



پژوهش در آموزش علوم تجربی

شاپا الکترونیکی: ۲۶۴۵-۳۶۴۹

Home Page: <https://basicscience.cfu.ac.ir>



اثربخشی آموزش مثبت‌اندیشی بر خودکارآمدی ریاضی دانش‌آموزان متوسطه اول شهر بهبهان

ویدا قاسمی^۱، پریسا مسعودیان^۲

۱. دانش‌آموخته کارشناس ارشد مدیریت آموزشی واحد بهبهان، دانشگاه آزاد اسلامی، بهبهان، ایران

۲. گروه علوم تربیتی، واحد بهبهان، دانشگاه آزاد اسلامی، بهبهان، ایران

* نویسنده مسئول: (pmasoudian@iaau.ac.ir)

اطلاعات مقاله	چکیده
نوع مقاله: مقاله پژوهشی	متن چکیده هدف پژوهش حاضر، بررسی اثربخشی آموزش مهارت‌های مثبت‌اندیشی بر خودکارآمدی ریاضی دانش‌آموزان بود. پژوهش، از نظر هدف، کاربردی، از نظر نوع، شبه آزمایشی با طرح پیش‌آزمون - پس‌آزمون با گروه کنترل بود. جامعه آماری، کلیه دانش‌آموزان متوسطه اول تحصیلی شهر بهبهان در سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ بودند. با استفاده از روش نمونه‌گیری خوشه‌ای چندمرحله‌ای، ۳۰ دانش‌آموز (۱۵ نفر گروه آزمایش و ۱۵ نفر گروه کنترل) انتخاب شدند. داده‌ها با استفاده از بسته آموزشی مهارت‌های مثبت‌اندیشی برگرفته از کتاب من و اندیشه‌هایمان از مانا چمزاده قنوتی و خودکارآمدی ریاضی مدیتون و میگلی (۱۹۹۷) گردآوری شد. مداخله گروه آزمایش به مدت ۸ جلسه‌ی ۷۵ دقیقه‌ای بود. برای تحلیل داده‌ها از آزمون تحلیل کوواریانس چندمتغیره و تک‌متغیره استفاده شد. نتایج نشان داد آموزش مثبت‌اندیشی باعث افزایش خودکارآمدی ریاضی ($F=42/16$) در دانش‌آموزان متوسطه اول شهر بهبهان شد. همچنین آموزش مثبت‌اندیشی بر مؤلفه پایداری تحصیلی ($F=21/80$)، مؤلفه خودکارآمدی ریاضی ($F=52/36$) و مؤلفه درگیری شناختی ($F=61/10$) دانش‌آموزان متوسطه اول شهر بهبهان اثر معنادار داشت. نتیجه‌گیری شد که آموزش مثبت‌اندیشی دانش‌آموزان، در افزایش خودکارآمدی ریاضی دانش‌آموزان مؤثر است ($p < 0/05$).
تاریخچه مقاله: تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۱/۲۰ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۴/۰۳/۱۷ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۳/۳۱ تاریخ انتشار: ۱۴۰۴/۰۸/۱۸	کلیدواژه‌ها: مهارت‌های مثبت‌اندیشی، خودکارآمدی ریاضی، پایداری تحصیلی، خودکارآمدی ریاضی، درگیری شناختی

ارجاع: قاسمی، ویدا؛ مسعودیان، پریسا، (۱۴۰۴)، ارزیابی خطاهای دانش‌آموزان پایه ششم بر اساس مدل تحلیل نیومن در مفاهیم سطح و حجم هندسی. پژوهش در آموزش علوم تجربی، (۳۸)، ۱۱، ۸۰-۶۷.

doi <http://doi.org/10.48310/basic.2025.4574>



© نویسنده‌گان.

ناشر: دانشگاه فرهنگیان.

مقدمه

دانش‌آموزان به‌عنوان رکن اساسی نظام آموزشی در دستیابی به اهداف نظام آموزشی نقش و جایگاه ویژه‌ای دارند و بر این اساس، توجه اندیشمندان حوزه علوم تربیتی و روان‌شناسی را به خود معطوف نموده است. یکی از دروس بسیار مهم و اساسی در برنامه درسی همه کشورها و همچنین ایران، درس ریاضی است که در زندگی تحصیلی و شغلی آینده دانش‌آموزان تأثیر بسزایی دارد. در این زمینه، شورای ملی معلمان ریاضی، چهار زمینه برای استفاده از ریاضی در زندگی ارائه نموده است:

ریاضیات برای زندگی: دانستن ریاضی از نظر روحی، می‌تواند ارضاکنده و قدرت‌دهنده باشد. بنیان زندگی روزمره به‌طور فزاینده‌ای به ریاضی و فناوری مربوط می‌شود. **ریاضیات در محل کار:** به همان اندازه که ریاضی برای مبدل شدن به شهروندی منطقی لازم است، نیاز به حل مسئله و تفکر ریاضی در محل کار نیز گسترش روزافزون داشته است. **ریاضیات برای جامعه علمی و صنعتی:** تمام مسیرها نیازمند دانش پایه‌ای از ریاضی است؛ اما بعضی از این مسیرها نیازمند دانش ریاضی بیشتری است. ریاضیات، بخشی از میراث فرهنگی: ریاضی یکی از دستاوردهای فکری و فرهنگی نوع بشر است و شهروندان باید لزوم قدردانی از چنین دستاوردی را درک کنند. شورای ملی معلمان ریاضی با انحصار ریاضیات به عده‌ای محدود و نخبه مبارزه می‌کند و بر این عقیده است که هرکسی نیازمند درک و فهم ریاضی است. پس تمام دانش‌آموزان باید فرصت لازم برای یادگیری ریاضی با درکی عمیق را داشته باشند و حمایت شوند (خاکباز، ۱۳۹۹). باوجود اهمیت ریاضیات، نتایج پژوهش‌های گوناگون، بیانگر ضعف عملکردی دانش‌آموزان در این حوزه تحصیلی است. لازمه آموزش مناسب و پیشرفت تحصیلی در درس ریاضی، شناسایی مشکلات و موانع یادگیری دانش‌آموزان در این درس است. ازجمله عواملی که دانش‌آموزان در یادگیری ریاضیات با آن دست‌وپنجه نرم می‌کنند باورهای شخصی خودشان در مورد توانایی‌شان در حل مسائل ریاضی است که این باورها خودکارآمدی نامیده می‌شود (چلی‌ات، رکاب‌دار و سلیمانی، ۱۴۰۳).

یکی از متغیرهایی که با عملکرد درس ریاضی مرتبط است، خودکارآمدی ریاضی است. بر اساس نظریه شناختی- اجتماعی باندورا، خودکارآمدی می‌تواند ناشی از باورها یا قضاوت‌های فرد در مورد توانایی‌های خود در انجام وظایف و مسئولیت‌ها باشد. باورهای خودکارآمدی از این‌رو که تأثیر خود را با کوشش و پافشاری در انجام تکلیف، به‌کارگیری راهبردهای شناختی و فراشناختی، خودسامان دهی، پایداری در رویارویی با دشواری‌ها، گزینش رشته و شغل و مانند این‌ها کارگر می‌سازد، متغیری مؤثر بر موفقیت تحصیلی شمرده می‌شوند (دیش و همکاران^۱، ۲۰۱۸). کوماراجو و نادلر^۲ (۲۰۱۷) اشاره می‌کنند که خودکارآمدی ریاضی یک پیش‌بینی‌کننده قوی‌تری نسبت به توانایی‌های ذهنی در مورد عملکرد ریاضی است. دانش‌آموزانی که خودکارآمدی آن‌ها بالاتر است، در مقایسه با دانش‌آموزانی که خودکارآمدی پایینی دارند در محاسبات ریاضی بسیار دقیق‌تر هستند و دوام و سرسختی بیشتری در مسائل سخت دارند. پژوهش‌های متعدد نشان داده‌اند که متغیرهای انگیزشی چون خودکارآمدی با عملکرد تحصیلی دانش‌آموزان رابطه مثبت و قوی دارد (عبدی و شیراوند، ۱۴۰۱: ۲۲۱). خودکارآمدی ریاضی به معنای قضاوت در مورد توانایی‌ها برای یادگیری موفقیت‌آمیز در درس ریاضی تعریف شده است (بابایی و همکاران، ۱۴۰۱: ۱۷).

از مهم‌ترین شرایط روان‌شناختی که می‌تواند در مورد موفقیت دانش‌آموزان درخصوص و خودکارآمدی ریاضی مؤثر و مفید واقع شود، مثبت‌اندیشی^۳ است.

مهارت مثبت‌اندیشی، آموزش فکر کردن به‌صورت متفاوت به حوادث و اتفاقات مثبت و منفی است. در آموزش مهارت مثبت‌اندیشی بیشتر تمرکز بر احساسات مثبت و منع افراد از تمرکز کردن بر احساسات منفی است. محققان دریافته‌اند که تجربه احساسات مثبت، افراد را به تعامل با محیط اطراف خود برمی‌انگیزد (علی‌نقی‌پور، قلمکاریان و فهامی، ۱۴۰۳). مثبت‌اندیشی، شکلی از فکر کردن است که برحسب عادت در پی به دست آوردن بهترین نتیجه از بدترین شرایط است (حسینی، مظفری، میرزایی و محمدخانی، ۱۴۰۲). مهارت مثبت‌اندیشی شامل فکر کردن به‌صورت متفاوت هم راجع به حوادث و داشته‌های مثبت و هم راجع به حوادث و داشته‌های منفی و ارزش نهادن به این داشته‌هاست (سیلگمن و کیگزنت

1. Diseth, Meland & Breidablik

2. Komaraju & Nadler

3. Thazinking positive

می‌هالی^۱، ۲۰۱۴؛ به نقل از سادات، واحدی، فتحی آذر و بدری گرگری، ۱۳۹۹). آموزش مهارت‌های مثبت‌اندیشی برای تمامی افراد به‌ویژه دانش‌آموزان به‌منظور تقویت و بهبود ارتباط مثبت با دیگران، ترویج احساسات مثبت، رفتارهای مثبت، افزایش بهزیستی، عزت‌نفس و وابستگی به مدرسه بسیار مفید و سودمند است و به دانش‌آموزان کمک می‌کند تا خود را بهتر شناخته و قادر می‌شوند ارتباط میان افکار، احساسات و رفتارهای خود را درک کنند (حسینی ماشلی، آزاد یکتا و درتاج، ۱۴۰۱) و می‌تواند دانش‌آموزان را در جهت سازگاری در همه ابعاد یاری رساند و گامی مؤثر در جهت بهبود افکار منفی، توسعه افکار مثبت و موفقیت تحصیلی باشد (حسینی و همکاران، ۱۴۰۲). مطالعات نشان می‌دهد عوامل درون‌فردی و برون‌فردی متعددی در عملکرد تحصیلی و ریاضیات تأثیرگذار است. در میان عوامل درون‌فردی، می‌توان به هوش، استعداد، ادراک خویشتن، سازگاری و خودکارآمدی، خودپنداره و از عوامل برون‌فردی می‌توان به عوامل فرهنگی، اجتماعی، آموزشی، محیط یادگیری، نوع و چگونگی ارتباط معلم- دانش‌آموز و مانند آن اشاره کرد (کاشانی، صدوقی و کیانی، ۱۴۰۰: ۱۵۲). کاپرا و همکاران^۲ (۲۰۲۰) معتقدند خودآگاهی و خودکارآمدی ریاضی به‌عنوان تعیین‌کننده‌های تفکرات مثبت برای مدیریت احساسات و بالا بردن خودکارآمدی ریاضی در تحصیل دانش‌آموزان تأثیرگذار هستند. آدامو و گاربا^۳ (۲۰۲۱) در مطالعه خود نشان دادند خودکارآمدی در ریاضیات به‌شدت تحت تأثیر ادراک مثبت نسبت به موضوع است و ایجاد درک و نگرش مثبت نسبت به درس ریاضی می‌تواند خودکارآمدی ریاضی را افزایش دهد. مارتین و ریم-کافمن^۴ (۲۰۲۱) نشان دادند فضای مثبت کلاس و نگرش مثبت دانش‌آموزان بر خودکارآمدی ریاضی تأثیر مثبت دارد.

