



پژوهش در آموزش علوم تجربی

شاپا الکترونیکی: ۲۶۴۵-۳۶۴۹

Home Page: <https://basicscience.cfu.ac.ir>



ارزیابی خطاهای دانش آموزان پایه ششم بر اساس مدل تحلیل نیومن در مفاهیم سطح و حجم هندسی

شایسته رضائی^{۱*}، و نسرين ساری^۲

۱. استادیار گروه ریاضی، واحد الیگودرز، دانشگاه آزاد اسلامی، الیگودرز، ایران.

۲. گروه مدیریت آموزشی، واحد الیگودرز، دانشگاه آزاد اسلامی، الیگودرز، ایران.

* نویسنده مسئول: sh.rezaei@iau.ac.ir

اطلاعات مقاله	چکیده
نوع مقاله: مقاله پژوهشی	متن چکیده هدف از این پژوهش، ارزیابی خطاهای دانش آموزان پایه ششم بر اساس مدل تحلیل نیومن در مفاهیم سطح و حجم بود. پژوهش از نظر هدف، کاربردی و از نظر روش اجرا، توصیفی-همبستگی از نوع پیمایشی بود. جامعه آماری شامل دانش آموزان پایه ششم ابتدایی شهر ازنا در سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲، به تعداد ۱۲۹۸ نفر بود. نمونه آماری به تعداد ۱۵۰ دانش آموز، به روش نمونه‌گیری تصادفی خوشه‌ای (شش کلاس) انتخاب شد. ابزار استفاده شده در این پژوهش، علاوه بر آزمون محقق ساخته مشتمل بر ۵ سؤال در سه ساختار مفهومی، کاربردی و محاسباتی، مصاحبه‌ی کیفی از دانش آموزان برای پاسخ‌های داده شده و شناسایی خطاها بود. روایی آزمون با شاخص نسبت روایی محتوایی تأیید شد. همچنین، پایایی آزمون به روش آلفای کرونباخ (۰/۹۵) تأیید گردید. تجزیه و تحلیل داده‌ها با نرم‌افزار SPSS نسخه‌ی ۲۶ انجام شد. نتایج به‌دست‌آمده نشان داد که دانش آموزان در سطح خطای خواندن، ۲ درصد؛ در سطح درک، ۵۴ درصد؛ در سطح تبدیل، ۳۷ درصد؛ در سطح پردازش، ۲۴ درصد؛ و در سطح کدگذاری، ۲۸ درصد خطا داشتند. بنابراین، کمترین خطا مربوط به سطح خواندن و بیشترین خطا مربوط به سطح درک و سپس تبدیل بود. همچنین، بین عملکرد دانش آموزان و خطاهای پنج‌گانه‌ی نیومن رابطه‌ای منفی و معنادار وجود داشت؛ به این معنا که هرچه خطاهای دانش آموزان افزایش یابد، عملکرد آن‌ها کاهش پیدا می‌کند. همچنین، در مقایسه دوتایی ساختارها، بین دو ساختار کاربردی و محاسباتی با ضریب همبستگی فی برابر با ۰/۴۰، ارتباط قوی‌تری مشاهده شد.
تاریخچه مقاله: تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۱/۱۸ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۴/۰۲/۵ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۳/۳۱ تاریخ انتشار: ۱۴۰۴/۰۸/۱۸	
کلیدواژه‌ها: ارزیابی خطاها، مفاهیم سطح و حجم هندسی، خطای نیومن، پایه ششم.	

ارجاع: رضائی، شایسته؛ (۱۴۰۴)، ارزیابی خطاهای دانش آموزان پایه ششم بر اساس مدل تحلیل نیومن در مفاهیم سطح و حجم هندسی. پژوهش در آموزش علوم تجربی، ۱۱(۳۸)، ۸۰-۶۷.

<http://doi.org/10.48310/basic.2025.18314.1514>



© نویسنده گان.

ناشر: دانشگاه فرهنگیان.

مقدمه

یکی از مهم‌ترین مسائل ریاضی، مسائل کلامی است. متأسفانه دانش‌آموزان اغلب در استفاده از مطالب ارائه‌شده در کلاس ریاضی موفق نیستند؛ مهم‌ترین مشکل دانش‌آموزان در مسائل ریاضی، ناتوانی آن‌ها در درک و فهم مسئله است. آن‌ها نمی‌توانند به‌خوبی درک کنند که مسئله از آن‌ها چه خواسته است و باید به دنبال چه چیزی باشند. در همین راستا، نوراسیا^۱ (۲۰۰۲)، بیان می‌کند که عمده‌ی دانش‌آموزان در حل مسائل کلامی و در درک زبان ریاضیات مشکل دارند و در حل مسائل ریاضی با شکست مواجه می‌شوند. علت این شکست و عدم موفقیت آن‌ها این است که دانش‌آموزان در درک زبان ریاضی و تفسیر جملات برای ادامه‌ی روند مهارت‌های پردازش و در نهایت حل مسئله، مشکل دارند (بهاءلو هوره و همکاران، ۱۳۹۵).

درک چیزی بیشتر از به‌دست‌آوردن مفاهیم یا مهارت در یک زمان است (عظیم‌پور و همکاران، ۱۳۹۶، نقل‌شده از کارپر و لارر^۲، ۱۹۹۹). درک شامل فعالیت ذهنی پیچیده و چندبعدی است که در فرایندی پیوسته و مولد در حال ایجاد و تداوم است. در درس ریاضی، درک مفاهیم، ایده‌ها و مهارت‌ها در دانش‌آموزان می‌تواند منجر به آموزش و یادگیری مطلوب در ریاضی شود. شیوه‌ای که دانش‌آموزان این مفاهیم را درونی‌سازی می‌کنند و یا شیوه‌ای که این مفاهیم آموزش داده می‌شود و با مفاهیم قبلی ارتباط داده می‌شود، می‌تواند در موفقیت درس ریاضی مؤثر واقع شود (عظیم‌پور و همکاران، ۱۳۹۶، نقل‌شده از اوون و توریش^۳، ۲۰۰۷).

یکی از استدلال‌های ریاضی و بخصوص هندسی، درک شهودی است. در ریاضیات، دانش‌گریزی یا احساس بدون استدلال را درک شهودی گویند. شهود از فردی به فرد دیگر فرق دارد و حتی درک شهودی در زمان‌های متفاوت برای یک شخص ثابت نیست و با گذشت زمان در حال تغییر است. بنابراین می‌توان گفت که دو مفهوم سطح و حجم به نحوی با مسئله‌ی شهود افراد در ارتباط است و باعث ایجاد خطاهایی در بین دانش‌آموزان می‌شود (دواچی، رفعت، ۱۳۹۴).

از آن‌جا که ریاضیات دوره‌ی ابتدایی دارای موضوعات مفهومی است، یکی از عواملی که منجر به مشکلات جدی در یادگیری ریاضیات می‌شود، خطاهایی است که از درک مفاهیم به‌وجود می‌آید. بنابراین، احتمال دارد برای دانش‌آموزان در یادگیری مفاهیم موضوعات ریاضی، به‌ویژه سطح و حجم، خطاهایی رخ دهد. از این‌رو، بررسی و ارزیابی خطاهای دانش‌آموزان و دلایل بروز آن‌ها از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. تشخیص خطاهایی که توسط دانش‌آموزان رخ می‌دهد، می‌تواند به معلمان کمک کند تا رویکردهای مناسب‌تری را برای اصلاح تدریس خود اتخاذ نمایند. روش‌های متعددی برای تحلیل خطاهای دانش‌آموزان وجود دارد. یکی از این روش‌ها، روش تحلیل خطای نیومن است که شامل شیوه‌ای نظام‌مند برای تحلیل خطاهایی است که دانش‌آموزان در حین پاسخ‌گویی به سؤالات کتبی ریاضی مرتکب می‌شوند. این روش به‌صورت سلسله‌مراتبی و مبتنی بر این فرض است که دانش‌آموزان در حل مسئله، الگوهای ذهنی منظمی را دنبال می‌کنند که قابل تقسیم به مراحل مشخصی است.

