقراء ریاضی، گروه‌ها و عملگرها، مشتق، و دیگر مفاهیم ریاضی بود. این پژوهش‌ها، نخستین شواهد تجربی برای اعتبار نظریه APOS را فراهم کردند.
 ۲. تشکیل گروه RUMEC در دهه ۱۹۹۰: گروه تحقیقاتی Research in Undergraduate Mathematics (RUMEC) Education Community که شامل گروهی از ریاضیدانان و پژوهشگران علوم تربیتی بود، بخش مهمی از پژوهش‌های مبتنی بر APOS را اجرا کرد. این مطالعات، کاربردهای آموزشی APOS را در دوره‌های مختلف دانشگاهی مورد بررسی قرار دادند.
 ۳. ۲۰۰۰ به بعد: پس از پایان فعالیت‌های RUMEC، پژوهشگران مختلف به صورت مستقل به توسعه این نظریه ادامه دادند. مطالعاتی در زمینه توسعه طرحواره (Schema) و معرفی مرحله کلیت‌بخشی (Totality) به عنوان یک مرحله شناختی جدید انجام شد (آرنون و همکاران^۱، ۲۰۱۴).
- پژوهش‌های متعددی برای بررسی اثربخشی نظریه APOS در آموزش مفاهیم ریاضی انجام شده است:
- آزمایش‌های تطبیقی: برخی مطالعات نشان داده‌اند که دانشجویانی که از روش‌های آموزشی مبتنی بر APOS استفاده کرده‌اند، در مقایسه با گروه‌های کنترل که با روش‌های سنتی آموزش دیده‌اند، پیشرفت بیشتری در درک مفاهیم ریاضی داشته‌اند. به عنوان مثال، آسیالا و همکاران^۲ (۱۹۹۷) نشان دادند که یادگیری مبتنی بر APOS باعث بهبود قابل توجهی در درک مفاهیم مشتق و رسم نمودارهای توابع شده است.
 - مطالعات غیر تطبیقی: برخی پژوهش‌ها به تحلیل دانشجویانی که در دوره‌های مبتنی بر APOS شرکت کرده‌اند، پرداخته‌اند. دوبینسکی و همکاران^۳ (۲۰۱۳) در مطالعه‌ای نشان دادند که APOS می‌تواند به عنوان ابزاری تحلیلی برای ارزیابی درک دانشجویان از مفاهیم ریاضی مورد استفاده قرار گیرد.

¹ Arnon

² Asiala et al.

³ Dubinsky et al.

• تحلیل سطح رشد شناختی دانش‌آموزان: مطالعاتی نظیر ولر و همکاران^۱ (۲۰۰۳) نشان داده‌اند که نظریه APOS تنها در بهبود عملکرد ریاضی مؤثر است، بلکه تأثیرات پایداری بر نگرش دانش‌آموزان نسبت به ریاضیات دارد. به‌طور کلی، پیشینه پژوهش درباره نظریه APOS نشان‌دهنده نقش کلیدی آن در درک و بهبود یادگیری مفاهیم ریاضی است. این نظریه همچنان در حال تکامل است و پژوهش‌های آینده می‌توانند به غنی‌سازی بیشتر آن کمک کنند. توجه به اهمیت نظریه APOS در توسعه روش‌های نوین تدریس ریاضیات، بررسی و تحلیل کارآمدی این چارچوب در طراحی برنامه درسی امری ضروری است. امروزه، بسیاری از برنامه‌های درسی ریاضی همچنان بر روش‌های سنتی آموزش تأکید دارند که در آن‌ها یادگیری به شکل انتقال اطلاعات صورت می‌گیرد و توجه کافی به ساختارهای شناختی و چگونگی درک مفاهیم توسط یادگیرندگان نمی‌شود (اومام و سوساندی^۲، ۲۰۲۲).