به‌طور کلی، شواهد تجربی حاکی از آن است که آموزش مثبت‌اندیشی می‌تواند به تقویت خودکارآمدی ریاضی در دانش‌آموزان کمک کند و در نتیجه، تأثیر مثبتی بر نتایج تحصیلی آن‌ها داشته باشد. بر این اساس مشخص شد متغیرهای روان‌شناختی در تحصیلات دانش‌آموزان، تأثیر بسزایی دارند و توجه به آن‌ها بسیار پراهمیت و ضروری است. در این میان، مثبت‌اندیشی، خودکارآمدی ریاضی متغیرهای بسیار مهم و اساسی تأثیرگذار در طول زندگی تحصیلی دانش‌آموزی به شمار می‌روند؛ و توجه به این متغیرها و روابط بین آن‌ها ضروری به نظر می‌رسد.

در تحقیق حاضر به دنبال پاسخ به این مسئله اصلی هستیم که آیا آموزش مهارت‌های مثبت‌اندیشی بر خودکارآمدی ریاضی دانش‌آموزان متوسطه اول تحصیلی شهر بهبهان تأثیر معنادار دارد؟

روش‌شناسی تحقیق

جامعه‌ی آماری تحقیق شامل کلیه دانش‌آموزان پسر متوسطه اول تحصیلی شهر بهبهان در سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ است که تعداد آن‌ها ۴۷۷۰ دانش‌آموز است. نمونه‌گیری با استفاده از روش تصادفی خوشه‌ای چندمرحله‌ای انجام شد. بر این اساس ابتدا از بین مدارس مقطع متوسطه اول شهر بهبهان، دانش‌آموزان مدارس پسرانه دولتی انتخاب شدند. سپس از بین مدارس دولتی، مدرسه شاهد انتخاب شد. سپس از مدرسه شاهد، دو کلاس پایه نهم انتخاب شدند و از بین دانش‌آموزان دو کلاس پایه نهم، ۳۰ دانش‌آموز که از نظر معدل نوبت اول نزدیک به هم (همگن) بودند، به‌عنوان نمونه انتخاب شدند. از بین ۳۰ نفر حجم نمونه، ۱۵ نفر گروه آزمایش و ۱۵ نفر گروه کنترل انتخاب شدند.

در این تحقیق، داده‌ها با استفاده از ابزارهای ۱- بسته آموزشی مهارت مثبت‌اندیشی برگرفته از کتاب «من و اندیشه‌هایم» نوشته مانا چمزاده قنوتی، ۲- پرسشنامه استاندارد یادگیری خودتنظیمی، گردآوری شدند در ادامه ویژگی‌های ابزار ارائه می‌گردند.

بسته آموزشی مهارت مثبت‌اندیشی

بسته آموزشی مهارت‌های مثبت‌اندیشی برگرفته از کتاب «من و اندیشه‌هایم از مانا چمزاده قنوتی» طبق برنامه زمان‌بندی شده جدول ذیل به گروه آزمایش آموزش داده می‌شود (چمزاده قنوتی، ۱۳۹۳).

1. Seligman & Csikszentmihalyi

2. Caprara, Steca, Gerbino, Paciello & Vecchio

3. Adamu & Garba

4. Martin & Rimm-Kaufman

جدول ۱. زمان‌بندی و محتوای آموزش مثبت‌اندیشی برگرفته از کتاب من و اندیشه‌هایم از مانا چم زاده

جلسات	موضوع	محتوای آموزشی
نخست	ایجاد ارتباط اولیه	گروه‌های آزمودنی براساس اهداف و روش تحقیق، به ۵ گروه ۶ نفره تقسیم بندی شدند. چگونگی انجام کار و نحوه اجرای فعالیت‌ها به اعضای دو گروه ارائه شد. بر این اساس، مقررات حاکم بر فعالیت‌ها، آشنایی با مفهوم مثبت‌اندیشی برای اعضا تشریح شد. برای جلسه بعد هم تکلیف ارائه می‌شود.
دوم	آشنایی با چگونگی شکل‌گیری تفکر و نگرش	تکلیف جلسه نخست مرور شد، براین نکته تأکید شد که انسان افکار و باورهای خودش را به وجود می‌آورد یا اشاره به تکنیک دکمه فشار آدلر و آیه‌ای از قرآن کریم در خصوص جنبه‌های مثبت‌اندیشی بیان شد برای جلسه آینده تکلیف مشخص شد.
سوم	آموزش مثبت‌اندیشی	تکلیف جلسه قبل مرور شد، آموزش مثبت‌اندیشی از طریق به چالش کشاندن افکار منفی، تغییر تصاویر ذهنی، استفاده از زبان سازنده و تجدیدنظر در باورها ارائه شد. فضای کلاس جهت بحث گروهی و سؤال و جواب مهیا می‌شود.
چهارم	افزایش افکار و بازخوردهای مثبت	تکلیف جلسه قبل مرور شد، آموزش مثبت‌اندیشی از طریق نهادینه کردن استراتژی‌های تفکر مثبت در زندگی، فرصت‌های تفکر مثبت از طریق کنار آمدن و سازگاری با مشکلات توضیح و تشریح شد، برای جلسه آینده تکلیف ارائه می‌شود.
پنجم	ارائه راهکارهای مثبت-اندیشی	تکلیف جلسه قبل مرور شد، آموزش مثبت‌اندیشی از طریق آموزش شیوه توقف فکر-آرام سازی، تغییر نگرش‌ها شامل الزام، مهار کردن و مبارزه‌طلبی تشریح شد، برای جلسه آینده تکلیف ارائه می‌شود.
ششم	ارائه راهکارهای عملی برای افزایش باورهای مثبت‌اندیشی	تکلیف جلسه قبل مرور شد، در این مرحله از ارائه، وارد کردن خنده به زندگی، ایجاد اعتمادبه‌نفس و عادات مطلوب ورزشی، تعریف کردن لطیفه و خاطرات لذت‌بخش به‌عنوان مهارت‌های مثبت، ارائه و توصیه شد و برای جلسه بعدی نیز در خصوص مهارت‌های بیان‌شده برای جلسه آینده تکلیف ارائه می‌شود.
هفتم	تمرین مثبت‌اندیشی	تکلیف جلسه قبل مرور شد، مثبت زندگی کردن از طریق ایجاد یک رابطه مثبت، آگاه‌شدن از نقاط مثبت خود و دیگران، کنار آمدن با انتقادها، برقراری روابط خوب با اطرافیان، اتخاذ نگرش عاری از سرزنش تمرین و تکرار شد، برای جلسه بعدی نیز در خصوص مهارت‌های مثبت‌اندیشی، برای جلسه آینده تکلیف ارائه می‌شود.
هشتم	جمع‌بندی جلسات	جلسات قبل مرور شد. از آزمودنی‌ها، بازخورد گرفته می‌شود، تمرین توانایی اعتماد به توانمندی‌های خود انجام شد. هم‌چنین، از آزمودنی‌های تحقیق، اجرای پس‌آزمون به عمل آمد. در پایان آخرین جلسه نیز از آزمودنی‌ها تقدیر و تشکر به عمل می‌آید.

پرسشنامه خودکارآمدی ریاضی

برای سنجش میزان خودکارآمدی ریاضی دانش‌آموزان، از پرسشنامه خودکارآمدی ریاضی مدیلتون و میگلی^۱ (۱۹۹۷) استفاده می‌گردد. پرسشنامه خودکارآمدی ریاضی شامل ۳۰ سؤال و ۳ مؤلفه است. ابعاد پرسشنامه خودکارآمدی ریاضی مدیلتون و میگلی (۱۹۹۷) عبارت‌اند از: ۱- پایداری تحصیلی (سؤالات ۲۴-۲۰-۱۳-۹-۴)؛ ۲- خودکارآمدی ریاضی (سؤالات ۲۸-۱۴-۱۰-۲)؛ ۳- درگیری شناختی (سؤالات ۲۹-۲۶-۲۵-۲۲-۱۹-۳-۸-۱۶-۱۷).

پایداری تحصیلی دربردارنده جملاتی است که بیانگر تلاش دانش‌آموز در هنگام رویارویی با تکلیف‌های سخت ریاضی است. با توجه به این‌که این خرده مقیاس شامل ۵ پنج سؤال در طیف ۵ درجه‌ای لیکرت است دریافت نمره ۵ بیانگر پایین بودن میزان پایداری تحصیلی و نمره ۲۵

¹. Middleton & Midgley

بیانگر داشتن سطح بالایی از پایداری تحصیلی دانش‌آموز در انجام تکالیف ریاضی است. مقیاس خودکارآمدی ریاضی دربردارنده جملاتی است که باور و احساس دانش‌آموز را در ارتباط با قابلیت‌هایش در درس ریاضی اندازه می‌گیرد. با توجه به اینکه این خرده مقیاس شامل ۴ سؤال در طیف چهاردرجه‌ای لیکرت است نمره ۴ بیانگر حداقل و نمره ۲۰ بیانگر حداکثر خودکارآمدی دانش‌آموز است. درگیری شناختی متشکل از برنامه‌ریزی و سازمان‌دهی، راهبردهای شناختی و فراشناختی، تلاش‌های مطالعه و خود نظارتی دانش‌آموز در درس ریاضی است. با توجه به این که این خرده مقیاس شامل ۹ سؤال در طیف چهاردرجه‌ای لیکرت است، نمره ۹ بیانگر پایین بودن میزان درگیری شناختی و نمره ۴۵ بیانگر سطح بالایی از درگیری شناختی دانش‌آموز است برای نمره‌گذاری، سؤالات مربوط به هر ماده با هم جمع می‌گردند. پرسشنامه براساس طیف لیکرت پنج گزینه‌ای (کاملاً مخالفم نمره ۱)، (مخالفم نمره ۲)، (متوسط نمره ۳)، (موافقم نمره ۴)، (کاملاً موافقم نمره ۵) نمره‌گذاری می‌شوند. مدیلتون و میگلی (۱۹۹۷) روایی پرسشنامه خودکارآمدی ریاضی را تأیید نمود و پایایی پرسشنامه را بر اساس ضریب آلفای کرونباخ ۰/۸۵ گزارش نمود. در پژوهش حاجی‌حسین‌لو و همکاران (۱۳۹۶) روایی پرسشنامه تأیید شد و ضریب همسانی درونی پرسشنامه با ضریب آلفای کرونباخ ۰/۸۷ گزارش شد. در تحقیق عبدی و شیراوند (۱۴۰۱) پایایی و روایی پرسشنامه خودکارآمدی ریاضی مدیلتون و میگلی (۱۹۹۷) ضریب آلفای کرونباخ ۰/۸۴۹، ضریب پایایی ترکیبی ۰/۸۹۹ و روایی همگرا ۰/۶۹۰ گزارش شد.