بحث سطح و حجم، از مباحث اصلی در کتاب ریاضی پایه ششم ابتدایی است. بسیاری از دانش‌آموزان در درک، به‌کارگیری و حل مسائل مربوط به این مبحث، با مشکلات متعددی روبه‌رو هستند. از طرفی، موارد فراوانی مشاهده شده است که دانش‌آموزان با وجود درک این دو مبحث و دانستن راه‌حل مسئله، به‌دلیل بی‌دقتی یا بی‌انگیزگی در کامل کردن پاسخ، با شکست مواجه شده‌اند. پس از امتحان یا حل تمرین‌ها، معمولاً جملاتی مانند: «همه را بلد بودم، ولی به جواب نرسیدم»، «هر کاری کردم به نتیجه‌ای که شما خواستید نرسیدم»، یا «حل شد؛ ولی برای رسیدن به جواب، دو صفحه نوشتم» را بیان می‌کنند. این موضوع، به‌علت عدم بازیابی و کنترل راه‌حل مسئله رخ می‌دهد و دانش‌آموزان متوجه خطاهایی که باعث انحراف از مسیر صحیح حل مسئله شده، نمی‌شوند (کرمان، ۱۳۹۴).

^۱ Norasia

^۲ Carpenter & Lehrer

^۳ Even & Tirosh

با توجه به این که حل مسائل کلامی سطح و حجم، بخشی از فرایند حل مسئله‌ی ریاضی است، بروز خطا در طی آن، نه تنها دور از انتظار نیست بلکه به دلیل ماهیت این مسائل، احتمال بیشتری نیز دارد. اگرچه ارائه‌ی مسائل ریاضی در قالب متن، جایگاه مهمی در آموزش ریاضی دارد، اما پژوهشگران متعددی (یونس (Yunus, 2019)؛ وجی (Wijaya, 2014)؛ راحمان (Rahman, 2019)) بر این باورند که بهره‌بردن از این عامل در طرح مسئله، پاسخ‌گویی به آن را برای دانش‌آموزان دشوارتر می‌سازد. بنابراین، شناخت خطاها و مشکلات دانش‌آموزان در حل مسائل کلامی ریاضی بسیار حائز اهمیت است و ارزیابی و بررسی این خطاها می‌تواند به بهبود عملکرد آن‌ها در حل این مسائل کمک قابل توجهی نماید.

مدل تحلیل خطای نیومن، روشی نظام‌مند و به صورت سلسله‌مراتبی است که مشتمل بر پنج مرحله‌ی خواندن، درک، تبدیل، مهارت‌های فرایندی و کدگذاری می‌باشد. نیومن در تحلیل خود به طور مؤکد از واژه‌ی «سلسله‌مراتب» استفاده می‌کند؛ زیرا شکست در هر سطحی از این دنباله، حل‌کننده‌ی مسئله را از پیشرفت رضایت‌بخش بازمی‌دارد. در مدل نیومن، مصاحبه‌گر در روند حل مسئله‌ی دانش‌آموز دخالتی ندارد و زمانی که فرد ناتوان از ادامه‌ی حل مسئله شود، مدل نیومن بیان می‌کند که خطا در آن سطح رخ داده است و تلاشی برای کمک به آزمودنی جهت پی‌بردن به خطای رخ داده نمی‌شود، مگر این که فرد به طور شانس‌ی و با دلایل ناقص به پاسخ برسد.

از جمله خطاهایی که دانش‌آموزان در مبحث سطح و حجم، به دلیل بدفهمی یا درک نادرست مطلب با آن‌ها مواجه می‌شوند، می‌توان به این موارد اشاره کرد: خطا در تبدیل واحدها؛ عدم درک فاصله بین واحدها؛ خطا در درک حجم‌ها؛ تصور نادرست درباره مساحت به عنوان یک عدد صرف (در حالی که مساحت، یک واحد برای پوشاندن سطح است)؛ استفاده صحیح از فرمول مساحت مستطیل، اما ناتوانی در درک معنای پوشاندگی سطح و تفاوت آن با حاصل ضرب طول و عرض؛ خطا در درک مسائل مربوط به حجم و گنجایش؛ ناتوانی در تشخیص رابطه طول، سطح و حجم؛ و خطا در تشخیص عرض و ارتفاع در اشکال حجمی و... شایان ذکر است شناسایی و کشف خطاهای دانش‌آموزان برای معلمان اهمیت فراوانی دارد؛ چراکه آن‌ها می‌توانند تا حدودی روش تدریس خود را بر مبنای اشتباهات دانش‌آموزان تعدیل کنند. تشخیص خطاها کمک می‌کند که بفهمیم چه روشی، چگونه و در چه شرایطی بر یادگیری دانش‌آموزان مؤثر است (علم‌الهدایی، ۱۳۹۸).

شناسایی خطاهای دانش‌آموزان در حل مسائل سطح و حجم، معلمان را برای رفع این مشکلات و بهبود آموزش یاری می‌رساند. روش تحلیل خطای نیومن یکی از روش‌های کاربردی برای تحلیل خطای دانش‌آموزان در روند حل مسئله است. بر اساس پژوهش‌های پیشین، بروز خطا در سطوح خواندن و درک در مدل تحلیل خطای نیومن، دلالت بر ضعف دانش زبانی دانش‌آموزان دارد؛ در حالی که ارتکاب خطا در سطوح تبدیل، مهارت‌های فرایندی و کدگذاری، حاکی از کمبود دانش ریاضی آن‌هاست.

بنابر گفته‌ی کلمنتس و الرتون (Clements & Ellerton, 1996)، تحلیل‌های داده‌ای مبتنی بر روال نیومن، توجه ویژه‌ای را به موارد زیر جلب کرده‌اند:

۱. تأثیر عوامل زبانی بر یادگیری ریاضی؛
۲. نامناسب بودن بسیاری از برنامه‌های جبرانی ریاضی در مدارس که در آن‌ها تأکید بیش از حدی روی یاددهی مجدد الگوریتم‌های استاندارد وجود دارد؛

۳. اهمیت توسعه محیط‌های یادگیری که در آن‌ها دانش‌آموزان «کار با ریاضی» را بیاموزند.