این مسئله می‌تواند منجر به ضعف در استدلال ریاضی، ناتوانی در حل مسائل جدید و کاهش انگیزه یادگیری شود. به همین دلیل، پژوهش حاضر با هدف مرور و تحلیل نظریه APOS به عنوان چارچوبی برای تدوین برنامه درسی در آموزش ریاضیات، به بررسی تأثیرات این نظریه در یادگیری مفاهیم ریاضی می‌پردازد. این پژوهش به دنبال پاسخ به این سوال است که چگونه می‌توان از APOS برای طراحی یک برنامه درسی که تفکر ریاضی را تقویت کند و باعث ارتقای درک مفهومی در دانش‌آموزان شود، استفاده کرد. علاوه بر این، بررسی این نظریه از منظر تدوین برنامه درسی می‌تواند به معلمان و سیاست‌گذاران آموزشی کمک کند تا روش‌های تدریس خود را بهبود بخشیده و راهکارهای مؤثرتری برای ارتقای کیفیت یادگیری در آموزش ریاضیات ارائه دهند. با توجه به اینکه یادگیری مفهومی ریاضیات نه تنها در دوره‌های تحصیلی ابتدایی و متوسطه، بلکه در آموزش عالی نیز نقش کلیدی ایفا می‌کند، نتایج این پژوهش می‌تواند به بهبود کیفیت آموزش در سطوح مختلف منجر شود (آرنووا و همکاران^۳، ۲۰۲۱).

در نهایت، پژوهش حاضر با بررسی پیشینه نظری و تجربی APOS و نقد آن، به ارائه پیشنهاداتی برای استفاده از این چارچوب در تدوین برنامه درسی ریاضیات خواهد پرداخت و راهکارهای عملی برای طراحی دوره‌های آموزشی مبتنی بر آن را ارائه خواهد کرد.

روش

پژوهش حاضر، از نظر هدف در زمره تحقیقات بنیادی قرار می‌گیرد و از حیث رویکرد، در چارچوب مطالعات تطبیقی-تحلیلی جای می‌گیرد. روش پژوهش بر مبنای تحلیل تطبیقی نظام‌مند است که با هدف شناسایی، تبیین و مقایسه ابعاد نظری و عملی چارچوب APOS در تدوین برنامه‌های درسی آموزش ریاضیات به کار گرفته شده است. این روش، با تمرکز بر رویکرد "تفاوت نظر"، به تحلیل همزمان شباهت‌ها و تفاوت‌های ساختاری و کارکردی مفاهیم پرداخته است.

فرآیند پژوهش در سه مرحله متوالی سازماندهی شده است:

۱. توصیف: در این مرحله، مفاهیم بنیادین، ساختارهای نظری و ویژگی‌های کلیدی چارچوب APOS و سایر الگوهای مرتبط به صورت دقیق و مستند شناسایی و نظام‌مندسازی شده است؛
۲. تفسیر: در این بخش، با تحلیل زمینه‌های نظری، تاریخی و عملی مؤثر بر شکل‌گیری چارچوب‌ها، ابعاد زمینه‌ای و بسترهای کاربردی آن‌ها مورد واکاوی قرار گرفته است؛
۳. مقایسه: بر اساس داده‌های گردآوری شده و تحلیل‌های پیشین، مقایسه‌ای تطبیقی میان چارچوب‌ها صورت گرفته و شاخص‌هایی برای ارزیابی قابلیت‌های نظریه APOS در حوزه تدوین برنامه درسی استخراج شده است (غلامپور و همکاران، ۱۴۰۳).

¹ Weller et al.

² Umam & Susandi

³ Arnawag

حوزه پژوهش شامل مجموعه‌ای گسترده از منابع علمی معتبر، اعم از کتاب‌های تخصصی، مقالات پژوهشی، مطالعات موردی و گزارش‌های تحقیقاتی در زمینه تدوین برنامه درسی و آموزش ریاضیات بوده است. نمونه‌گیری به شیوه هدفمند انجام شده و داده‌ها از طریق سیاهه‌های یادداشت‌برداری ساختاریافته گردآوری شده‌اند. تحلیل داده‌ها نیز با بهره‌گیری از شیوه‌های استنتاج منطقی، تحلیل تصویری و مقایسه تطبیقی، به شیوه‌ای نظام‌مند صورت پذیرفته است.