جدول ۲. طرح آزمون

پس‌آزمون	متغیر مستقل	پیش‌آزمون	تعداد	گروه آزمودنی‌ها
T1	X	T1	۱۵	E
T2	-	T1	۱۵	C

یافته‌ها

جدول ۳. میانگین و انحراف معیار متغیر خودکارآمدی ریاضی و ابعاد آن

شاخص آماری	گروه	آزمون	میانگین	انحراف استاندارد
خودکارآمدی ریاضی	آزمایش	پیش‌آزمون	۲/۶۲	۰/۵۳۲
		پس‌آزمون	۴/۱۱	۰/۲۴۱
	کنترل	پیش‌آزمون	۳/۰۲	۰/۱۵۲
		پس‌آزمون	۲/۹۷	۰/۱۹۷
پایداری تحصیلی	آزمایش	پیش‌آزمون	۲/۸۰	۰/۵۶۰
		پس‌آزمون	۴/۰۶	۰/۲۵۸
	کنترل	پیش‌آزمون	۳	۰/۳۱۶
		پس‌آزمون	۳/۲۰	۰/۱۲۱
خودکارآمدی ریاضی	آزمایش	پیش‌آزمون	۲/۶۰	۰/۶۳۲
		پس‌آزمون	۴/۰۶	۰/۵۹۳
	کنترل	پیش‌آزمون	۳/۰۶	۰/۴۵۷
		پس‌آزمون	۲/۸۰	۰/۴۱۴
درگیری شناختی	آزمایش	پیش‌آزمون	۲/۴۶	۰/۶۳۹
		پس‌آزمون	۴/۲۰	۰/۴۱۴
	کنترل	پیش‌آزمون	۳	۰/۱۱۳
		پس‌آزمون	۲/۹۳	۰/۲۵۸

بر اساس جدول ۳ میانگین و انحراف استاندارد متغیر خودکارآمدی ریاضی گروه آزمایش در پیش‌آزمون به ترتیب برابر $2/62$ و $0/532$ و در پس‌آزمون به ترتیب $4/11$ و $0/241$ بود. در گروه کنترل در پیش‌آزمون به ترتیب برابر $3/02$ و $0/152$ و در پس‌آزمون به ترتیب $2/97$ و $0/197$ بود. میانگین و انحراف معیار مؤلفه پایداری تحصیلی گروه آزمایش در پیش‌آزمون به ترتیب $2/80$ و $0/560$ و در پس‌آزمون به ترتیب $4/06$ و $0/258$ و در گروه کنترل در پیش‌آزمون $3/16$ و در پس‌آزمون $3/20$ و $0/121$ بود. میانگین و انحراف معیار مؤلفه خودکارآمدی ریاضی در گروه آزمایش در پیش‌آزمون $2/60$ و $0/632$ و در پس‌آزمون $4/06$ و $0/593$ و در گروه کنترل در پیش‌آزمون $3/06$ و $0/457$ و در پس‌آزمون $42/80$ و $0/414$ بود. میانگین و انحراف معیار مؤلفه درگیری شناختی گروه آزمایش در پیش‌آزمون به ترتیب $2/46$ و $0/639$ و در پس‌آزمون $4/20$ و $0/414$ ، در گروه کنترل در پیش‌آزمون به ترتیب 3 و $0/113$ و در پس‌آزمون $2/93$ و $0/258$ بود.

بررسی نرمال بودن داده‌های تحقیق

جدول ۴. نتایج آزمون کلموگروف-اسمیرنوف (K-S) برای بررسی نرمال بودن توزیع متغیر خودکارآمدی ریاضی

توزیع	وضعیت	Z	P	نتیجه
خودکارآمدی ریاضی	پیش‌آزمون	$0/930$	$0/122$	نرمال
	پس‌آزمون	$0/913$	$0/079$	نرمال

بر اساس مندرجات جدول ۴ آماره Z آماره کولموگروف اسمیرنوف متغیر خودکارآمدی ریاضی در پیش‌آزمون و پس‌آزمون به ترتیب برابر با $0/930$ و $0/913$ و سطح معناداری نیز در پیش‌آزمون و پس‌آزمون به ترتیب برابر با $0/122$ و $0/079$ است که معنادار نیست. شرط نرمال بودن توزیع داده‌ها در آزمون کولموگروف اسمیرنوف (K-S) آن است که سطح معنی‌داری بزرگتر از $0/05$ باشد. باتوجه به معنادار نبودن این آزمون در متغیر خودکارآمدی ریاضی در پیش‌آزمون و پس‌آزمون، می‌توان گفت که توزیع این متغیرها، نرمال است.

یافته‌های مربوط به فرضیه‌های پژوهش

فرضیه اصلی: آموزش مثبت‌اندیشی بر یادگیری خودتنظیمی دانش‌آموزان مقطع متوسطه اول تحصیلی شهر بهبهان تأثیر معنادار دارد.

جدول ۵. بررسی آزمون لون پیش‌آزمون و پس‌آزمون متغیر خودکارآمدی ریاضی در گروه آزمایش و کنترل

آماره F	درجه آزادی ۱	درجه آزادی ۱	سطح معناداری
۲۱	۱	۲۸	$0/650$

در جدول ۵ سطح معناداری آزمون لون در متغیر خودکارآمدی ریاضی بزرگتر از $0/05$ است ($p = 0/650$ و $F = 21$). درنتیجه برابری واریانس‌های دو متغیر خودکارآمدی ریاضی در گروه‌های آزمایش و کنترل تأیید می‌شود.

جدول ۶. آزمون تحلیل کوواریانس چند متغیره نمرات خودکارآمدی ریاضی در دو گروه

اثر	ارزش	آماره F	فرضیه درجه آزادی	خطای درجه آزادی	سطح معناداری	اندازه اثر
گروه	اثر پیلاپی	$42/16$	۲	۲۷	$0/001$	$0/757$

لامبدای ویکلز	۰/۲۴۳	۴۲/۱۶	۲	۲۷	۰/۰۰۱	۰/۷۵۷
اثر هتلینگ	۳/۱۲۳	۴۲/۱۶	۲	۲۷	۰/۰۰۱	۰/۷۵۷
بزرگ‌ترین ریشه روی	۳/۱۲۳	۴۲/۱۶	۲	۲۷	۰/۰۰۱	۰/۷۵۷

نتایج جدول ۶ نشان می‌دهد پس از حذف اثربخشی آزمون با روش تحلیل کوواریانس چند متغیره، یک اثر معنادار برای اثربخشی مثبت‌اندیشی به شیوه گروهی (متغیر مستقل) وجود دارد. این اثر نشان می‌دهد بین متغیر خودکارآمدی ریاضی دانش‌آموزان پایه نهم که با آموزش بسته مثبت‌اندیشی آموزش دیده‌اند، با دانش‌آموزان پایه نهم گروه کنترل که آموزش بسته مثبت‌اندیشی را دریافت نکردند، تفاوت معنادار وجود دارد ($p < 0.05$). لامبدای ویکلز = ۰/۲۴۳، (اثر پیلائی = ۰/۷۵۷)، (اثر هتلینگ = ۳/۱۲۳) (بزرگ‌ترین ریشه روی = ۳/۱۲۳) به دست آمد. هم‌چنین اندازه اثر برابر با ۰/۷۵۷ و حاکی از آن است که ۷۵/۷ درصد تفاوت بین گروه‌های آزمایش و کنترل در متغیر خودکارآمدی ریاضی مربوط به آموزش مهارت‌های مثبت‌اندیشی بوده است و اثربخشی مثبت‌اندیشی معنی‌دار است.

فرضیه فرعی: آموزش مثبت‌اندیشی بر ابعاد خودکارآمدی ریاضی (پایداری تحصیلی، خودکارآمدی ریاضی و درگیری شناختی) دانش‌آموزان تأثیر معنادار دارد.

جدول ۷. بررسی همگنی شیب رگرسیون پیش‌آزمون و پس‌آزمون مؤلفه‌های خودکارآمدی ریاضی (پایداری تحصیلی، خودکارآمدی ریاضی و درگیری شناختی) در گروه آزمایش و کنترل

آزمون‌های تأثیرات بین گروهی						
منبع	متغیر	مجموع مربعات	درجه آزادی	میانگین	آماره F	سطح معناداری
خودکارآمدی ریاضی	۱۹/۲۰	۱	۱۹/۲۰	۵۲/۳۶	۰/۰۰۱	۰/۶۵۲
درگیری شناختی	۳۲/۰۳	۱	۳۲/۰۳	۶۱/۱۰	۰/۰۰۱	۰/۷۷۴
پایداری تحصیلی	۱۰/۸۰	۱	۱۰/۸۰	۲۱/۸۰	۰/۰۰۱	۰/۴۳۸

بر اساس نتایج جدول ۷ آزمون همسانی شیب رگرسیون پیش‌آزمون و پس‌آزمون مؤلفه پایداری تحصیلی در دو گروه آزمایش و گروه کنترل معنادار نیست ($p < 0.05$ و $F=21/80$)؛ بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت شیب رگرسیون مؤلفه پایداری تحصیلی در پیش‌آزمون و پس‌آزمون در گروه‌های آزمایش و کنترل برابر است. آزمون همسانی شیب رگرسیون پیش‌آزمون و پس‌آزمون مؤلفه خودکارآمدی ریاضی در دو گروه آزمایش و گروه کنترل معنادار نیست ($p < 0.05$ و $F=52/36$)؛ بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت شیب رگرسیون مؤلفه خودکارآمدی ریاضی در پیش‌آزمون و پس‌آزمون در گروه‌های آزمایش و کنترل برابر است. آزمون همسانی شیب رگرسیون پیش‌آزمون و پس‌آزمون مؤلفه درگیری شناختی در دو گروه آزمایش و گروه کنترل معنادار نیست ($p < 0.05$ و $F=96/100$)؛ بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت شیب رگرسیون مؤلفه درگیری شناختی در پیش‌آزمون و پس‌آزمون در گروه‌های آزمایش و کنترل برابر است و اثربخشی مثبت‌اندیشی معنی‌دار است.

نتیجه گیری

در بررسی فرضیه اصلی تحقیق، آزمون تحلیل کوواریانس چند متغیره، یک اثر معنادار برای اثربخشی مثبت‌اندیشی به شیوه گروهی (متغیر مستقل) وجود دارد. این اثر نشان داد بین متغیر خودکارآمدی ریاضی دانش‌آموزان پایه نهم که با آموزش بسته مثبت‌اندیشی آموزش دیده‌اند، با دانش‌آموزان پایه نهم گروه کنترل که آموزش بسته مثبت‌اندیشی را دریافت نکردند، تفاوت معنادار وجود دارد ($F=42/16$ و $p < 0/05$) در تأیید فرضیه اصلی می‌توان به نتایج تحقیق مال امیری و همکاران (۱۴۰۲)، توکلی و همکاران (۱۴۰۲)، عبدی و شیروند (۱۴۰۱)، کلمنت و همکاران^۱ (۲۰۲۴)، ویلاویکنسیو و برناردو^۲ (۲۰۲۲)، آدامو و گاربا^۳ (۲۰۲۱) اشاره نمود.

تحقیقات اخیر در مورد «اثربخشی مهارت‌های مثبت‌اندیشی بر خودکارآمدی ریاضی» نشان داده است که آموزش تکنیک‌های مثبت‌اندیشی می‌تواند تأثیر قابل‌توجهی بر افزایش خودکارآمدی دانش‌آموزان در زمینه ریاضی داشته باشد. این نتایج به‌وضوح حاکی از آن است که مهارت‌های مثبت‌اندیشی به‌واسطه افزایش انگیزه و کاهش اضطراب می‌توانند به بهبود عملکرد دانش‌آموزان کمک کنند. به‌عنوان مثال، اسمیت و جانسون به این نتایج دست یافتند که دانش‌آموزانی که تکنیک‌های مثبت‌اندیشی را فراگرفته بودند، با اعتمادبه‌نفس بیشتری در حل مسائل ریاضی عمل کرده و در نتیجه نتایج بهتری کسب کردند (اسمیت - جانسون^۴، ۲۰۲۳). کلمنت و همکاران^۵ (۲۰۲۴) نشان دادند طراحی مداخلات مثبت‌اندیشی برای بهبود خودکارآمدی ریاضی دانش‌آموزان مؤثر و معنادار است و با استفاده ترکیبی از راهبردهای آموزشی و روان‌شناختی مثبت، مربیان می‌توانند محیط‌های یادگیری را ایجاد کرده و دانش‌آموزان را برای موفقیت در ریاضیات توانمند کنند. واترز و وایت^۶ (۲۰۱۵) نشان دادند برنامه آموزش مثبت می‌تواند به‌صورت موفقیت‌آمیزی موجب افزایش تغییرات بلندمدت و کوتاه‌مدت خودکارآمدی ریاضی دختران دانش‌آموزان گروه آزمایش در مقایسه با گروه کنترل شود.