یکی از انواع مسائل کلامی که در دنیای واقعی - از جمله مهندسی، اقتصاد، پزشکی، صنعت و هر علمی که با مفاهیم اکسترمم، کمینه، بیشینه، حداقل، حداکثر، حجم و سطح و مفاهیمی از این دست سروکار دارد؛ مطرح است، محاسبه‌ی اشکال هندسی می‌باشد. بدون شک، در حل هر مسئله‌ای احتمال بروز خطا وجود دارد. مسائل کلامی حجم و سطح نیز از این قاعده مستثنا نیستند و دانش‌آموزان در حل این نوع مسائل نیز دچار خطا می‌شوند. معلمان نباید این خطاها را نادیده بگیرند، بلکه باید با استفاده از الگوهای تحلیل خطا، در جهت شناسایی و رفع آن‌ها تلاش کنند. شناسایی و کشف خطاهای نظام‌مندی که ناشی از بدفهمی‌های دانش‌آموزان است، برای معلمان اهمیت زیادی دارد؛ زیرا آن‌ها می‌توانند تا حدودی روش تدریس خود را بر مبنای این بدفهمی‌ها تعدیل کنند. تشخیص بدفهمی‌ها کمک خواهد کرد که معلمان بفهمند چه روشی، در

چه زمانی و کجا در یادگیری دانش‌آموزان مؤثر است. معلمان وظیفه دارند پس از شناسایی و آگاهی از بدفهمی‌های دانش‌آموزان، از شکل‌گیری بدفهمی‌های احتمالی جلوگیری کرده و بدفهمی‌های قبلی آن‌ها را اصلاح نمایند تا خطاهای نظام‌مند رخ ندهد (دوستی و ریحانی، ۱۳۹۴). رفع خطاهای محاسباتی، مستلزم درک مفهومی دانش‌آموز از تدریس معلم است. از آنجایی که خطاهای محاسباتی قابل پیش‌بینی نیستند و عنوان «اشتباه» به آن‌ها داده می‌شود و اشتباهات، خطاهایی هستند که در اثر بی‌دقتی رخ می‌دهند، معلم می‌تواند با شناسایی خطاهای محاسباتی، متوجه بی‌دقتی‌های دانش‌آموزان در مباحث سطح و حجم شود و راهکارهای مناسبی را برای رفع این بی‌دقتی‌ها به آن‌ها ارائه دهد. پژوهش‌ها نشان می‌دهد که درک معلمان از چگونگی درک و تفکر دانش‌آموز بسیار محدود است. برای مثال، تحقیق نیتان و کوندینگر^۱ نشان داد که راهبردهای حل مسئله که توسط دانش‌آموزان به کار گرفته شد، با آنچه معلمان و محققین تصور می‌کردند، تفاوت داشت. این آگاهی، معلم را در فرآیند طراحی آموزشی و اجرای آن یاری می‌دهد و معلمان می‌توانند برای جلوگیری از بروز بدفهمی‌ها یا مواجهه با آن‌ها آمادگی لازم را در خود ایجاد نمایند. ترنوکلو و یسیلدر^۲ نیز معتقدند که آگاهی از شناخت و بدفهمی‌های دانش‌آموزان از اجزای مهم دانش پداگوژیکی موضوعی معلمان باید باشد و آگاهی از مفاهیم درک‌شده و خطاها و بدفهمی‌های دانش‌آموزان از عناصر اساسی دانش پداگوژیکی محتوا است (بخشعلی‌زاده، ۱۳۹۲).

عالمیان و همکاران (۱۳۹۶)، پژوهشی تحت عنوان «تحلیل خطاهای دانش‌آموزان چهارم تجربی در حل مسائل کلامی کاربرد مشتق بر اساس مدل نیومن» در شهرستان سمیرم انجام داد. نتایج حاصل نشان داد که بیشترین خطا مربوط به مرحله درک و کمترین خطا مربوط به مرحله خواندن بود. در پژوهشی دیگر که توسط اسماعیلی و رفیع‌پور (۱۳۹۳) درباره تحلیل خطاهای نیومن روی دانش‌آموزان پایه پنجم ابتدایی انجام شد، نتایج نشان داد که حدود ۷۱٪ از خطاهای دانش‌آموزان مربوط به خواندن، درک و تبدیل و بقیه مربوط به مهارت‌های فرآیندی و کدگذاری بوده است. اسدنژاد و یافیتیان (۱۳۹۵) نیز پژوهشی با عنوان «ارزیابی خطاهای دانش‌آموزان در حل مسائل کلامی بر اساس تحلیل نیومن» روی دانش‌آموزان پایه چهارم ابتدایی انجام دادند. نتایج حاصل از پژوهش آن‌ها نشان داد که کل خطاهای رخ داده توسط نمونه انتخاب‌شده، ۲۲۹ مورد بوده است که از این تعداد، ۱۹/۲۱٪ از کل خطاهای رخ داده مربوط به خطای خواندن، ۵۹/۱۶٪ مربوط به خطای درک، ۴۳/۶۷٪ مربوط به خطای تبدیل، ۱۸/۸۷٪ مربوط به خطای مهارت‌های پردازش و ۱/۷٪ مربوط به خطای کدگذاری بوده است.

در ادامه‌ی تحقیقات قبلی و با توجه به اینکه سلسله‌مراتب خطاهای نیومن برای مفاهیم سطح و حجم هندسی بررسی نشده بود، هدف این پژوهش، ارزیابی خطاهای دانش‌آموزان پایه ششم در حل مسائل کلامی مفاهیم سطح و حجم هندسی در شهر ازنا با توجه به الگوی نیومن بود. عدم انجام پژوهش‌های لازم در کشور درباره‌ی بررسی و ارزیابی خطاهای دانش‌آموزان پایه ششم بر اساس مدل تحلیل نیومن در مفاهیم سطح و حجم، باعث احساس ضرورت پژوهش در این زمینه شد.

روش شناسی پژوهش

این پژوهش از نظر هدف کاربردی و از نظر اجرا توصیفی-همبستگی و از نوع پیمایشی بود. این تحقیق به بررسی وضع موجود پرداخت؛ بنابراین در قلمرو تحقیقات توصیفی قرار گرفت و از آنجایی که محقق درصدد بررسی و تحلیل عملکرد دانش‌آموزان با سلسله‌مراتب خطاهای نیومن بود، در قلمرو همبستگی قرار گرفت. در این نوع تحقیق، رابطه میان متغیرها براساس اهداف تحقیق تحلیل شد. اطلاعات مربوط به مسئله‌ی اصلی تحقیق به صورت میدانی، از طریق آزمون محقق‌ساخته برای مفاهیم سطح و حجم و مصاحبه با دانش‌آموزان جهت بررسی پاسخ‌های آزمون برای تحلیل براساس الگوی نیومن و مسائل کلامی به دست آمد. برای روایی سوالات آزمون، ابتدا ۱۰ سوال از کتاب راهنمای ریاضی معلم پایه مورد تایید سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، با همکاری جمعی از اساتید ریاضی و معلمان پایه ششم شاغل در آموزش و پرورش، به روایی گذاشته شد و از بین آن‌ها روایی ۵ سوال تأیید شد. سپس برای تأیید پایایی سوالات تأییدشده، از ۳۰ نفر از دانش‌آموزان آزمون گرفته شد و با استفاده از آزمون آلفای کرونباخ (۰٫۹۵)، پایایی سوالات نیز مورد تأیید قرار گرفت.

برای ارزیابی و شناسایی خطاهای دانش‌آموزان در توانایی و مهارت‌های حل مسئله کلامی و پاسخ‌گویی بهتر و دقیق‌تر به سوالات تحقیق، از مصاحبه نیز به‌عنوان ابزاری کیفی و مکمل برای آزمون‌ها استفاده گردید. به این ترتیب که پس از برگزاری آزمون، از دانش‌آموزان خواسته شد که به اتاق جداگانه‌ای رفته و در مورد چگونگی حل سوالات به سوالات محقق پاسخ دهند. همچنین از آن‌ها خواسته شد که یک بار دیگر سوالات را در مقابل مصاحبه‌کننده حل نمودند و در عین حل مسئله و مصاحبه، خطاهای آنان ثبت شد.

جامعه‌ی آماری مورد مطالعه در این پژوهش، کلیه دانش‌آموزان پایه ششم مقطع دبستان در شهر ازنا در سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲، به تعداد ۱۲۹۸ نفر بود. با توجه به جدول مورگان، حجم نمونه ۲۹۶ نفر محاسبه شد، اما با توجه به بخش کیفی پژوهش، از روش نمونه‌گیری تصادفی خوشه‌ای استفاده شد و حجم نمونه‌ی آماری ۱۵۰ نفر از دانش‌آموزان پایه ششم شهر ازنا بود.