یافته‌ها

۱. توصیف و تشریح مفروضات نظریه APOS در حوزه تدوین

نظریه APOS (عمل-فرآیند-شیء-طرحواره)، که در دهه‌های اخیر در محافل تحقیقاتی آموزش ریاضی تثبیت شده است، به عنوان یک چارچوب شناختی پیشرو، فرآیند درک و ساخت مفاهیم ریاضی را مدل‌سازی می‌کند. این نظریه بر این فرض استوار است که افراد، مفاهیم ریاضی را از طریق ساخت و سازمان‌دهی ساختارهای شناختی مشخصی شکل می‌دهند که شامل اعمال (Action)، فرآیندها (Process)، اشیاء (Object) و طرحواره‌ها (Schema) است (ایزدی و ریحانی، ۱۴۰۰).

در نظریه APOS، تحول شناختی مفاهیم از طریق سازوکارهای ذهنی ویژه‌ای همچون درونی‌سازی، هماهنگ‌سازی، تجزیه و تعمیم، سازمان‌دهی مجدد و انتزاع انجام می‌شود. هر مفهوم ریاضی ابتدا به صورت یک عمل (فعالیت فیزیکی یا ذهنی بر روی اشیاء ریاضی) ظاهر می‌شود. سپس، از طریق تکرار و سازمان‌دهی این اعمال، فرآیندها شکل می‌گیرند، به گونه‌ای که فرد بدون نیاز به اجرای گام به گام اعمال، می‌تواند به یک درک کلی از فعالیت دست یابد. در گام بعدی، فرآیندها فشرده شده و به عنوان اشیاء (Object) تلقی می‌شوند؛ یعنی فرد می‌تواند بر فرآیندها به عنوان موجودیت‌های مستقل تأمل کند، آن‌ها را تحلیل نماید یا با دیگر اشیاء ریاضی ترکیب کند. در نهایت، این اشیاء در چارچوب طرحواره‌ها (Schemas) سازمان‌دهی می‌شوند؛ ساختارهای پویایی که به فرد اجازه می‌دهند در موقعیت‌های مختلف ریاضی با انسجام و انعطاف عمل کنند (ژونگ^۱، ۲۰۲۳).

مفروضات اصلی نظریه APOS برای طراحی برنامه‌های درسی به شرح زیر است (توکتامیشوف و گورسکایا^۲، ۲۰۲۴):

- آموزش باید فعالیت‌محور باشد: یادگیرندگان باید از طریق فعالیت‌های ذهنی و عملی به درک مفاهیم برسند، نه صرفاً از طریق انتقال اطلاعات.
- ساخت دانش تدریجی است: حرکت از عمل به فرآیند، سپس به شیء و نهایتاً به طرحواره، فرآیندی گام به گام و ناگسستنی است.

- بازتاب و تعمق ضروری است: توسعه مفاهیم بالاتر نیازمند بازتاب شناختی بر اعمال و فرآیندهای قبلی است.
- سازمان‌دهی ساختارهای شناختی: آموزش باید به گونه‌ای طراحی شود که دانش‌آموزان بتوانند مفاهیم را به صورت سازمان‌یافته و در قالب ساختارهای انعطاف‌پذیر فراگیرند.

بر این اساس، تدوین برنامه‌های درسی مؤثر در آموزش ریاضیات باید بر مبنای ایجاد شرایطی باشد که در آن دانش‌آموزان بتوانند به تدریج از سطح عمل به سطوح بالاتر فرآیند، شیء و طرحواره ارتقا یابند. این ارتقا از طریق طراحی دقیق فعالیت‌ها، بحث‌های کلاسی، تمرینات هدفمند و فراهم کردن فرصت‌هایی برای درک عمیق مفاهیم و ساختارهای ریاضی امکان‌پذیر می‌شود.

۲. تفسیر و مقایسه قابلیت‌های نظریه APOS در حوزه ی تدوین برنامه درسی با سایر روش‌های رایج

نظریه APOS (Action-Process-Object-Schema)، فراتر از یک نظریه یادگیری، به‌مثابه چارچوبی شناختی-ساخت‌گرایانه، امکان بازتعریف فرایند تدوین برنامه درسی را فراهم می‌آورد. در این چارچوب، یادگیری نه محصولی

¹ Zhong

² Tuktamyshov & Gorskaya

نهایی بلکه فرآیندی تدریجی و درونی در نظر گرفته می‌شود که طی آن، شناخت از طریق تحول ذهنی مفاهیم در چهار سطح پیاپی شکل می‌گیرد. این نظریه، با تأکید بر بازتاب انتزاعی پیاژه، بر این باور استوار است که فهم پایدار زمانی حاصل می‌شود که یادگیرنده بتواند از سطح «عمل» به سطح «طرحواره» انتقال یابد، انتقالی که مستلزم بازسازی پیوسته ساختارهای شناختی است.