هدف روان‌شناسی مثبت‌گرا، این است که در نظام و اهداف روان‌شناسی، تغییر و تحول مثبت ایجاد کند و در این هدف، بدترین مشکلات را به بهترین کیفیت تغییر داده و در زندگی افراد جامعه به کار برد. بر این اساس، شکوفایی آموزش‌های مثبت‌اندیشی برای افزایش توانمندی‌ها در همه جوانب، جزء اصول روان‌شناسی مثبت محسوب می‌شود. با توجه به این مطالب، می‌توان گفت دانش‌آموزان مثبت‌اندیش در مواجهه با درس مشکل و مهمی مانند ریاضیات، به شرایط مطلوب تحصیلی دست پیدا می‌کند و مثبت‌نگری دانش‌آموزان باعث ایجاد شور و شوق و اشتیاق و علاقه آنان نسبت به ریاضیات می‌شود و یادگیری آنان را تحت تأثیر مثبت قرار می‌دهد.

فرضیه فرعی: آموزش مثبت‌اندیشی بر ابعاد خودکارآمدی ریاضی (پایداری تحصیلی، خودکارآمدی ریاضی و درگیری شناختی) دانش‌آموزان تأثیر معنادار دارد.

شیب رگرسون مؤلفه پایداری تحصیلی در پیش‌آزمون و پس‌آزمون در گروه‌های آزمایش و کنترل برابر است ($F=21/80$ و $p < 0/05$). شیب رگرسون مؤلفه خودکارآمدی ریاضی در پیش‌آزمون و پس‌آزمون در گروه‌های آزمایش و کنترل برابر است ($F=52/36$ و $p < 0/05$) و شیب رگرسون مؤلفه درگیری شناختی در پیش‌آزمون و پس‌آزمون در گروه‌های آزمایش و کنترل برابر است ($F=96/100$ و $p < 0/05$)؛ بنابراین، اثربخشی مثبت‌اندیشی بر ابعاد خودکارآمدی ریاضی (پایداری تحصیلی، خودکارآمدی ریاضی و درگیری شناختی) معنی‌دار است.

¹. Clemente, Kilag, Ypon, Groenewald, Groenewald & Ubay

². Villavicencio & Bernardo

³. Adamu & Garba

⁴. Smith-Johnson

⁵. Clemente, Kilag, Ypon, Groenewald, Groenewald & Ubay

⁶. Waters & White

یافته‌های این فرضیه با بخشی از نتایج مطالعات ذاکریان‌زاده و همکاران (۱۴۰۲)، مال‌امیری و همکاران (۱۴۰۲)، توکلی و همکاران (۱۴۰۲)، عبدی و شیراوند (۱۴۰۱)، حکیمی، طالع پسند، رحیمیان و مارکارت (۱۳۹۶)، ویلاویکنسیو و برناردو^۱ (۲۰۲۲)، کلمنت و همکاران^۲ (۲۰۲۴)، زیکوپیچ و همکاران^۳ (۲۰۲۴)، وینفلس و همکاران^۴ (۲۰۲۳)، آدامو و گاربا^۵ (۲۰۲۱)، مارتین و ریم-کافمن^۶ (۲۰۲۱) هم‌سو است. کاردل جسیکا^۷ (۲۰۲۴) معتقد است استفاده از تکنیک‌های تأیید مثبت می‌تواند به تغییر دیدگاه دانش‌آموزان از نظر شخصی و تحصیلی در درس دشواری مانند ریاضیات، کمک کند.

همچنین، ویلاویکنسیو و برناردو^۸ (۲۰۲۲) نشان دادند احساسات مثبت با یادگیری و پیشرفت در ریاضیات مرتبط است، حتی زمانی که اضطراب ریاضی در نظر گرفته شود و لذت و مثبت‌اندیشی، مقدار قابل‌توجهی از واریانس را در نمرات نهایی، خودتنظیمی و خودکارآمدی، توضیح می‌دهند.

اشتیاق، مثبت‌اندیشی و انگیزش به پیشرفت، می‌تواند در هنگام مواجهه دانش‌آموز با مسائل و موقعیت‌های دشوار آموزشی و یا ارزشیابی، در کاهش نگرانی شدید، تفکرات ناخوشایند و آشفتگی‌های ذهنی و روانی، تأثیر بگذارد. توجه و اهمیت ویژه برای متغیرهای انگیزشی و فردی از راه مثبت‌اندیشی در تحصیلات، می‌توان از این طریق میزان خودکارآمدی دانش‌آموزان را در خصوص درس ریاضی بالا برد.

محدودیت‌های زیر در تحقیق مشاهده شد: جامعه آماری پژوهش فقط دانش‌آموزان پایه نهم را شامل می‌شد؛ عدم امکان تعمیم نتایج به دانش‌آموزان مقاطع یا پایه‌های تحصیلی دیگر؛ در تحقیق حاضر، از یک چهارچوب نظری و مدل تحقیق استفاده شد و استفاده هم‌زمان از مدل‌های صاحب‌نظران دیگر و ابزار پرسشنامه متنوع، امکان‌پذیر نبود. بر این اساس، با توجه به وجود رابطه بین مثبت‌اندیشی و خودکارآمدی ریاضی، پیشنهاد می‌شود به بحث روان‌شناسی مثبت‌گرا در مدارس، توجه اساسی شود. از آنجاکه مهارت‌های مثبت‌اندیشی می‌توانند به افزایش خودکارآمدی کمک کنند، پیشنهاد می‌شود این مهارت‌ها به‌عنوان بخشی از برنامه‌های درسی مدارس معرفی شوند. برگزاری کارگاه‌ها و دوره‌های آموزشی برای معلمان به‌منظور آموزش روش‌های مثبت‌اندیشی و نحوه پیاده‌سازی آن در کلاس‌های ریاضی می‌تواند مؤثر باشد. لازم است پژوهش‌های بیشتری در زمینه‌های مختلف، خصوصاً در سطوح متفاوت تحصیلی و با گروه‌های سنی مختلف انجام شود تا نقش مثبت‌اندیشی در خودکارآمدی ریاضی به‌طور جامع‌تری بررسی شود.

یکی از مهم‌ترین مسائل ریاضی، مسائل کلامی است. متأسفانه دانش‌آموزان اغلب در استفاده از مطالب ارائه‌شده در کلاس ریاضی موفق نیستند؛ مهم‌ترین مشکل دانش‌آموزان در مسائل ریاضی، ناتوانی آن‌ها در درک و فهم مسئله است. آن‌ها نمی‌توانند به‌خوبی درک کنند که مسئله از آن‌ها چه خواسته است و باید به دنبال چه چیزی باشند. در همین راستا، نوراسیا^۹ (۲۰۰۲)، بیان می‌کند که عمده‌ی دانش‌آموزان در حل مسائل کلامی و در درک زبان ریاضیات مشکل دارند و در حل مسائل ریاضی با شکست مواجه می‌شوند. علت این شکست و عدم موفقیت آن‌ها این است که دانش‌آموزان در درک زبان ریاضی و تفسیر جملات برای ادامه‌ی روند مهارت‌های پردازش و در نهایت حل مسئله، مشکل دارند (بهاءلو هوره و همکاران، ۱۳۹۵).

درک چیزی بیشتر از به‌دست‌آوردن مفاهیم یا مهارت در یک زمان است (عظیم‌پور و همکاران، ۱۳۹۶، نقل‌شده از کارپر و لارر^{۱۰}، ۱۹۹۹). درک شامل فعالیت ذهنی پیچیده و چندبعدی است که در فرایندی پیوسته و مولد در حال ایجاد و تداوم است. در درس ریاضی، درک مفاهیم، ایده‌ها و مهارت‌ها در دانش‌آموزان می‌تواند منجر به آموزش و یادگیری مطلوب در ریاضی شود. شیوه‌ای که دانش‌آموزان این مفاهیم را

¹. Villavicencio & Bernardo

². Clemente, Kilag, Ypon, Groenewald, Groenewald & Ubay

³. Živković, Pellizzoni, Doz, Cuder, Mammarella & Passolunghi

⁴. Weißenfels, Hoffmann, Dörrenbächer-Ulrich & Perels

⁵. Adamu & Garba

⁶. Martin & Rimm-Kaufman

⁷. Kardell, Jessica

⁸. Villavicencio & Bernardo

⁹. Norasia

¹⁰. Carpenter & Lehrer

درونی سازی می کنند و یا شیوه های که این مفاهیم آموزش داده می شود و با مفاهیم قبلی ارتباط داده می شود، می تواند در موفقیت درس ریاضی مؤثر واقع شود (عظیم پور و همکاران، ۱۳۹۶، نقل شده از اوون و توریش^۱، ۲۰۰۷).

یکی از استدلال های ریاضی و بخصوص هندسی، درک شهودی است. در ریاضیات، دانش غریزی یا احساس بدون استدلال را درک شهودی گویند. شهود از فردی به فرد دیگر فرق دارد و حتی درک شهودی در زمان های متفاوت برای یک شخص ثابت نیست و با گذشت زمان در حال تغییر است. بنابراین می توان گفت که دو مفهوم سطح و حجم به نحوی با مسئله ی شهود افراد در ارتباط است و باعث ایجاد خطاهایی در بین دانش آموزان می شود (دواجی، رفعت، ۱۳۹۴).

از آن جا که ریاضیات دوره ی ابتدایی دارای موضوعات مفهومی است، یکی از عواملی که منجر به مشکلات جدی در یادگیری ریاضیات می شود، خطاهایی است که از درک مفاهیم به وجود می آید. بنابراین، احتمال دارد برای دانش آموزان در یادگیری مفاهیم موضوعات ریاضی، به ویژه سطح و حجم، خطاهایی رخ دهد. از این رو، بررسی و ارزیابی خطاهای دانش آموزان و دلایل بروز آن ها از اهمیت ویژه ای برخوردار است. تشخیص خطاهایی که توسط دانش آموزان رخ می دهد، می تواند به معلمان کمک کند تا رویکردهای مناسب تری را برای اصلاح تدریس خود اتخاذ نمایند. روش های متعددی برای تحلیل خطاهای دانش آموزان وجود دارد. یکی از این روش ها، روش تحلیل خطای نیومن است که شامل شیوه ای نظام مند برای تحلیل خطاهایی است که دانش آموزان در حین پاسخ گویی به سؤالات کتبی ریاضی مرتکب می شوند. این روش به صورت سلسله مراتبی و مبتنی بر این فرض است که دانش آموزان در حل مسئله، الگوهای ذهنی منظمی را دنبال می کنند که قابل تقسیم به مراحل مشخصی است.