از ضریب همبستگی اسپیرمن، ضریب همبستگی لامبدا، ضریب همبستگی فی و آزمون خی‌دو استقلال برای آزمون سوال‌های پژوهش به همراه آزمون‌های مربوط به مفروضات آن استفاده شد. جهت تجزیه و تحلیل داده‌های پژوهش از نرم‌افزار آماری SPSS نسخه‌ی ۲۶ استفاده گردید.

یافته‌های پژوهش

جهت بررسی فراوانی و تعیین بیشترین و کمترین خطاهای دانش‌آموزان پایه ششم در مفاهیم سطح و حجم، فراوانی و درصد خطاهای نیومن در جدول‌های ۱ و ۲ ارائه شده است.

جدول ۱. اطلاعات توصیفی متغیرهای پژوهش.

متغیر	فراوانی					
	صفر خطا	یک خطا	دو خطا	سه خطا	چهار خطا	پنج خطا
خطای خواندن	۱۴۷ (۹۸)	۱ (۰/۷)	-	۲ (۱/۳)	-	-
خطای درک	۶۹ (۴۶)	۲۸ (۱۸/۷)	۲۶ (۱۷/۳)	۱۱ (۷/۳)	۳ (۲)	۱۳ (۸/۷)
خطای تبدیل	۹۵ (۶۳/۳)	۳۷ (۲۴/۷)	۱۸ (۱۲)	-	-	-
خطای پردازش	۱۱۵ (۷۶/۷)	۲۵ (۱۶/۷)	۸ (۵/۳)	۲ (۱/۳)	-	-
خطای رمزگذاری	۱۰۸ (۷۲)	۲۹ (۱۹/۳)	۱۱ (۷/۳)	۲ (۱/۳)	-	-

جدول ۲. تعداد خطای دانش‌آموزان به تفکیک سوالات و پنج سطح الگوی نیومن.

متغیر	فراوانی					
	خطای خواندن تعداد(درصد)	خطای درک تعداد(درصد)	خطای تبدیل تعداد(درصد)	خطای پردازش تعداد(درصد)	خطای کدگذاری تعداد(درصد)	بدون خطا تعداد(درصد)
سؤال ۱	۰ (۰)	۲۴ (۱۶)	۵ (۳/۳۳)	۹ (۶)	۳ (۲)	۱۱۰ (۷۳)
سؤال ۲	۰ (۰)	۲۷ (۱۸)	۲۴ (۱۶)	۸ (۵/۳)	۲۶ (۱۷/۳)	۷۱ (۴۷)
سؤال ۳	۲ (۱/۳۳)	۳۳ (۲۲)	۹ (۶)	۹ (۶)	۴ (۲/۶)	۹۳ (۶۲)
سؤال ۴	۲ (۱/۳۳)	۵۰ (۳۳/۳)	۲۳ (۱۵/۳)	۱۲ (۸)	۱۴ (۹/۳)	۵۷ (۳۸)
سؤال ۵	۳ (۲)	۵۶ (۳۷/۳)	۱۲ (۸)	۹ (۶)	۱۰ (۶/۶)	۵۹ (۳۹)

جهت بررسی ارتباط بین خطای خواندن، خطای درک، خطای تبدیل، خطای مهارت پردازش و خطای کدگذاری و عملکرد دانش آموزان در مفاهیم سطح و حجم، از ضریب همبستگی اسپیرمن استفاده شد که نتایج آن در جدول ۳ آمده است.

جدول ۳. همبستگی بین خطاها و عملکرد دانش آموزان.

متغیر ملاک	متغیر پیش بین	ضریب همبستگی	معنی داری
عملکرد دانش آموزان	خطای خواندن	-۰/۲۲	۰/۰۰۱
عملکرد دانش آموزان	خطای درک	-۰/۸۵	۰/۰۰۱
عملکرد دانش آموزان	خطای تبدیل	-۰/۳۹	۰/۰۰۱
عملکرد دانش آموزان	خطای مهارت‌های پردازش	-۰/۱۷	۰/۰۳
عملکرد دانش آموزان	خطای کدگذاری	-۰/۱۶	۰/۰۳
عملکرد دانش آموزان	خطاهای پنج‌گانه	-۰/۸۷	۰/۰۰۱

در نتیجه، بین خطای خواندن، خطای درک، خطای تبدیل، خطای مهارت پردازش و خطای کدگذاری و عملکرد دانش آموزان در مفاهیم سطح و حجم، رابطه منفی معناداری وجود دارد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، ضریب همبستگی بین متغیر عملکرد دانش آموز و خطاهای پنج‌گانه نیز برابر با $-0/87$ - می‌باشد که در سطح اطمینان $0/95$ معنادار است. در نتیجه، بین خطاهای دانش آموزان و عملکرد دانش آموزان پایه ششم ابتدایی در مفاهیم سطح و حجم رابطه منفی معناداری وجود دارد.

ارتباط بین عملکرد دانش آموزان و خطاهای آن‌ها در سه نوع ساختار مفهومی، کاربردی و محاسباتی با استفاده از آزمون خی‌دو و ضریب همبستگی لامبدا مورد بررسی قرار گرفت و نتایج آن در جدول ۴ ارائه شده است.

جدول ۴. ارتباط بین عملکرد تحصیلی و خطاهای ساختاری.

متغیر ۱	متغیر ۲	خی دو	درجه آزادی	ضریب همبستگی لامبدا	P
عملکرد تحصیلی	ساختار مفهومی	۸۴/۲۷	۳	-۰/۳۹	۰/۰۰۱
	ساختار کاربردی	۷۲/۱۷	۳	-۰/۴۲	۰/۰۰۱
	ساختار محاسباتی	۵۵/۳۳	۳	-۰/۳۵	۰/۰۰۱

همان‌گونه که در جدول ۴ مشاهده می‌شود، با توجه به آماره‌ی آزمون و سطح معنی داری به‌دست آمده ($0/001$) بین متغیر عملکرد تحصیلی با هر یک از خطای ساختار مفهومی ($84/27$)، کاربردی ($72/17$) و محاسباتی ($55/33$) همچنین ضریب همبستگی بین متغیر عملکرد دانش آموز و هر سه ساختار مفهومی ($I = -0/39$)، کاربردی ($I = -0/42$) و محاسباتی ($I = -0/35$) ارتباط معنی داری وجود دارد ($P < 0/005$). همان‌گونه که مشاهده می‌شود، بیشترین ضریب همبستگی مربوط به ارتباط منفی بین عملکرد تحصیلی و خطای ساختار کاربردی است.

در ادامه، جدول‌های فراوانی مشاهده شده و درصد مقادیر مشاهده شده در خانه‌های متقاطع دو متغیر عملکرد تحصیلی و خطای ساختار در جداول ۵، ۶ و ۷ ارائه شده است.

جدول ۵. فراوانی عملکرد تحصیلی و خطای ساختار مفهومی.

متغیر		ندارد		دارد		کل	
		فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد
عملکرد دانش‌آموز	۱	۰	۰.۰٪	۲۲	۵۵.۰٪	۲۲	۱۴.۷٪
	۲	۱۵	۱۳.۶٪	۱۱	۲۷.۵٪	۲۶	۱۷.۳٪
	۳	۴۶	۴۱.۸٪	۴	۱۰.۰٪	۵۰	۳۳.۳٪
	۴	۴۹	۴۴.۵٪	۳	۷.۵٪	۵۲	۳۴.۷٪
کل		۱۱۰	۱۰۰.۰٪	۴۰	۱۰۰.۰٪	۱۵۰	۱۰۰.۰٪

جدول ۶. فراوانی عملکرد تحصیلی و خطای ساختار کاربردی.