در تدوین برنامه درسی بر اساس APOS، محور اصلی نه محتوای تدریسی، بلکه تحول شناختی فراگیران در نظر گرفته می‌شود. بر این مبنا، محتوا باید به گونه‌ای طراحی گردد که قابلیت فعال‌سازی سطوح شناختی مورد نظر را داشته باشد. به عنوان نمونه، برای مفهوم «حد» در ریاضی، آموزش باید با فعالیت‌های عینی و شهودی آغاز گردد سطح (Action)، سپس از طریق تمرین و بازنمایی، دانش‌آموز به درک فرآیندی برسد (Process)، این فرآیند سپس به شیء شناختی مستقل تبدیل می‌شود (Object) و در نهایت در قالب طرحواره‌های بزرگ‌تر چون «پیوستگی»، «مشتق» و «روند حدی» سازمان می‌یابد. (Schema)

از منظر نظری، APOS با رویکردهای سنتی که بر تحلیل اهداف رفتاری یا الزامات ساختاری تمرکز دارند، متفاوت است؛ زیرا به جای تمرکز بر بروندادها، بر سازوکارهای درونی فهم تمرکز دارد و آموزش را به منزله ساخت معنا در بافت ذهنی یادگیرنده تعریف می‌کند. بدین سان، APOS ماهیتی فرارشته‌ای یافته و می‌تواند به عنوان الگویی فراگیر در طراحی دوره‌های مفهومی، تعمیق یافته و ساخت یافته در حوزه آموزش ریاضی مورد استفاده قرار گیرد (پراتاما^۱، ۲۰۲۲). با بهره‌گیری از جدول ۱ مقاله و چارچوب‌های نظری تحلیل تطبیقی، می‌توان قابلیت‌ها و محدودیت‌های نظریه APOS را در مقایسه با مدل‌های رایج تدوین برنامه درسی به صورت زیر تحلیل کرد:

جدول ۲. تحلیل و مقایسه مدل APOS با سایر مدل‌های رایج

مدل یادگیری متصل	مدل مشارکتی	مدل شایستگی محور	مدل فرآیند محور	مدل محصول محور	نظریه APOS	معیار مقایسه
پیوندگرایی میان رشته‌ای	سازه‌گرایی اجتماعی	عمل‌گرایی	تعامل‌گرایی	رفتارگرایی	شناخت‌گرایی ساخت‌گرایانه	پارادایم نظری
تلفیق یادگیری با زمینه‌های زندگی واقعی	هم‌اندیشی و تصمیم‌سازی گروهی	انطباق با مهارت‌های شغلی	تعامل دانشجو-محتوا-محیط	مهندسی معکوس از اهداف به محتوا	تحول ساختارهای شناختی از طریق سطوح APOS	منطق تدوین
یادگیرنده زمینه‌مند	تصمیم‌گیر در فرایند طراحی	مجموعه فعالیت‌های حرفه‌ای	مشارکت‌کننده فعال	دریافت‌کننده منفعل	فاعل شناختی، معنا ساز	نقشه یادگیرنده
محتوا به عنوان واسطه پیوند میان حوزه‌ها	محتوا انعکاسی از مشارکت جمعی	محتوا به عنوان مجموعه‌ای از مهارت‌ها	محتوا به عنوان بستری برای تعامل	محتوا به عنوان ابزار تحقق اهداف رفتاری	محتوا به عنوان واسطه برای تحول مفاهیم شناختی	رویکرد به محتوا
بافت محور، فرآیندی	مشارکتی، کیفی	عملکرد محور	انعکاسی، مستمر	عینی، کمی، مبتنی بر اهداف	تحلیلی، فرایندی، کیفی	ارزیابی یادگیری
بستگی به زیرساخت میان رشته‌ای دارد	وابسته به مشارکت مؤثر معلمان	محدود به جنبه‌های کاربردی	بسیار بالا (در فعالیت‌های کلاسی و گفت‌وگو محور)	متوسط (در آموزش الگوریتم‌ها مؤثر)	بسیار بالا (با تمرکز بر مفاهیم انتزاعی و پیچیده)	قابلیت بومی سازی در ریاضیات
وابستگی به ساختار نهادی و منابع بین رشته‌ای	چالش هماهنگی و تضاد منافع	فقدان عمق مفهومی	دشواری ارزیابی و اثبات نتایج	عدم انعطاف‌پذیری، تکرارپذیری بالا	پیچیدگی نظری، نیاز به بازآموزی معلمان	محدودیت‌ها