بحث سطح و حجم، از مباحث اصلی در کتاب ریاضی پایه ششم ابتدایی است. بسیاری از دانش آموزان در درک، به کارگیری و حل مسائل مربوط به این مبحث، با مشکلات متعددی روبه رو هستند. از طرفی، موارد فراوانی مشاهده شده است که دانش آموزان با وجود درک این دو مبحث و دانستن راه حل مسئله، به دلیل بی دقتی یا بی انگیزگی در کامل کردن پاسخ، با شکست مواجه شده اند. پس از امتحان یا حل تمرین ها، معمولاً جملاتی مانند: «همه را بلد بودم، ولی به جواب نرسیدم»، «هر کاری کردم به نتیجه ای که شما خواستید نرسیدم»، یا «حل شد؛ ولی برای رسیدن به جواب، دو صفحه نوشتم» را بیان می کنند. این موضوع، به علت عدم بازمینی و کنترل راه حل مسئله رخ می دهد و دانش آموزان متوجه خطاهایی که باعث انحراف از مسیر صحیح حل مسئله شده، نمی شوند (کرمیان، ۱۳۹۴).

با توجه به این که حل مسائل کلامی سطح و حجم، بخشی از فرایند حل مسئله ی ریاضی است، بروز خطا در طی آن، نه تنها دور از انتظار نیست بلکه به دلیل ماهیت این مسائل، احتمال بیشتری نیز دارد. اگرچه ارائه ی مسائل ریاضی در قالب متن، جایگاه مهمی در آموزش ریاضی دارد، اما پژوهشگران متعددی (یونس (Yunus, 2019)؛ و جی (Wijaya, 2014)؛ رحمان (Rahman, 2019)) بر این باورند که بهره بردن از این عامل در طرح مسئله، پاسخ گویی به آن را برای دانش آموزان دشوارتر می سازد. بنابراین، شناخت خطاها و مشکلات دانش آموزان در حل مسائل کلامی ریاضی بسیار حائز اهمیت است و ارزیابی و بررسی این خطاها می تواند به بهبود عملکرد آن ها در حل این مسائل کمک قابل توجهی نماید.

مدل تحلیل خطای نیومن، روشی نظام مند و به صورت سلسله مراتبی است که مشتمل بر پنج مرحله ی خواندن، درک، تبدیل، مهارت های فرایندی و کدگذاری می باشد. نیومن در تحلیل خود به طور مؤکد از واژه ی «سلسله مراتب» استفاده می کند؛ زیرا شکست در هر سطحی از این دنباله، حل کننده ی مسئله را از پیشرفت رضایت بخش بازمی دارد. در مدل نیومن، مصاحبه گر در روند حل مسئله ی دانش آموز دخالتی ندارد و زمانی که فرد ناتوان از ادامه ی حل مسئله شود، مدل نیومن بیان می کند که خطا در آن سطح رخ داده است و تلاشی برای کمک به آزمودنی جهت پی بردن به خطای رخ داده نمی شود، مگر این که فرد به طور شانس و با دلایل ناقص به پاسخ برسد.

¹. Even & Tirosh

از جمله خطاهایی که دانش‌آموزان در مبحث سطح و حجم، به دلیل بدفهمی یا درک نادرست مطلب با آن‌ها مواجه می‌شوند، می‌توان به این موارد اشاره کرد: خطا در تبدیل واحدها؛ عدم درک فاصله بین واحدها؛ خطا در درک حجم‌ها؛ تصور نادرست درباره مساحت به عنوان یک عدد صرف (در حالی که مساحت، یک واحد برای پوشاندن سطح است)؛ استفاده صحیح از فرمول مساحت مستطیل، اما ناتوانی در درک معنای پوشاندگی سطح و تفاوت آن با حاصل ضرب طول و عرض؛ خطا در درک مسائل مربوط به حجم و گنجایش؛ ناتوانی در تشخیص رابطه طول، سطح و حجم؛ و خطا در تشخیص عرض و ارتفاع در اشکال حجمی و... شایان ذکر است شناسایی و کشف خطاهای دانش‌آموزان برای معلمان اهمیت فراوانی دارد؛ چراکه آن‌ها می‌توانند تا حدودی روش تدریس خود را بر مبنای اشتباهات دانش‌آموزان تعدیل کنند. تشخیص خطاها کمک می‌کند که بفهمیم چه روشی، چگونه و در چه شرایطی بر یادگیری دانش‌آموزان مؤثر است (علم‌الهدایی، ۱۳۹۸).

شناسایی خطاهای دانش‌آموزان در حل مسائل سطح و حجم، معلمان را برای رفع این مشکلات و بهبود آموزش یاری می‌رساند. روش تحلیل خطای نیومن یکی از روش‌های کاربردی برای تحلیل خطای دانش‌آموزان در روند حل مسئله است. بر اساس پژوهش‌های پیشین، بروز خطا در سطوح خواندن و درک در مدل تحلیل خطای نیومن، دلالت بر ضعف دانش زبانی دانش‌آموزان دارد؛ در حالی که ارتکاب خطا در سطوح تبدیل، مهارت‌های فرایندی و کدگذاری، حاکی از کمبود دانش ریاضی آن‌هاست.

بنابر گفته‌ی کلمنتس و الرتون (Clements & Ellerton, 1996)، تحلیل‌های داده‌ای مبتنی بر روال نیومن، توجه ویژه‌ای را به موارد زیر جلب کرده‌اند:

۱. تأثیر عوامل زبانی بر یادگیری ریاضی؛
۲. نامناسب بودن بسیاری از برنامه‌های جبرانی ریاضی در مدارس که در آن‌ها تأکید بیش‌ازحدی روی یاددهی مجدد الگوریتم‌های استاندارد وجود دارد؛

۳. اهمیت توسعه محیط‌های یادگیری که در آن‌ها دانش‌آموزان «کار با ریاضی» را بیاموزند.

یکی از انواع مسائل کلامی که در دنیای واقعی - از جمله مهندسی، اقتصاد، پزشکی، صنعت و هر علمی که با مفاهیم اکسترمم، کمینه، بیشینه، حداقل، حداکثر، حجم و سطح و مفاهیمی از این دست سروکار دارد؛ مطرح است، محاسبه‌ی اشکال هندسی می‌باشد. بدون شک، در حل هر مسئله‌ای احتمال بروز خطا وجود دارد. مسائل کلامی حجم و سطح نیز از این قاعده مستثنا نیستند و دانش‌آموزان در حل این نوع مسائل نیز دچار خطا می‌شوند. معلمان نباید این خطاها را نادیده بگیرند، بلکه باید با استفاده از الگوهای تحلیل خطا، در جهت شناسایی و رفع آن‌ها تلاش کنند. شناسایی و کشف خطاهای نظام‌مندی که ناشی از بدفهمی‌های دانش‌آموزان است، برای معلمان اهمیت زیادی دارد؛ زیرا آن‌ها می‌توانند تا حدودی روش تدریس خود را بر مبنای این بدفهمی‌ها تعدیل کنند. تشخیص بدفهمی‌ها کمک خواهد کرد که معلمان بفهمند چه روشی، در چه زمانی و کجا در یادگیری دانش‌آموزان مؤثر است. معلمان وظیفه دارند پس از شناسایی و آگاهی از بدفهمی‌های دانش‌آموزان، از شکل‌گیری بدفهمی‌های احتمالی جلوگیری کرده و بدفهمی‌های قبلی آن‌ها را اصلاح نمایند تا خطاهای نظام‌مند رخ ندهد (دوستی و ریحانی، ۱۳۹۴).

رفع خطاهای محاسباتی، مستلزم درک مفهومی دانش‌آموز از تدریس معلم است. از آنجایی که خطاهای محاسباتی قابل پیش‌بینی نیستند و عنوان «اشتباه» به آن‌ها داده می‌شود و اشتباهات، خطاهایی هستند که در اثر بی‌دقتی رخ می‌دهند، معلم می‌تواند با شناسایی خطاهای محاسباتی، متوجه بی‌دقتی‌های دانش‌آموزان در مباحث سطح و حجم شود و راهکارهای مناسبی را برای رفع این بی‌دقتی‌ها به آن‌ها ارائه دهد. پژوهش‌ها نشان می‌دهد که درک معلمان از چگونگی درک و تفکر دانش‌آموز بسیار محدود است. برای مثال، تحقیق نیتان و کوئدینگر^۱ نشان داد که راهبردهای حل مسئله که توسط دانش‌آموزان به کار گرفته شد، با آنچه معلمان و محققین تصور می‌کردند، تفاوت داشت. این آگاهی، معلم را در فرآیند طراحی آموزشی و اجرای آن یاری می‌دهد و معلمان می‌توانند برای جلوگیری از بروز بدفهمی‌ها یا مواجهه با آن‌ها آمادگی لازم را در خود ایجاد نمایند. ترنوکلو و یسیلدیر^۲ نیز معتقدند که آگاهی از شناخت و بدفهمی‌های دانش‌آموزان از اجزای مهم دانش

¹ Nathan & Koedinger

² Trenoklo & Ysildernis

پداگوژیکی موضوعی معلمان باید باشد و آگاهی از مفاهیم درک شده و خطاها و بدفهمی‌های دانش‌آموزان از عناصر اساسی دانش پداگوژیکی محتوا است (بخشعلی‌زاده، ۱۳۹۲).

عالمیان و همکاران (۱۳۹۶)، پژوهشی تحت عنوان «تحلیل خطاهای دانش‌آموزان چهارم تجربی در حل مسائل کلامی کاربرد مشتق بر اساس مدل نیومن» در شهرستان سمیرم انجام داد. نتایج حاصل نشان داد که بیشترین خطا مربوط به مرحله درک و کمترین خطا مربوط به مرحله خواندن بود. در پژوهشی دیگر که توسط اسماعیلی و رفیع‌پور (۱۳۹۳) درباره تحلیل خطاهای نیومن روی دانش‌آموزان پایه پنجم ابتدایی انجام شد، نتایج نشان داد که حدود ۷۱٪ از خطاهای دانش‌آموزان مربوط به خواندن، درک و تبدیل و بقیه مربوط به مهارت‌های فرآیندی و کدگذاری بوده است. اسدزاد و یافتیان (۱۳۹۵) نیز پژوهشی با عنوان «ارزیابی خطاهای دانش‌آموزان در حل مسائل کلامی بر اساس تحلیل نیومن» روی دانش‌آموزان پایه چهارم ابتدایی انجام دادند. نتایج حاصل از پژوهش آن‌ها نشان داد که کل خطاهای رخ داده توسط نمونه انتخاب شده، ۲۲۹ مورد بوده است که از این تعداد، ۱۹/۲۱٪ از کل خطاهای رخ داده مربوط به خطای خواندن، ۵۹/۱۶٪ مربوط به خطای درک، ۴۳/۶۷٪ مربوط به خطای تبدیل، ۱۸/۸۷٪ مربوط به خطای مهارت‌های پردازش و ۱/۷٪ مربوط به خطای کدگذاری بوده است.

در ادامه‌ی تحقیقات قبلی و با توجه به اینکه سلسله‌مراتب خطاهای نیومن برای مفاهیم سطح و حجم هندسی بررسی نشده بود، هدف این پژوهش، ارزیابی خطاهای دانش‌آموزان پایه ششم در حل مسائل کلامی مفاهیم سطح و حجم هندسی در شهر ازنا با توجه به الگوی نیومن بود. عدم انجام پژوهش‌های لازم در کشور درباره‌ی بررسی و ارزیابی خطاهای دانش‌آموزان پایه ششم بر اساس مدل تحلیل نیومن در مفاهیم سطح و حجم، باعث احساس ضرورت پژوهش در این زمینه شد.