متغیر		ندارد		دارد		کل	
		فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد
عملکرد دانش‌آموز	۱	۰	۰.۰٪	۲۲	۲۳.۴٪	۲۲	۱۴.۷٪
	۲	۴	۷.۱٪	۲۲	۲۳.۴٪	۲۶	۱۷.۳٪
	۳	۹	۱۶.۱٪	۴۱	۴۳.۶٪	۵۰	۳۳.۳٪
	۴	۴۳	۷۶.۸٪	۹	۹.۶٪	۵۲	۳۴.۷٪
کل		۵۶	۱۰۰.۰٪	۹۴	۱۰۰.۰٪	۱۵۰	۱۰۰.۰٪

جدول ۷. فراوانی عملکرد تحصیلی و خطای ساختار محاسباتی.

متغیر		ندارد		دارد		کل	
		فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد
عملکرد دانش‌آموز	۱	۰	۰.۰٪	۲۲	۱۹.۶٪	۲۲	۱۴.۷٪
	۲	۳	۷.۹٪	۲۳	۲۰.۵٪	۲۶	۱۷.۳٪
	۳	۴	۱۰.۵٪	۴۶	۴۱.۱٪	۵۰	۳۳.۳٪
	۴	۳۱	۸۱.۶٪	۲۱	۱۸.۸٪	۵۲	۳۴.۷٪
کل		۳۸	۱۰۰.۰٪	۱۱۲	۱۰۰.۰٪	۱۵۰	۱۰۰.۰٪

جهت بررسی ارتباط دوه‌دو بین ساختارهای مفهومی، کاربردی و محاسباتی، از آزمون خی‌دو و ضریب همبستگی فی استفاده شد. نتایج آن در جدول‌های ۸ و ۹ ارائه شده است. ابتدا با استفاده از آزمون خی‌دو استقلال، ارتباط بین متغیرها مورد بررسی قرار گرفت.

جدول ۸. ارتباط بین خطاهای ساختار.

متغیر ۱	متغیر ۲	خی دو	درجه آزادی	P
کاربردی	مفهومی	۷/۰۱	۱	۰/۰۱
محاسباتی	مفهومی	۳/۰۷	۱	۰/۰۸
محاسباتی	کاربردی	۲۴/۷۳	۱	۰/۰۰۱

همان گونه که در جدول مشاهده می شود، با توجه به آماره ی آزمون و سطح معناداری به دست آمده (۰/۰۰۱)، بین خطای ساختار محاسباتی و مفهومی با کاربردی ارتباط وجود دارد؛ اما ارتباط بین دو نوع خطای محاسباتی و مفهومی با مقدار آماره برابر با ۳/۰۷، در سطح خطای ۰/۰۵ معنادار نبود. همچنین، در ادامه با استفاده از ضریب فی، همبستگی بین هر یک از ساختارها با یکدیگر مورد ارزیابی قرار گرفت.

جدول ۹. همبستگی فی بین متغیر خطای ساختار.

متغیر ملاک	متغیر پیش بین	ضریب همبستگی	معنی داری
مفهومی	کاربردی	۰/۲۱	۰/۰۱
مفهومی	محاسباتی	۰/۱۴	۰/۰۷
کاربردی	محاسباتی	۰/۴۰	۰/۰۱

نتایج جدول ۹ بیان می کند که بین ساختار مفهومی و کاربردی ارتباط معناداری وجود دارد ($P < 0/05$)، ولی بین دو ساختار مفهومی و محاسباتی ارتباط معناداری مشاهده نشد ($P > 0/05$)، ضریب همبستگی فی نشان می دهد ارتباط بین دو ساختار کاربردی و محاسباتی با مقدار آماره برابر با ۰/۴۰، ارتباط قوی تری است.

در ادامه، جدول فراوانی های مشاهده شده و درصد مقادیر مشاهده شده در خانه های متقاطع دوتادوی سه ساختار موجود در جدول ها ارائه شده است.

جدول ۱۰. فراوانی ساختار مفهومی و کاربردی.

متغیر		ندارد		دارد		کل	
		فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد
ساختار کاربردی	ندارد	۴۸	۴۳.۶٪	۸	۲۰.۰٪	۵۶	۳۷.۳٪
	دارد	۶۲	۵۶.۴٪	۳۲	۸۰.۰٪	۹۴	۶۲.۷٪
کل		۱۱۰		۴۰	۱۰۰.۰٪	۱۵۰	۱۰۰.۰٪

جدول ۱۱. فراوانی ساختار مفهومی و محاسباتی.

متغیر		ندارد		دارد		کل	
		فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد
ساختر محاسباتی	ندارد	۳۲	۲۹.۱٪	۶	۱۵.۰٪	۳۸	۲۵.۳٪
	دارد	۷۸	۷۰.۹٪	۳۴	۸۵.۰٪	۱۱۲	۷۴.۷٪
کل		۱۱۰	۱۰۰.۰٪	۴۰	۱۰۰.۰٪	۱۵۰	۱۰۰.۰٪

جدول ۱۲. فراوانی ساختار کاربردی و محاسباتی.

متغیر		ندارد		دارد		کل	
		فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد
ساختر کاربردی	ندارد	۲۷	۷۱.۱٪	۲۹	۲۵.۹٪	۵۶	۳۷.۳٪
	دارد	۱۱	۲۸.۹٪	۸۳	۷۴.۱٪	۹۴	۶۲.۷٪
کل		۳۸	۱۰۰.۰٪	۱۱۲	۱۰۰.۰٪	۱۵۰	۱۰۰.۰٪

فراوانی شیوع خطاهای پنج‌گانه به تفکیک هر یک از خطاهای پنج‌گانه نیومن در حل مسائل کلامی سطح و حجم مورد ارزیابی قرار گرفت که نتایج آن در جدول ۱۳ ارائه شده است.

جدول ۱۳. شیوع خطا در حل مسائل کلامی سطح و حجم پایه ششم.

نوع خطا	تعداد خطا	فراوانی	درصد فراوانی
خطای خواندن	۰	۱۴۷	۹۸.۰
	۱	۱	۰.۷
	۳	۲	۱.۳
خطای درک	۰	۶۹	۴۶.۰
	۱	۲۸	۱۸.۷
	۲	۲۶	۱۷.۳
	۳	۱۱	۷.۳
	۴	۳	۲.۰
	۵	۱۳	۸.۷
	۰	۹۵	۶۳.۳
خطای تبدیل	۱	۳۷	۲۴.۷
	۲	۱۸	۱۲.۰
	۰	۱۱۵	۷۶.۷
خطای پردازش	۱	۲۵	۱۶.۷
	۲	۸	۵.۳
	۳	۲	۱.۳
	۰	۱۰۸	۷۲.۰
خطای رمزگذاری	۱	۲۹	۱۹.۳
	۲	۱۱	۷.۳

نوع خطا	تعداد خطا	فراوانی	درصد فراوانی
کل	۳	۲	۱.۳
	۰	۲۳	۱۵.۳
	۱	۱۴	۹.۳
	۲	۳۶	۲۴.۰
	۳	۴۷	۳۱.۳
	۴	۸	۵.۳
	۵	۱۷	۱۱.۳
	۶	۵	۳.۳