¹ Pratama

تحلیل تطبیقی فوق نشان می‌دهد که نظریه APOS با تمرکز بر شناخت‌شناسی درونی یادگیرنده، نقطه تمایز بنیادینی با دیگر مدل‌های رایج دارد. در حالی که اغلب مدل‌های سنتی یا کاربردمحور بر اهداف بیرونی (اعم از شغلی یا سازمانی) تأکید دارند، APOS بر فرآیندهای درونی‌سازی شناخت و بازسازی مفهومی تأکید می‌ورزد. این ویژگی سبب می‌شود APOS به‌ویژه در آموزش مفاهیم مجرد، نظری و انتزاعی - مانند مفاهیم عالی ریاضیات - از کارآمدی بالاتری برخوردار باشد.

همچنین APOS از قدرت بالایی در هم‌افزایی با مدل‌های دیگر برخوردار است. به‌عنوان نمونه، می‌توان چرخه ACE این نظریه را با رویکرد مشارکتی یا فرآیندمحور تلفیق نمود تا هم عمق شناختی و هم تعامل اجتماعی در تدوین برنامه لحاظ شود. این نشان می‌دهد که APOS نه تنها یک چارچوب نظری، بلکه مدل ترکیبی بالقوه‌ای برای طراحی دروس پیشرفته ریاضی محسوب می‌شود.

در نهایت، نظریه APOS را می‌توان الگویی نوین، جامع و شناخت‌محور دانست که ضمن برخورداری از پشتوانه نظری مستحکم، قابلیت‌های کاربردی گسترده‌ای نیز در طراحی برنامه‌های درسی دارد. مزیت اصلی آن، تطابق با نیازهای واقعی آموزش مفاهیم دشوار و تجربیدی، تأکید بر یادگیری عمیق و تأملی، و فراهم‌سازی سازوکار دقیق برای تحلیل رشد شناختی فراگیران است. از این رو، بهره‌گیری از APOS می‌تواند به ارتقاء کیفی برنامه‌های درسی آموزش ریاضی، به‌ویژه در سطوح متوسطه و عالی، منجر گردد.

بحث و نتیجه‌گیری

یافته‌های این پژوهش نشان می‌دهند که نظریه‌ی APOS، به‌عنوان یک چارچوب شناختی-تکاملی، ظرفیت بالایی در هدایت فرایند تدوین برنامه‌ی درسی ریاضی دارد. برخلاف رویکردهای سنتی برنامه‌ریزی درسی که عمدتاً با رویکرد رفتاری یا ساخت‌گرایانه به طراحی برنامه می‌پردازند، نظریه‌ی APOS فرایند یادگیری را «تحول تدریجی ساختارهای ذهنی» تعریف می‌کند. این چارچوب، با تأکید بر چهار مؤلفه‌ی «عمل»، «فرایند»، «شیء» و «طرحواره»، امکان تحلیل دقیق و طراحی گام‌به‌گام مفاهیم آموزشی را فراهم می‌سازد؛ به‌گونه‌ای که هر مرحله بر اساس سازوکارهای روان‌شناختی مستند و آزموده طراحی می‌شود (دوبینسکی و همکاران، ۱۹۹۴؛ آرنون و همکاران، ۲۰۱۴).

یکی از برجسته‌ترین ویژگی‌های این نظریه، بهره‌گیری از فرایند «تجزیه‌ی ژنتیکی» (Genetic Decomposition) به‌عنوان ابزار طراحی آموزشی است؛ ابزاری که نشان می‌دهد فراگیر برای درک کامل یک مفهوم خاص ریاضی، باید از چه ساختارهای ذهنی و فرایندهای شناختی عبور کند (تریگروس و اکتاک^۱، ۲۰۱۰). این فرایند به برنامه‌ریزان درسی امکان می‌دهد تا محتوای آموزشی را نه صرفاً بر اساس توالی موضوعی، بلکه بر پایه‌ی منطق تحولی ذهن فراگیران سازمان دهند.