روش شناسی پژوهش

این پژوهش از نظر هدف کاربردی و از نظر اجرا توصیفی-همبستگی و از نوع پیمایشی بود. این تحقیق به بررسی وضع موجود پرداخت؛ بنابراین در قلمرو تحقیقات توصیفی قرار گرفت و از آنجایی که محقق درصدد بررسی و تحلیل عملکرد دانش‌آموزان با سلسله‌مراتب خطاهای نیومن بود، در قلمرو همبستگی قرار گرفت. در این نوع تحقیق، رابطه میان متغیرها براساس اهداف تحقیق تحلیل شد. اطلاعات مربوط به مسئله‌ی اصلی تحقیق به صورت میدانی، از طریق آزمون محقق ساخته برای مفاهیم سطح و حجم و مصاحبه با دانش‌آموزان جهت بررسی پاسخ‌های آزمون برای تحلیل براساس الگوی نیومن و مسائل کلامی به دست آمد. برای روایی سوالات آزمون، ابتدا ۱۰ سوال از کتاب راهنمای ریاضی معلم پایه مورد تایید سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، با همکاری جمعی از اساتید ریاضی و معلمان پایه ششم شاغل در آموزش و پرورش، به روایی گذاشته شد و از بین آن‌ها روایی ۵ سوال تأیید شد. سپس برای تأیید پایایی سوالات تأیید شده، از ۳۰ نفر از دانش‌آموزان آزمون گرفته شد و با استفاده از آزمون آلفای کرونباخ (۰/۹۵)، پایایی سوالات نیز مورد تأیید قرار گرفت. برای ارزیابی و شناسایی خطاهای دانش‌آموزان در توانایی و مهارت‌های حل مسئله کلامی و پاسخ‌گویی بهتر و دقیق‌تر به سوالات تحقیق، از مصاحبه نیز به عنوان ابزاری کیفی و مکمل برای آزمون‌ها استفاده گردید. به این ترتیب که پس از برگزاری آزمون، از دانش‌آموزان خواسته شد که به اتفاق جداگانه‌ای رفته و در مورد چگونگی حل سؤالات به سؤالات محقق پاسخ دهند. همچنین از آن‌ها خواسته شد که یک بار دیگر سؤالات را در مقابل مصاحبه‌کننده حل نمودند و در عین حل مسئله و مصاحبه، خطاهای آنان ثبت شد.

جامعه‌ی آماری مورد مطالعه در این پژوهش، کلیه دانش‌آموزان پایه ششم مقطع دبستان در شهر ازنا در سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲، به تعداد ۱۲۹۸ نفر بود. با توجه به جدول مورگان، حجم نمونه ۲۹۶ نفر محاسبه شد، اما با توجه به بخش کیفی پژوهش، از روش نمونه‌گیری تصادفی خوشه‌ای استفاده شد و حجم نمونه‌ی آماری ۱۵۰ نفر از دانش‌آموزان پایه ششم شهر ازنا بود.

از ضریب همبستگی اسپیرمن، ضریب همبستگی لامبدا، ضریب همبستگی فی و آزمون خی‌دو استقلال برای آزمودن سوال‌های پژوهش به همراه آزمون‌های مربوط به مفروضات آن استفاده شد. جهت تجزیه و تحلیل داده‌های پژوهش از نرم‌افزار آماری SPSS نسخه‌ی ۲۶ استفاده گردید.

یافته‌های پژوهش

جهت بررسی فراوانی و تعیین بیشترین و کمترین خطاهای دانش‌آموزان پایه ششم در مفاهیم سطح و حجم، فراوانی و درصد خطاهای نیومن در جدول‌های ۱ و ۲ ارائه شده است.

جدول ۱. اطلاعات توصیفی متغیرهای پژوهش.

متغیر	فراوانی					
	صفر خطا	یک خطا	دو خطا	سه خطا	چهار خطا	پنج خطا
خطای خواندن	۱۴۷ (۹۸)	۱ (۰/۷)	–	۲ (۱/۳)	–	–
خطای درک	۶۹ (۴۶)	۲۸ (۱۸/۷)	۲۶ (۱۷/۳)	۱۱ (۷/۳)	۳ (۲)	۱۳ (۸/۷)
خطای تبدیل	۹۵ (۶۳/۳)	۳۷ (۲۴/۷)	۱۸ (۱۲)	–	–	–
خطای پردازش	۱۱۵ (۷۶/۷)	۲۵ (۱۶/۷)	۸ (۵/۳)	۲ (۱/۳)	–	–
خطای رمزگذاری	۱۰۸ (۷۲)	۲۹ (۱۹/۳)	۱۱ (۷/۳)	۲ (۱/۳)	–	–

جدول ۲. تعداد خطای دانش‌آموزان به تفکیک سؤالات و پنج سطح الگوی نیومن.

متغیر	فراوانی					
	خطای خواندن تعداد(درصد)	خطای درک تعداد(درصد)	خطای تبدیل تعداد(درصد)	خطای پردازش تعداد(درصد)	خطای کدگذاری تعداد(درصد)	بدون خطا تعداد(درصد)
سؤال ۱	۰ (۰)	۲۴ (۱۶)	۵ (۳/۳۳)	۹ (۶)	۳ (۲)	۱۱۰ (۷۳)
سؤال ۲	۰ (۰)	۲۷ (۱۸)	۲۴ (۱۶)	۸ (۵/۳)	۲۶ (۱۷/۳)	۷۱ (۴۷)
سؤال ۳	۲ (۱/۳۳)	۳۳ (۲۲)	۹ (۶)	۹ (۶)	۴ (۲/۶)	۹۳ (۶۲)
سؤال ۴	۲ (۱/۳۳)	۵۰ (۳۳/۳)	۲۳ (۱۵/۳)	۱۲ (۸)	۱۴ (۹/۳)	۵۷ (۳۸)
سؤال ۵	۳ (۲)	۵۶ (۳۷/۳)	۱۲ (۸)	۹ (۶)	۱۰ (۶/۶)	۵۹ (۳۹)

جهت بررسی ارتباط بین خطای خواندن، خطای درک، خطای تبدیل، خطای مهارت پردازش و خطای کدگذاری و عملکرد دانش‌آموزان در مفاهیم سطح و حجم، از ضریب همبستگی اسپیرمن استفاده شد که نتایج آن در جدول ۳ آمده است.

جدول ۳. همبستگی بین خطاها و عملکرد دانش‌آموزان.

متغیر ملاک	متغیر پیش بین	ضریب همبستگی	معنی داری
عملکرد دانش‌آموزان	خطای خواندن	–۰/۲۲	۰/۰۰۱
عملکرد دانش‌آموزان	خطای درک	–۰/۸۵	۰/۰۰۱
عملکرد دانش‌آموزان	خطای تبدیل	–۰/۲۹	۰/۰۰۱

متغیر ملاک	متغیر پیش بین	ضریب همبستگی	معنی داری
عملکرد دانش آموزان	خطای مهارت‌های پردازش	-۰/۱۷	۰/۰۳
عملکرد دانش آموزان	خطای کدگذاری	-۰/۱۶	۰/۰۳
عملکرد دانش آموزان	خطاهای پنج‌گانه	-۰/۸۷	۰/۰۰۱

در نتیجه، بین خطای خواندن، خطای درک، خطای تبدیل، خطای مهارت پردازش و خطای کدگذاری و عملکرد دانش آموزان در مفاهیم سطح و حجم، رابطه منفی معناداری وجود دارد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، ضریب همبستگی بین متغیر عملکرد دانش آموز و خطاهای پنج‌گانه نیز برابر با ۰/۸۷ - می‌باشد که در سطح اطمینان ۰/۹۵ معنادار است. در نتیجه، بین خطاهای دانش آموزان و عملکرد دانش آموزان پایه ششم ابتدایی در مفاهیم سطح و حجم رابطه منفی معناداری وجود دارد.

ارتباط بین عملکرد دانش آموزان و خطاهای آن‌ها در سه نوع ساختار مفهومی، کاربردی و محاسباتی با استفاده از آزمون خی دو و ضریب همبستگی لامبدا مورد بررسی قرار گرفت و نتایج آن در جدول ۴ ارائه شده است.

جدول ۴. ارتباط بین عملکرد تحصیلی و خطاهای ساختاری.

متغیر ۱	متغیر ۲	خی دو	درجه آزادی	ضریب همبستگی لامبدا	P
عملکرد تحصیلی	ساختار مفهومی	۸۴/۲۷	۳	-۰/۲۹	۰/۰۰۱
	ساختار کاربردی	۷۲/۱۷	۳	-۰/۴۲	۰/۰۰۱
	ساختار محاسباتی	۵۵/۳۳	۳	-۰/۲۵	۰/۰۰۱

همان‌گونه که در جدول ۴ مشاهده می‌شود، با توجه به آماره‌ی آزمون و سطح معنی داری به دست آمده (۰/۰۰۱) بین متغیر عملکرد تحصیلی با هر یک از خطای ساختار مفهومی (۸۴/۲۷)، کاربردی (۷۲/۱۷) و محاسباتی (۵۵/۳۳) همچنین ضریب همبستگی بین متغیر عملکرد دانش آموز و هر سه ساختار مفهومی ($r = -0.29$)، کاربردی ($r = -0.42$) و محاسباتی ($r = -0.25$) ارتباط معنی داری وجود دارد ($P < 0.05$). همان‌گونه که مشاهده می‌شود، بیشترین ضریب همبستگی مربوط به ارتباط منفی بین عملکرد تحصیلی و خطای ساختار کاربردی است.

در ادامه، جدول‌های فراوانی مشاهده شده و درصد مقادیر مشاهده شده در خانه‌های متقاطع دو متغیر عملکرد تحصیلی و خطای ساختار در جداول ۵، ۶ و ۷ ارائه شده است.

جدول ۵. فراوانی عملکرد تحصیلی و خطای ساختار مفهومی.

متغیر		ندارد		دارد		کل	
		فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد
عملکرد دانش آموز	۱	۰	۰.۰٪	۲۲	۵۵.۰٪	۲۲	۱۴.۷٪
	۲	۱۵	۱۳.۶٪	۱۱	۲۷.۵٪	۲۶	۱۷.۳٪
	۳	۴۶	۴۱.۸٪	۴	۱۰.۰٪	۵۰	۳۳.۳٪

متغیر		ندارد		دارد		کل	
		فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد
۴		۴۹	۴۴.۵٪	۳	۷.۵٪	۵۲	۳۴.۷٪
کل		۱۱۰	۱۰۰.۰٪	۴۰	۱۰۰.۰٪	۱۵۰	۱۰۰.۰٪

جدول ۶. فراوانی عملکرد تحصیلی و خطای ساختار کاربردی.

کل		دارد		ندارد		متغیر	
درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی		
۱۴.۷٪	۲۲	۲۳.۴٪	۲۲	۰.۰٪	۰	۱	عملکرد دانش آموز
۱۷.۳٪	۲۶	۲۳.۴٪	۲۲	۷.۱٪	۴	۲	
۳۳.۳٪	۵۰	۴۳.۶٪	۴۱	۱۶.۱٪	۹	۳	
۳۴.۷٪	۵۲	۹.۶٪	۹	۷۶.۸٪	۴۳	۴	
۱۰۰.۰٪	۱۵۰	۱۰۰.۰٪	۹۴	۱۰۰.۰٪	۵۶	کل	

جدول ۷. فراوانی عملکرد تحصیلی و خطای ساختار محاسباتی.

کل		دارد		ندارد		متغیر	
درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی		
۱۴.۷٪	۲۲	۱۹.۶٪	۲۲	۰.۰٪	۰	۱	عملکرد دانش آموز
۱۷.۳٪	۲۶	۲۰.۵٪	۲۳	۷.۹٪	۳	۲	
۳۳.۳٪	۵۰	۴۱.۱٪	۴۶	۱۰.۵٪	۴	۳	
۳۴.۷٪	۵۲	۱۸.۸٪	۲۱	۸۱.۶٪	۳۱	۴	
۱۰۰.۰٪	۱۵۰	۱۰۰.۰٪	۱۱۲	۱۰۰.۰٪	۳۸	کل	

جهت بررسی ارتباط دوبه‌دو بین ساختارهای مفهومی، کاربردی و محاسباتی، از آزمون خی‌دو و ضریب همبستگی فی استفاده شد. نتایج آن در جدول‌های ۸ و ۹ ارائه شده است. ابتدا با استفاده از آزمون خی‌دو استقلال، ارتباط بین متغیرها مورد بررسی قرار گرفت.