بحث و نتیجه‌گیری

در مدارس ایران، معلمان ریاضی، یادگیری دانش‌آموزان را تنها با برگزاری یک آزمون، تصحیح اوراق و درنهایت ارائه‌ی نتایج نهایی به‌صورت یک نمره، مورد ارزیابی قرار می‌دهند. حال آن‌که این نوع ارزیابی سطحی‌نگرانه بوده و برای یافتن علل بروز خطاها از عمق کافی برخوردار نمی‌باشد و از آنجایی که شناخت ریشه‌ی خطاها و دلایل بروز آن‌ها می‌تواند برای ارتقای سطح یادگیری دانش‌آموزان و جلوگیری از تکرار این خطاها راهگشا باشد، ضرورت و اهمیت روش‌های مناسب برای ارزیابی صحیح و دقیق آشکار می‌گردد (اسدنژاد و یافتیان، ۱۳۹۵). اندازه‌گیری یکی از مهم‌ترین مباحث پژوهش‌های آموزش ریاضی است؛ به‌طوری‌که بیشتر پژوهش‌ها در سراسر دنیا نشان می‌دهند اندازه‌گیری یکی از مؤلفه‌های اصلی برنامه درسی در دوره‌ی ابتدایی و متوسطه است. به‌طور مثال می‌توان به برنامه‌ی درسی ترکیه (Tan-sisman & Aksu, 2012)، برنامه‌ی درسی چین و آلمان (Ludwig & Shaw, 2010) و برنامه‌ی درسی ایران (سند ملی برنامه درسی، ۱۳۹۱) اشاره کرد. بیشتر پژوهش‌های آموزش ریاضی به آموزش مفاهیم کلیدی اندازه‌گیری یعنی طول، مساحت و حجم پرداخته‌اند. برای مثال، می‌توان به مطالعات (Clements, 1999) و (Huang & Wu, 2019) اشاره کرد.

با توجه به مطالعات انجام‌شده و عقیده پژوهشگران، در بین دانش‌آموزان با توجه به درک مفاهیم سطح و حجم، تفاوت وجود دارد (Martin & Strachen, 2000). خطاها، کوشش‌های طبیعی و موجهی هستند که در مسیر فهم ریاضی رخ می‌دهند. این نکته زمانی به‌خوبی آشکار می‌شود که دانش‌آموزان فعالانه تلاش می‌کنند تا تجربیات خود را با مرتبط‌کردن دانش مدرسه‌ای و وقایع روزمره، معنادار کنند؛ مانند کادو کردن سطح یک جعبه‌ی هدیه (بخشعلی‌زاده، ۱۳۹۲).

ممکن است دانش‌آموزان در هنگام حل مسائل کلامی و تکالیف مفهومی و فرآیندی دربارهی مساحت و حجم با اشتباهات و خطاهایی روبه‌رو شوند که باعث عدم پیشرفت آن‌ها شود. معلم می‌تواند با استفاده از روش تحلیل خطاها، به ارزیابی درست پاسخ‌های دانش‌آموزان بپردازد و با شناسایی خطاهای دانش‌آموزان به پیشرفت آن‌ها کمک کند. هدف این پژوهش، بررسی خطاهای دانش‌آموزان براساس الگوی نیومن در مفاهیم سطح و حجم و حل مسائل کلامی در دانش‌آموزان پایه ششم دبستان در شهر ازنای بود. ابتدا با استفاده از تحلیل آماری، رابطه بین متغیرهای مستقل که شامل پنج الگوی خطای نیومن (خواندن، درک، تبدیل، مهارت پردازش و کدگذاری) و ساختارهای مفهومی، کاربردی و محاسباتی بود، و متغیر وابسته (عملکرد دانش‌آموزان) مورد بررسی قرار گرفت. با توجه به نتایج به‌دست‌آمده براساس الگوی نیومن، مشخص شد بیشترین خطا، خطای درک و کمترین خطا، خطای خواندن بود. با توجه به اینکه دانش‌آموزان، پایه ششم بودند و از نظر خواندن صورت سؤال مشکل کمی داشتند؛ لذا کمترین خطا مربوط به خواندن بود. اما علیرغم این موضوع، به دلیل ویژگی خاص صورت مسائل کلامی، برخی از دانش‌آموزان در هنگام حل مسئله کلمه یا کلماتی را نادیده گرفته و یا اضافه می‌نمودند و یا اینکه معنی آن را از نظر ریاضی متوجه نمی‌شدند، مانند: «قاعده شکل»؛ که این امر سبب بروز خطای آن‌ها در فرایند حل مسئله گردید و به‌وضوح از طریق بررسی پاسخ‌های آن‌ها به سؤالات

با تحلیل نیومن آشکار گردید. در تصحیح اوراق و ارزشیابی نهایی، این موارد در شمار خطای «خواندن» محسوب شد. نتایج آماری بیانگر وجود رابطه‌ی منفی معنادار بین دو متغیر خطای خواندن و عملکرد دانش‌آموزان بود. بدین معنا که هرگاه میزان خطای خواندن در بین دانش‌آموزان کاهش یابد، عملکرد آن‌ها در مفاهیم سطح و حجم و حل مسائل کلامی مربوط به این مبحث افزایش می‌یابد. دومین خطای مورد بررسی، خطای درک بود که نتایج آماری بیانگر وجود رابطه‌ی منفی معنادار بین این متغیر و متغیر عملکرد دانش‌آموزان بود. بدین معنا که هرگاه میزان خطای درک در بین دانش‌آموزان کاهش یابد، عملکرد آن‌ها در حل مسائل کلامی مفاهیم سطح و حجم افزایش می‌یابد. سومین خطای مورد بررسی، خطای تبدیل بود که بعد از سطح درک بیشترین خطا در این سطح وجود داشت و نتایج آماری بیانگر وجود رابطه‌ی منفی معنادار بین این متغیر و متغیر عملکرد بود. چهارمین خطای مورد بررسی، خطای پردازش بود که نتایج آماری بیانگر وجود رابطه‌ی منفی معنادار بین دو متغیر خطای پردازش و عملکرد دانش‌آموزان بود. پنجمین خطای مورد بررسی، خطای رمزگذاری بود که نتایج آماری بیانگر وجود رابطه‌ی منفی معنادار بین دو متغیر خطای رمزگذاری و عملکرد دانش‌آموزان بود.

در پژوهش انجام شده، خطای پردازش و خطای رمزگذاری اختلاف چشمگیری با هم نداشتند و به‌طور کلی دانش‌آموزان در مرحله‌ی پردازش دارای خطای کمتری بودند؛ زیرا بیشتر دانش‌آموزان در مرحله‌ی درک و تبدیل با خطا مواجه می‌شدند و در صورتی که سؤال را به‌خوبی درک می‌کردند و متوجه می‌شدند که از چه راه‌حلی می‌توانند مسئله را حل کنند، در قسمت پردازش اگر با بی‌دقتی مواجه نمی‌شدند، خطا نداشتند. در پژوهش انجام‌شده، بیشترین خطا پس از خطای درک و تبدیل، خطای رمزگذاری بود؛ البته با اختلاف کمی نسبت به خطای پردازش. علت این موضوع آن بود که هنگام تصحیح اوراق مشخص شد ۱۰ نفر از دانش‌آموزان بر اثر بی‌دقتی در نوشتن جواب نهایی با خطا مواجه شده‌اند. دلیل این بی‌دقتی، آن بود که دانش‌آموزان در فرایند حل سؤال، به‌ویژه در سطح پردازش، عملیات ریاضی زیادی را انجام می‌دادند و تمام توجه و دقت خود را به این قسمت معطوف می‌کردند که باعث خستگی آن‌ها می‌شد. درنهایت، در مرحله‌ی رمزگذاری با بی‌دقتی مواجه شده و پاسخ نهایی را، به‌خصوص در اعداد اعشاری، با خطا می‌نوشتند. البته بسیاری از دانش‌آموزان به این مسئله اعتراض داشتند که چرا اجازه‌ی استفاده از ماشین‌حساب را ندارند؛ که این خود، مؤید خستگی و بی‌دقتی آن‌ها در نوشتن پاسخ نهایی است.