در مقایسه‌ی تطبیقی با سایر الگوهای رایج تدوین برنامه‌ی درسی - شامل رویکردهای محصول‌محور، فرایندمحور، شایستگی‌محور، مشارکتی و یادگیری متصل - نظریه‌ی APOS الگویی شناخت‌محور و درون‌زا ارائه می‌دهد. این نظریه به‌جای تمرکز بر پیامدهای بیرونی یادگیری (مانند عملکرد یا تحقق اهداف رفتاری)، بر تعامل درونی مفاهیم، سازمان‌دهی شناختی آن‌ها در قالب طرحواره‌ها، و چگونگی دگرگونی آن‌ها در ذهن فراگیر تأکید دارد. چنین رویکردی، به‌ویژه در آموزش مفاهیم انتزاعی و ساختاریافته‌ای مانند حد، مشتق، تابع‌ها و ساختارهای جبری، از مزیت‌های منحصربه‌فردی برخوردار است (کاترل و همکاران^۲، ۱۹۹۶؛ ولر و همکاران، ۲۰۰۳).

با وجود مزایای تئوریک و تجربی فراوان، به‌کارگیری عملی نظریه‌ی APOS در تدوین برنامه‌ی درسی با چالش‌هایی نیز همراه است؛ از جمله:

^۱ Trigueros & Oktaç

^۲ Cottrill

- نیاز به بازآموزی و ارتقاء شایستگی‌های معلمان برای درک و اجرای مفاهیم APOS؛
 - زمان‌بر بودن طراحی محتواهای آموزشی مبتنی بر تجزیه‌ی ژنتیکی؛
 - دشواری در طراحی نظام‌های ارزشیابی استاندارد مبتنی بر سطوح شناختی؛
 - مقاومت ساختارهای سنتی آموزش در برابر تغییرات بنیادین در نگرش به برنامه‌ریزی درسی.
- با این حال، شواهد پژوهشی (آرنون و همکاران، ۲۰۱۴؛ دوبینسکی و همکاران، ۲۰۱۳) نشان می‌دهند که در محیط‌هایی که شرایط اجرایی مناسب فراهم باشد، اجرای نظریه‌ی APOS می‌تواند به تعمیق یادگیری، تقویت خودتنظیمی شناختی و افزایش پایداری مفهومی در میان فراگیران منجر شود.

۳. پیشنهادهایی برای پژوهش‌های آینده

- بر مبنای تحلیل نظری و تجربی انجام‌شده، پیشنهادهای زیر برای پژوهش‌های آتی مطرح می‌شود:
- بررسی اثربخشی الگوی APOS در طراحی دروس بین‌رشته‌ای (مانند ریاضی-علوم رایانه یا ریاضی-فلسفه)؛
 - توسعه ابزارهای ارزشیابی کیفی و پویای مبتنی بر سطوح چهارگانه شناختی (A-P-O-S)؛
 - مطالعه تطبیقی اثربخشی APOS در محیط‌های آموزش حضوری و یادگیری دیجیتال؛
 - تحلیل نقش تجزیه ژنتیکی در شناسایی خطاهای مفهومی دانش‌آموزان و طراحی مداخلات درمانی؛
 - بررسی امکان تلفیق APOS با چارچوب‌های آموزشی مانند یادگیری مبتنی بر پروژه (PBL) و طراحی آموزشی بازتابی.

نظریه APOS با برخورداری از بنیان‌های نظری ساخت‌گرایانه، سازوکارهای دقیق روان‌شناختی، و ابزارهای کاربردی برای طراحی محتوا و فعالیت‌های آموزشی، الگویی نوین و توانمند در حوزه تدوین برنامه درسی به‌ویژه در آموزش ریاضی محسوب می‌شود. تلفیق این نظریه با سایر مدل‌های نوین برنامه‌ریزی، می‌تواند افق‌های تازه‌ای در جهت طراحی دروسی عمیق، معنادار، و پایداری‌بخش برای فراگیران فراهم آورد و مسیر تحول کیفی در آموزش مفاهیم انتزاعی را هموار سازد.