جدول ۸. ارتباط بین خطاهای ساختار.

متغیر ۱	متغیر ۲	خی دو	درجه آزادی	P
کاربردی	مفهومی	۷/۰۱	۱	۰/۰۱

متغیر ۱	متغیر ۲	خی دو	درجه آزادی	P
محاسباتی	مفهومی	۳/۰۷	۱	۰/۰۸
محاسباتی	کاربردی	۲۴/۷۳	۱	۰/۰۰۱

همان گونه که در جدول مشاهده می شود، با توجه به آماره‌ی آزمون و سطح معناداری به دست آمده (۰/۰۰۱)، بین خطای ساختار محاسباتی و مفهومی با کاربردی ارتباط وجود دارد؛ اما ارتباط بین دو نوع خطای محاسباتی و مفهومی با مقدار آماره برابر با ۳/۰۷، در سطح خطای ۰/۰۵ معنادار نبود. همچنین، در ادامه با استفاده از ضریب فی، همبستگی بین هر یک از ساختارها با یکدیگر مورد ارزیابی قرار گرفت.

جدول ۹. همبستگی فی بین متغیر خطای ساختار.

متغیر ملاک	متغیر پیش بین	ضریب همبستگی	معنی داری
مفهومی	کاربردی	۰/۲۱	۰/۰۱
مفهومی	محاسباتی	۰/۱۴	۰/۰۷
کاربردی	محاسباتی	۰/۴۰	۰/۰۱

نتایج جدول ۹ بیان می کند که بین ساختار مفهومی و کاربردی ارتباط معناداری وجود دارد ($P < 0/05$)، ولی بین دو ساختار مفهومی و محاسباتی ارتباط معناداری مشاهده نشد ($P > 0/05$)، ضریب همبستگی فی نشان می دهد ارتباط بین دو ساختار کاربردی و محاسباتی با مقدار آماره برابر با ۰/۴۰، ارتباط قوی تری است.

در ادامه، جدول فراوانی های مشاهده شده و درصد مقادیر مشاهده شده در خانه های متقاطع دوتادوی سه ساختار موجود در جدول ها ارائه شده است.

جدول ۱۰. فراوانی ساختار مفهومی و کاربردی.

متغیر		ندارد		دارد		کل	
		فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد
ساختار کاربردی	ندارد	۴۸	۴۳.۶٪	۸	۲۰.۰٪	۵۶	۳۷.۳٪
	دارد	۶۲	۵۶.۴٪	۳۲	۸۰.۰٪	۹۴	۶۲.۷٪
کل		۱۱۰		۴۰	۱۰۰.۰٪	۱۵۰	۱۰۰.۰٪

جدول ۱۱. فراوانی ساختار مفهومی و محاسباتی.

متغیر		ندارد		دارد		کل	
		فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد
ساختار محاسباتی	ندارد	۳۲	۲۹.۱٪	۶	۱۵.۰٪	۳۸	۲۵.۳٪
	دارد	۷۸	۷۰.۹٪	۳۴	۸۵.۰٪	۱۱۲	۷۴.۷٪
کل		۱۱۰	۱۰۰.۰٪	۴۰	۱۰۰.۰٪	۱۵۰	۱۰۰.۰٪

جدول ۱۲. فراوانی ساختار کاربردی و محاسباتی.

متغیر		ندارد		دارد		کل	
		فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد
ساختار کاربردی	ندارد	۲۷	۷۱.۱٪	۲۹	۲۵.۹٪	۵۶	۳۷.۳٪
	دارد	۱۱	۲۸.۹٪	۸۳	۷۴.۱٪	۹۴	۶۲.۷٪
کل		۳۸	۱۰۰.۰٪	۱۱۲	۱۰۰.۰٪	۱۵۰	۱۰۰.۰٪

فراوانی شیوع خطاهای پنج‌گانه به تفکیک هر یک از خطاهای پنج‌گانه نیومن در حل مسائل کلامی سطح و حجم مورد ارزیابی قرار گرفت که نتایج آن در جدول ۱۳ ارائه شده است.

جدول ۱۳. شیوع خطا در حل مسائل کلامی سطح و حجم پایه ششم.

نوع خطا	تعداد خطا	فراوانی	درصد فراوانی
خطای خواندن	۰	۱۴۷	۹۸.۰
	۱	۱	۰.۷
	۳	۲	۱.۳
خطای درک	۰	۶۹	۴۶.۰
	۱	۲۸	۱۸.۷
	۲	۲۶	۱۷.۳
	۳	۱۱	۷.۳
	۴	۳	۲.۰
	۵	۱۳	۸.۷
	۰	۹۵	۶۳.۳
خطای تبدیل	۱	۳۷	۲۴.۷
	۲	۱۸	۱۲.۰
	۰	۱۱۵	۷۶.۷
خطای پردازش	۱	۲۵	۱۶.۷
	۲	۸	۵.۳
	۳	۲	۱.۳
	۰	۱۰۸	۷۲.۰
خطای رمزگذاری	۱	۲۹	۱۹.۳
	۲	۱۱	۷.۳
	۰	۱۱۰	۷۳.۰

نوع خطا	تعداد خطا	فراوانی	درصد فراوانی
کل	۳	۲	۱.۳
	۰	۲۳	۱۵.۳
	۱	۱۴	۹.۳
	۲	۳۶	۲۴.۰
	۳	۴۷	۳۱.۳
	۴	۸	۵.۳
	۵	۱۷	۱۱.۳
	۶	۵	۳.۳

بحث و نتیجه‌گیری

در مدارس ایران، معلمان ریاضی، یادگیری دانش‌آموزان را تنها با برگزاری یک آزمون، تصحیح اوراق و درنهایت ارائه‌ی نتایج نهایی به صورت یک نمره، مورد ارزیابی قرار می‌دهند. حال آن‌که این نوع ارزیابی سطحی‌نگرانه بوده و برای یافتن علل بروز خطاها از عمق کافی برخوردار نمی‌باشد و از آنجایی که شناخت ریشه‌ی خطاها و دلایل بروز آن‌ها می‌تواند برای ارتقای سطح یادگیری دانش‌آموزان و جلوگیری از تکرار این خطاها راهگشا باشد، ضرورت و اهمیت روش‌های مناسب برای ارزیابی صحیح و دقیق آشکار می‌گردد (اسدنژاد و یافتیان، ۱۳۹۵). اندازه‌گیری یکی از مهم‌ترین مباحث پژوهش‌های آموزش ریاضی است؛ به‌طوری‌که بیشتر پژوهش‌ها در سراسر دنیا نشان می‌دهند اندازه‌گیری یکی از مؤلفه‌های اصلی برنامه درسی در دوره‌ی ابتدایی و متوسطه است. به‌طور مثال می‌توان به برنامه‌ی درسی ترکیه (Tan-sisman & Aksu, 2012)، برنامه‌ی درسی چین و آلمان (Ludwig & Shaw, 2010) و برنامه‌ی درسی ایران (سند ملی برنامه درسی، ۱۳۹۱) اشاره کرد. بیشتر پژوهش‌های آموزش ریاضی به آموزش مفاهیم کلیدی اندازه‌گیری یعنی طول، مساحت و حجم پرداخته‌اند. برای مثال، می‌توان به مطالعات (Clements, 1999) و (Huang & Wu, 2019) اشاره کرد.

با توجه به مطالعات انجام‌شده و عقیده پژوهشگران، در بین دانش‌آموزان با توجه به درک مفاهیم سطح و حجم، تفاوت وجود دارد (Martin & Strachen, 2000). خطاها، کوشش‌های طبیعی و موجهی هستند که در مسیر فهم ریاضی رخ می‌دهند. این نکته زمانی به‌خوبی آشکار می‌شود که دانش‌آموزان فعالانه تلاش می‌کنند تا تجربیات خود را با مرتبط‌کردن دانش مدرسه‌ای و وقایع روزمره، معنادار کنند؛ مانند کادو کردن سطح یک جعبه‌ی هدیه (بخشعلی‌زاده، ۱۳۹۲).

ممکن است دانش‌آموزان در هنگام حل مسائل کلامی و تکالیف مفهومی و فرآیندی دربارهی مساحت و حجم با اشتباهات و خطاهایی روبه‌رو شوند که باعث عدم پیشرفت آن‌ها شود. معلم می‌تواند با استفاده از روش تحلیل خطاها، به ارزیابی درست پاسخ‌های دانش‌آموزان بپردازد و با شناسایی خطاهای دانش‌آموزان به پیشرفت آن‌ها کمک کند. هدف این پژوهش، بررسی خطاهای دانش‌آموزان براساس الگوی نیومن در مفاهیم سطح و حجم و حل مسائل کلامی در دانش‌آموزان پایه ششم دبستان در شهر ازنای بود. ابتدا با استفاده از تحلیل آماری، رابطه بین متغیرهای مستقل که شامل پنج الگوی خطای نیومن (خواندن، درک، تبدیل، مهارت پردازش و کدگذاری) و ساختارهای مفهومی، کاربردی و محاسباتی بود، و متغیر وابسته (عملکرد دانش‌آموزان) مورد بررسی قرار گرفت. با توجه به نتایج به‌دست‌آمده براساس الگوی نیومن، مشخص شد بیشترین خطا، خطای درک و کمترین خطا، خطای خواندن بود. با توجه به اینکه دانش‌آموزان، پایه ششم بودند و از نظر خواندن صورت سؤال مشکل کمی داشتند؛ لذا کمترین خطا مربوط به خواندن بود. اما علیرغم این موضوع، به دلیل ویژگی خاص صورت مسائل کلامی، برخی از دانش‌آموزان در هنگام حل مسئله کلمه یا کلماتی را نادیده گرفته و یا اضافه می‌نمودند و یا اینکه معنی آن را از نظر ریاضی متوجه نمی‌شدند، مانند: «قاعده شکل»؛ که این امر سبب بروز خطای آن‌ها در فرایند حل مسئله گردید و به‌وضوح از طریق بررسی پاسخ‌های آن‌ها به سؤالات

با تحلیل نیومن آشکار گردید. در تصحیح اوراق و ارزشیابی نهایی، این موارد در شمار خطای «خواندن» محسوب شد. نتایج آماری بیانگر وجود رابطه‌ی منفی معنادار بین دو متغیر خطای خواندن و عملکرد دانش‌آموزان بود. بدین معنا که هرگاه میزان خطای خواندن در بین دانش‌آموزان کاهش یابد، عملکرد آن‌ها در مفاهیم سطح و حجم و حل مسائل کلامی مربوط به این مبحث افزایش می‌یابد. دومین خطای مورد بررسی، خطای درک بود که نتایج آماری بیانگر وجود رابطه‌ی منفی معنادار بین این متغیر و متغیر عملکرد دانش‌آموزان بود. بدین معنا که هرگاه میزان خطای درک در بین دانش‌آموزان کاهش یابد، عملکرد آن‌ها در حل مسائل کلامی مفاهیم سطح و حجم افزایش می‌یابد. سومین خطای مورد بررسی، خطای تبدیل بود که بعد از سطح درک بیشترین خطا در این سطح وجود داشت و نتایج آماری بیانگر وجود رابطه‌ی منفی معنادار بین این متغیر و متغیر عملکرد بود. چهارمین خطای مورد بررسی، خطای پردازش بود که نتایج آماری بیانگر وجود رابطه‌ی منفی معنادار بین دو متغیر خطای پردازش و عملکرد دانش‌آموزان بود. پنجمین خطای مورد بررسی، خطای رمزگذاری بود که نتایج آماری بیانگر وجود رابطه‌ی منفی معنادار بین دو متغیر خطای رمزگذاری و عملکرد دانش‌آموزان بود.