در ادامه، رابطه‌ی بین کل خطاهای پنج‌گانه و عملکرد دانش‌آموزان پایه‌ی ششم ابتدایی در حل مسائل کلامی مفاهیم سطح و حجم بررسی شد. نتایج آماری، بیانگر وجود رابطه‌ی منفی معنادار بین خطاهای پنج‌گانه و عملکرد دانش‌آموزان بود. به این معنا که هرچه میزان خطاهای پنج‌گانه‌ی نیومن در بین دانش‌آموزان کاهش یابد، عملکرد آن‌ها افزایش می‌یابد. سپس، بررسی تبیین وجود یا عدم وجود رابطه بین عملکرد دانش‌آموزان و خطاهای آن‌ها در سه نوع ساختار مفهومی، کاربردی و محاسباتی انجام شد. نتایج تحلیل آماری نشان داد که بین عملکرد دانش‌آموزان و خطاهای آن‌ها در سه ساختار یادشده، رابطه‌ای منفی و معکوس وجود دارد. به این معنا که هرچه میزان خطای مفهومی، کاربردی یا محاسباتی کاهش یابد، عملکرد دانش‌آموزان پایه‌ی ششم ابتدایی در حل مسائل کلامی مفاهیم سطح و حجم افزایش می‌یابد. همچنین، به بررسی رابطه‌ی بین خطاهای دانش‌آموزان در مقایسه‌ی دوتادوی ساختار سؤالات پرداخته شد که نتایج نشان داد بین ساختار مفهومی و محاسباتی رابطه‌ای وجود ندارد؛ اما بین ساختار کاربردی و محاسباتی، رابطه‌ای معنادار، قوی و مثبت مشاهده شد. این نشان می‌دهد که هرچه دانش‌آموزان درک کاربردی بیشتری داشته باشند، عملکرد بهتری در سؤالات محاسباتی خواهند داشت.

با توجه به اینکه دانش‌آموزان بیشترین خطا را در درک سؤالات محاسباتی و سپس کاربردی داشتند، مشخص شد که آن‌ها در درک سؤالات محاسباتی دچار مشکل هستند و به‌جای یادگیری مفهومی فرمول‌ها، آن‌ها را به‌صورت حفظی استفاده می‌کردند؛ به همین دلیل، در حل سؤالات با ساختار محاسباتی، دچار خطاهای بیشتری بودند. درنهایت، میزان شیوع خطاهای نیومن در بین دانش‌آموزان مورد بررسی قرار گرفت و نتایج نشان داد که دانش‌آموزان در سطح خطای خواندن، ۲ درصد خطا؛ در سطح درک، ۵۴ درصد خطا؛ و در سطح تبدیل، ۳۷ درصد خطا؛ در سطح پردازش، ۲۴ درصد خطا؛ و در سطح رمزگذاری، ۲۸ درصد خطا داشته‌اند.

نتایج این پژوهش با نتایج عالمیان و محسنی (۱۴۰۰)، عالمیان و احدپور (۱۳۹۶)، صابری (۱۳۹۶)، اسدزاد و یافیتیان (۱۳۹۵)، مجدی و همکاران (۱۳۹۵)، و اسماعیلی و رفیع‌پور (۱۳۹۳) همسو است. همچنین با نتایج آدو و همکاران (Adu et al., 2015)، کلمنتس و التون

(Clements & Ellerton, 1996)، ناکامورا و پراکتیپونگ (Nakamura, S., & Praktipong, 2006)، چان‌هوی و همکاران (Chunhui et al., 2012)، کنی و سیلور (Kenney & Silver, 2000)، راجماواتی و همکاران (Rachmawati et al., 2023)، سسکاواتی و همکاران (Siskawati et al., 2021)، تان سیسمان و آسکو (Tan sisman & Asku, 2016)، وایت (White, 2010) و ایون و تایروش (Even & Tirosh, 2002)، هم‌راستا است. نتایج این پژوهش با یافته‌های پژوهش ایوان جونادی و همکاران (Junaedi et al., 2015) و زکریا (Zakania et al., 2010) همسو نیست.

با توجه به نتایج به‌دست‌آمده، می‌توان گفت اگر خطاهای دانش‌آموزان به‌عنوان یکی از منابع یادگیری آن‌ها در نظر گرفته شود، می‌تواند موجب بهبود یادگیری و افزایش کارایی آن‌ها شود؛ زیرا تحقیقات نشان می‌دهند که بهترین یادگیری زمانی رخ می‌دهد که دانش‌آموز فعالانه در ساختن دانش شرکت داشته باشد. بنابراین، دانش‌آموزان باید آزادانه استدلال‌ها و درک خود را ارائه کنند و بدانند که خطاهای آن‌ها در واقع می‌تواند در توسعه و رشد فراشناخت آن‌ها تأثیرگذار باشد.

طبق نتایج به‌دست‌آمده از این تحقیق، پیشنهاد می‌شود در روش‌های تدریس مفاهیم سطح و حجم، از مدل‌سازی در دنیای واقعی و استفاده از نرم‌افزارهای سه‌بعدی برای نمایش سطح و حجم بهره گرفته شود تا درک مفهومی دانش‌آموزان در این مبحث افزایش یابد. با توجه به اینکه دانش‌آموزان بیشترین خطا را در سطح درک داشتند و اکثر آن‌ها متوجه نمی‌شدند که سؤال از آن‌ها چه چیزی می‌خواهد، پیشنهاد می‌شود معلمان در آموزش و پرورش، تأکید بیشتری بر تفهیم سؤال به دانش‌آموزان داشته باشند. لازم است معلم، در صورت امکان و در حد توانایی خود، به دانش‌آموزان در یافتن پیوندهای موجود میان ریاضی آموخته‌شده و دنیای واقعی کمک کند؛ یعنی به دانش‌آموزان یاری رساند تا مهارت‌های آموخته‌شده را معنادار بیابند. با توجه به اینکه دانش‌آموزان در درک سؤالات با ساختار محاسباتی بیشترین مشکل را داشتند و با توجه به اینکه در نظام آموزشی ما، دانش‌آموزان پس از پایهی ششم برای تحصیل در مدارس خاص باید در آزمون‌های تستی شرکت کنند، توصیه می‌شود درک دانش‌آموزان از سؤالات محاسباتی تقویت شود و صرفاً به حفظ فرمول‌ها اکتفا نکنند. همچنین با توجه به ضرورت شناسایی علل بروز خطاهای دانش‌آموزان، پیشنهاد می‌شود معلمان به‌جای برگزاری آزمون‌های متعدد، تصحیح اوراق و ارائه‌ی نتایج نهایی در قالب یک نمره، از آزمون‌های کلاسی بیشتر با هدف شناسایی حوزه‌های ضعف دانش‌آموزان در دانش مفهومی و رویه‌ای بهره‌مند شوند. این بررسی‌ها می‌تواند به شناخت هرچه بیشتر فرایندهای ذهنی دانش‌آموزان در پاسخ‌گویی به مسائل کلامی و تصحیح راهبردهای آن‌ها در مواجهه با این مسائل منجر گردد. بنابراین، توصیه می‌شود از روش تحلیل خطای نیومن به‌عنوان راهبردی کمکی—آموزشی استفاده شود؛ به این معنا که از این روش نه‌تنها به‌عنوان ابزاری تشخیصی برای شناسایی خطاها، بلکه به‌عنوان ابزاری در فرایند آموزش بهره گرفته شود.