مشارکت نویسندگان

نویسندگان به میزان برابر در فرآیند نگارش مقاله مشارکت داشتند.

تعارض منافع

«هیچ‌گونه تعارض منافع توسط نویسندگان بیان نشده است»

منابع

- ایزدی، ف.، و ریحانی، ن. (۲۰۲۱). بررسی درک دانش‌آموزان دوره دوم ابتدایی شهر تهران از زیرساختار جزء به کل مفهوم کسر بر اساس نظریه APOS و SOLO، با استفاده از یک تکلیف غیرمعمول. پژوهش در برنامه‌ریزی درسی، ۱۸(۶۸)، ۱۴۱-۱۲۴.
- جعفری، م.، و احمدی کلاته احمد، س. (۲۰۲۴). بررسی سطح درک دانش‌آموزان از مبحث مغناطیس با استفاده از مدل APOS. پویش در آموزش علوم پایه، ۱۰(۳۶)، ۹۱-۵۹.
- افخمی بنائی، ر.، اصغری، ن.، مدقالچی، ع.، و پاشائی، ف. (۲۰۲۴). ارتقای سازه‌های ذهنی دانش‌آموزان پایه هفتم در تعمیم الگوهای شکلی: به‌کارگیری نظریه APOS و آگاهی از ساختار فناوری آموزش (TEJ)، ۱۸(۲).

عالمیان، و.، قایدی، م.، حبیبی، ح.، و ملوک، م. (۲۰۱۹). بررسی میزان درک و فهم دانش‌آموزان سال چهارم متوسطه از مفهوم انتگرال در چارچوب نظریه‌ی APOS. *پویش در آموزش علوم پایه*، ۵(۱۴)، ۲۲-۳۷.

References

- Arnawa, I., Ginting, B., & Nita, S. (2021). Does the Use of APOS Theory Promote Students' Achievement in Elementary Linear Algebra?. *International Journal of Instruction*, 14(3), 175-186.
- Arnon, I., Cottrill, J., Dubinsky, E., et al. (2014). *APOS Theory: A Framework for Research and Curriculum Development in Mathematics Education*. Springer.
- Cottrill, J., Dubinsky, E., Nichols, D., Schwingendorf, K., Thomas, K., & Vidakovic, D. (1996). Understanding the limit concept: Beginning with a coordinated process schema. *Journal of Mathematical Behavior*, 15(2), 167-192.
- Dubinsky, E. (1994). *Reflective Abstraction in Advanced Mathematical Thinking*. In D. Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking*. Springer.
- Nazar, M., & Rid, S. A. (2024). Post 18th Amendment Curriculum Design: A District Level Decision-Space Analysis. *Journal of Entrepreneurship, Management, and Innovation*, 6(2), 173-195.
- Pratama, F. W. (2022). Tingkat Pemahaman Konsep Siswa pada Materi Pola Bilangan Berdasarkan Teori APOS. *Mosharafa: Jurnal Pendidikan Matematika*, 11(2), 237-246.
- Trigueros, M., & Oktaç, A. (2010). Understanding the function concept in a collaborative learning environment. *Educational Studies in Mathematics*, 73, 233-251.
- Tuktamyshov, N. K., & Gorskaya, T. Y. (2024). APOS Theory in Learning Mathematics (Using Trigonometry as an Example). *ИНТЕГРАЦИЯ ОБРАЗОВАНИЯ INTEGRATION OF EDUCATION*, 28(1), 112.
- Umam, K., & Susandi, A. D. (2022). Critical Thinking Skills: Error Identifications on Students' with APOS Theory. *International Journal of Evaluation and Research in Education*, 11(1), 182-192.
- Weller, K., Arnon, I., & Dubinsky, E. (2003). Pre-service teachers' understanding of the limit concept: Interactions between theory and practice. *Journal of Mathematical Behavior*, 22(1), 1-18.
- Zhong, H. X., Lai, C. F., Chang, J. H., & Chiu, P. S. (2023). Developing creative material in STEM courses using integrated engineering design based on APOS theory. *International Journal of Technology and Design Education*, 33(4), 1627-1651.