منابع

- اسد نژاد پروج، سمیه و یافتیان، نرگس (۱۳۹۵). ارزیابی خطاهای دانش‌آموزان در حل مسائل کلامی بر اساس تحلیل نیومن. در چهاردهمین کنفرانس آموزش ریاضی، ایران، شیراز، شهریور ۱۳۹۵.
- اسماعیلی، مریم و رفیع‌پور، ابوالفضل (۱۳۹۳). تحلیل خطاهای دانش‌آموزان پایه پنجم در حل مسائل کلامی با استفاده از روش نیومن. سیزدهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران، شهریور ۱۳۹۳.
- بخشعلی‌زاده، شهرناز (۱۳۹۲). شناسایی بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان پایه چهارم ابتدایی در حوزه محتوایی ریاضی. سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، پژوهشگاه مطالعات آموزش و پرورش.
- بهاء‌لو هوره، مهدی؛ کریمی، سمیه؛ رستمی، علی. (۱۳۹۵). تأملی بر فصل کسر کتاب ریاضی پایه چهارم ابتدایی و درک دانش‌آموزان از مفهوم کسر. پایان‌نامه کارشناسی ارشد، رشته آموزش ریاضی، دانشگاه فرهنگیان، صفحات ۶ تا ۱۱.
- دواجی، رفعت (۱۳۹۴). ضرورت آموزش ریاضی در دوره ابتدایی. اولین کنفرانس بین‌المللی روان‌شناسی و علوم تربیتی، شیراز. بازیابی‌شده از <https://civilica.com/doc/460181>
- دوستی، ملیحه و ریحانی، ابراهیم (۱۳۹۷). شناسایی بدفهمی‌ها، راهبردها و استدلال‌های دانش‌آموزان پایه ششم در حل مسائل کسر. پژوهش در آموزش، ۴(۴)، ۴۰-۶۰.
- عالمیان، وحید؛ صابری، محتبی و حبیبی، ملوک (۱۳۹۶). تحلیل خطاهای دانش‌آموزان چهارم تجربی در حل مسائل کلامی کاربرد مشتق بر اساس مدل نیومن در شهرستان سمیرم. پوشش در آموزش علوم پایه، ۱۳(۴)، ۲۵-۳۱.
- عالمیان، وحید و احدپور، اسرافیل (۱۳۹۶). تحلیل خطای دانش‌آموزان دختر و پسر پایه هشتم در حل مسائل کلامی معادلات خطی بر اساس الگوی نیومن. پوشش در آموزش علوم پایه، ۱۲(۳)، ۲۱-۳۱.
- عالمیان، وحید و محسنی، قربانعلی (۱۴۰۰). بررسی تأثیر عامل کنترل، از دیدگاه شونفلد، در میزان کاهش خطای دانش‌آموزان سال دهم رشته تجربی در حل مسائل مربوط به بحث نسبت‌های مثلثاتی بر اساس الگوی تحلیل خطای نیومن، در شهرستان فریدن اصفهان. پایان‌نامه کارشناسی ارشد.
- عظیم‌پور، سهراب؛ حسینی صدر، صمد و واحدی، حسین (۱۳۹۶). بررسی کج‌فهمی در مفاهیم حجم و گنجایش در بین دانش‌آموزان پایه ششم ابتدایی. مجله پوشش در آموزش علوم پایه، دوره سوم، شماره چهارم.
- کرمیان، آذر (۱۳۹۴). کنترل از دیدگاه شونفلد. مجله رشد آموزش ریاضی، ۳۲(۱۲۰)، ۴۴-۴۶.
- علم‌الهدایی، حسن (۱۳۸۸). اصول آموزش ریاضی. مشهد: نشر جهان فردا.
- مجدی، زهرا؛ مالمر، سمانه و آشنا، امیرحسین (۱۳۹۵). تحلیل خطای حل مسائل کلامی دانش‌آموزان کلاس چهارم ابتدایی. در چهاردهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران، شیراز، شهریور ۱۳۹۵.

Adu, E., Assuah, C. K., & Asiedu-Addo, S. K. (2015). Students' errors in solving linear equation word problems: Case study of a Ghanaian senior high school. *African Journal of Educational Studies in Mathematics and Sciences*, 11, 17-30.

Clements, D. H. (1999). Teaching length measurement: Research challenges. *School Science and Mathematics*, 99(1), 5-11.

Clements, K., & Ellerton, N. F. (1996). Mathematics education research: Past, present and future. *Mathematics Education Research Journal*, 10, 76-83. <https://doi.org/10.1007/BF03217059>

Chunhui, L., Xin, Z., & Li, X. (2012). The development of Chinese students' understanding of the concept of fractions from fifth to eighth grade. *Journal of Mathematics Education*, 4(2), 17-34.

- Even, R., & Tirosh, D. (2002). Teacher knowledge and understanding of students' mathematical learning. In L. English (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (pp. 219–240). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Huang, H.-M. E., & Wu, H.-Y. (2019). Supporting children's understanding of volume measurement and ability to solve volume problems: Teaching and learning. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 15(12), Article em1789. <https://doi.org/10.29333/ejmste/109531>
- Junaedi, I., Suyitno, A., Sugiharti, E., & Eng, C. K. (2015). Disclosure causes of students' error in resolving discrete mathematics problems based on NEA as a means of enhancing creativity. *International Journal of Education*, 7(4), 31–42. <https://doi.org/10.5296/ije.v7i4.8462>
- Kenney, P. A., & Silver, E. A. (2000). *Results from the Seventh Mathematics Assessment of the National Assessment of Educational Progress*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Ludwig, M., & Xu, B. (2010). A comparative study of modelling competencies among Chinese and German students. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 31(1), 77–97. <https://doi.org/10.1007/s13138-010-0005-z>
- Nakamura, S., & Prakitipong, N. (2006). Analysis of mathematics performance of grade five students in Thailand using Newman procedure. *Journal of International Cooperation in Education*, 9(1), 111–122.
- Rachmawati, L. N., Aryan Sah, R. W., Hasanah, S., & Hazarika, A. (2023). Newman and scaffolding stages in analyzing student errors in solving algebraic problems. *Delta-Phi: Jurnal Pendidikan Matematika*, 1(1), 1–6. <https://doi.org/10.61650/dpjpm.v1i1.30>
- Rahman, T. F. A. (2019). Exploring students' error in quadratic word-problem using Newman procedure. *Academic Journal of Business and Social Sciences*.
- Siskawati, E., Zaenuri, & Wardono, W. (2021). Analysis of students' error in solving math problem-solving problem based on Newman Error Analysis (NEA). *Journal of Physics: Conference Series*, 1918(4), 042108. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1918/4/042108>
- Tan-Sisman, G., & Aksu, M. (2012). The length measurement in the Turkish mathematics curriculum: Its potential to contribute to students' learning. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 10(2), 363–385.
- Tan-Sisman, G., & Aksu, M. (2016). A study on sixth grade students' misconceptions and errors in spatial measurement: Length, area, and volume. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 14(7), 1293–1319.
- White, A. L. (2010). Numeracy, literacy and Newman's error analysis. *Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia*, 33(2), 129–148.
- Wijaya, A., Van Heuvel-Panhuizen, M., Doorman, M., & Robitzsch, A. (2014). Difficulties in solving context-based PISA mathematics tasks: An analysis of students' errors. *The Mathematics Enthusiast*, 11(3), 555.
- Yunus, J., Zaura, B., & Yuhasriati, Y. (2019). Analysis of students' error according to Newman in solving mathematics problems of algebra in the form of story in second grade of SMPN 1 Banda Aceh. *Jurnal Geuthèè: Penelitian Multidisiplin*, 2(2), 308–313.
- Zakaria, E., Chin, L. C., & Daud, M. Y. (2010). The effects of cooperative learning on students' mathematics achievement and attitude towards mathematics. *Journal of Social Science*, 6, 272–275.