در پژوهش انجام شده، خطای پردازش و خطای رمزگذاری اختلاف چشمگیری با هم نداشتند و به‌طور کلی دانش‌آموزان در مرحله‌ی پردازش دارای خطای کمتری بودند؛ زیرا بیشتر دانش‌آموزان در مرحله‌ی درک و تبدیل با خطا مواجه می‌شدند و در صورتی که سؤال را به‌خوبی درک می‌کردند و متوجه می‌شدند که از چه راه‌حلی می‌توانند مسئله را حل کنند، در قسمت پردازش اگر با بی‌دقتی مواجه نمی‌شدند، خطا نداشتند. در پژوهش انجام‌شده، بیشترین خطا پس از خطای درک و تبدیل، خطای رمزگذاری بود؛ البته با اختلاف کمی نسبت به خطای پردازش. علت این موضوع آن بود که هنگام تصحیح اوراق مشخص شد ۱۰ نفر از دانش‌آموزان بر اثر بی‌دقتی در نوشتن جواب نهایی با خطا مواجه شده‌اند. دلیل این بی‌دقتی، آن بود که دانش‌آموزان در فرایند حل سؤال، به‌ویژه در سطح پردازش، عملیات ریاضی زیادی را انجام می‌دادند و تمام توجه و دقت خود را به این قسمت معطوف می‌کردند که باعث خستگی آن‌ها می‌شد. درنهایت، در مرحله‌ی رمزگذاری با بی‌دقتی مواجه شده و پاسخ نهایی را، به‌خصوص در اعداد اعشاری، با خطا می‌نوشتند. البته بسیاری از دانش‌آموزان به این مسئله اعتراض داشتند که چرا اجازه‌ی استفاده از ماشین‌حساب را ندارند؛ که این خود، مؤید خستگی و بی‌دقتی آن‌ها در نوشتن پاسخ نهایی است.

در ادامه، رابطه‌ی بین کل خطاهای پنج‌گانه و عملکرد دانش‌آموزان پاییه ششم ابتدایی در حل مسائل کلامی مفاهیم سطح و حجم بررسی شد. نتایج آماری، بیانگر وجود رابطه‌ی منفی معنادار بین خطاهای پنج‌گانه و عملکرد دانش‌آموزان بود. به این معنا که هرچه میزان خطاهای پنج‌گانه‌ی نیومن در بین دانش‌آموزان کاهش یابد، عملکرد آن‌ها افزایش می‌یابد. سپس، بررسی تبیین وجود یا عدم وجود رابطه بین عملکرد دانش‌آموزان و خطاهای آن‌ها در سه نوع ساختار مفهومی، کاربردی و محاسباتی انجام شد. نتایج تحلیل آماری نشان داد که بین عملکرد دانش‌آموزان و خطاهای آن‌ها در سه ساختار یادشده، رابطه‌ای منفی و معکوس وجود دارد. به این معنا که هرچه میزان خطای مفهومی، کاربردی یا محاسباتی کاهش یابد، عملکرد دانش‌آموزان پایه ششم ابتدایی در حل مسائل کلامی مفاهیم سطح و حجم افزایش می‌یابد. همچنین، به بررسی رابطه‌ی بین خطاهای دانش‌آموزان در مقایسه‌ی دوتادوی ساختار سؤالات پرداخته شد که نتایج نشان داد بین ساختار مفهومی و محاسباتی رابطه‌ای وجود ندارد؛ اما بین ساختار کاربردی و محاسباتی، رابطه‌ای معنادار، قوی و مثبت مشاهده شد. این نشان می‌دهد که هرچه دانش‌آموزان درک کاربردی بیشتری داشته باشند، عملکرد بهتری در سؤالات محاسباتی خواهند داشت.

با توجه به اینکه دانش‌آموزان بیشترین خطا را در درک سؤالات محاسباتی و سپس کاربردی داشتند، مشخص شد که آن‌ها در درک سؤالات محاسباتی دچار مشکل هستند و به‌جای یادگیری مفهومی فرمول‌ها، آن‌ها را به‌صورت حفظی استفاده می‌کردند؛ به همین دلیل، در حل سؤالات با ساختار محاسباتی، دچار خطاهای بیشتری بودند. درنهایت، میزان شیوع خطاهای نیومن در بین دانش‌آموزان مورد بررسی قرار گرفت و نتایج نشان داد که دانش‌آموزان در سطح خطای خواندن، ۲ درصد خطا؛ در سطح درک، ۵۴ درصد خطا؛ و در سطح تبدیل، ۳۷ درصد خطا؛ در سطح پردازش، ۲۴ درصد خطا؛ و در سطح رمزگذاری، ۲۸ درصد خطا داشته‌اند.

نتایج این پژوهش با نتایج عالمیان و محسنی (۱۴۰۰)، عالمیان و احدپور (۱۳۹۶)، صابری (۱۳۹۶)، اسدزاد و یافیتیان (۱۳۹۵)، مجدی و همکاران (۱۳۹۵)، و اسماعیلی و رفیع‌پور (۱۳۹۳) همسو است. همچنین با نتایج آدو و همکاران (Adu et al., 2015)، کلمنتس و التون

(Clements & Ellerton, 1996)، ناکامورا و پراکتیپیونگ (Nakamura, S., & Praktipong, 2006)، چان‌هوی و همکاران (Chunhui et al., 2012)، کنی و سیلور (Kenney & Silver, 2000)، راجماواتی و همکاران (Rachmawati et al., 2023)، سسکاواتی و همکاران (Siskawati et al., 2021)، تان سیسمان و آسکو (Tan sisman & Asku, 2016)، وایت (White, 2010) و ایون و تایروش (Even & Tirosh, 2002)، هم‌راستا است. نتایج این پژوهش با یافته‌های پژوهش ایوان جونادی و همکاران (Junaedi et al., 2015) و زکریا (Zakania et al., 2010) همسو نیست.

با توجه به نتایج به‌دست‌آمده، می‌توان گفت اگر خطاهای دانش‌آموزان به‌عنوان یکی از منابع یادگیری آن‌ها در نظر گرفته شود، می‌تواند موجب بهبود یادگیری و افزایش کارایی آن‌ها شود؛ زیرا تحقیقات نشان می‌دهند که بهترین یادگیری زمانی رخ می‌دهد که دانش‌آموز فعالانه در ساختن دانش شرکت داشته باشد. بنابراین، دانش‌آموزان باید آزادانه استدلال‌ها و درک خود را ارائه کنند و بدانند که خطاهای آن‌ها در واقع می‌تواند در توسعه و رشد فراشناخت آن‌ها تأثیرگذار باشد.

طبق نتایج به‌دست‌آمده از این تحقیق، پیشنهاد می‌شود در روش‌های تدریس مفاهیم سطح و حجم، از مدل‌سازی در دنیای واقعی و استفاده از نرم‌افزارهای سه‌بعدی برای نمایش سطح و حجم بهره گرفته شود تا درک مفهومی دانش‌آموزان در این مبحث افزایش یابد. با توجه به اینکه دانش‌آموزان بیشترین خطا را در سطح درک داشتند و اکثر آن‌ها متوجه نمی‌شدند که سؤال از آن‌ها چه چیزی می‌خواهد، پیشنهاد می‌شود معلمان در آموزش و پرورش، تأکید بیشتری بر تفهیم سؤال به دانش‌آموزان داشته باشند. لازم است معلم، در صورت امکان و در حد توانایی خود، به دانش‌آموزان در یافتن پیوندهای موجود میان ریاضی آموخته‌شده و دنیای واقعی کمک کند؛ یعنی به دانش‌آموزان یاری رساند تا مهارت‌های آموخته‌شده را معنادار بیابند. با توجه به اینکه دانش‌آموزان در درک سؤالات با ساختار محاسباتی بیشترین مشکل را داشتند و با توجه به اینکه در نظام آموزشی ما، دانش‌آموزان پس از پایهی ششم برای تحصیل در مدارس خاص باید در آزمون‌های تستی شرکت کنند، توصیه می‌شود درک دانش‌آموزان از سؤالات محاسباتی تقویت شود و صرفاً به حفظ فرمول‌ها اکتفا نکنند. همچنین با توجه به ضرورت شناسایی علل بروز خطاهای دانش‌آموزان، پیشنهاد می‌شود معلمان به‌جای برگزاری آزمون‌های متعدد، تصحیح اوراق و ارائه‌ی نتایج نهایی در قالب یک نمره، از آزمون‌های کلاسی بیشتر با هدف شناسایی حوزه‌های ضعف دانش‌آموزان در دانش مفهومی و رویه‌ای بهره‌مند شوند. این بررسی‌ها می‌تواند به شناخت هرچه بیشتر فرایندهای ذهنی دانش‌آموزان در پاسخ‌گویی به مسائل کلامی و تصحیح راهبردهای آن‌ها در مواجهه با این مسائل منجر گردد. بنابراین، توصیه می‌شود از روش تحلیل خطای نیومن به‌عنوان راهبردی کمکی—آموزشی استفاده شود؛ به این معنا که از این روش نه‌تنها به‌عنوان ابزاری تشخیصی برای شناسایی خطاها، بلکه به‌عنوان ابزاری در فرایند آموزش بهره گرفته شود.

منابع

- اسد نژاد پروج، سمیه و یافتیان، نرگس (۱۳۹۵). ارزیابی خطاهای دانش‌آموزان در حل مسائل کلامی بر اساس تحلیل نیومن. در چهاردهمین کنفرانس آموزش ریاضی، ایران، شیراز، شهریور ۱۳۹۵.
- اسماعیلی، مریم و رفیع‌پور، ابوالفضل (۱۳۹۳). تحلیل خطاهای دانش‌آموزان پایه پنجم در حل مسائل کلامی با استفاده از روش نیومن. سیزدهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران، شهریور ۱۳۹۳.
- بخشعلی‌زاده، شهرناز (۱۳۹۲). شناسایی بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان پایه چهارم ابتدایی در حوزه محتوایی ریاضی. سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، پژوهشگاه مطالعات آموزش و پرورش.
- بهاء‌لو هوره، مهدی؛ کریمی، سمیه؛ رستمی، علی. (۱۳۹۵). تأملی بر فصل کسر کتاب ریاضی پایه چهارم ابتدایی و درک دانش‌آموزان از مفهوم کسر. پایان‌نامه کارشناسی ارشد، رشته آموزش ریاضی، دانشگاه فرهنگیان، صفحات ۶ تا ۱۱.
- دواجی، رفعت (۱۳۹۴). ضرورت آموزش ریاضی در دوره ابتدایی. اولین کنفرانس بین‌المللی روان‌شناسی و علوم تربیتی، شیراز. بازیابی‌شده از <https://civilica.com/doc/460181>
- دوستی، ملیحه و ریحانی، ابراهیم (۱۳۹۷). شناسایی بدفهمی‌ها، راهبردها و استدلال‌های دانش‌آموزان پایه ششم در حل مسائل کسر. پژوهش در آموزش، ۴(۴)، ۴۰-۶۰.
- عالمیان، وحید؛ صابری، محتبی و حبیبی، ملوک (۱۳۹۶). تحلیل خطاهای دانش‌آموزان چهارم تجربی در حل مسائل کلامی کاربرد مشتق بر اساس مدل نیومن در شهرستان سمیرم. پوشش در آموزش علوم پایه، ۱۳(۴)، ۲۵-۲۸.
- عالمیان، وحید و احدپور، اسرافیل (۱۳۹۶). تحلیل خطای دانش‌آموزان دختر و پسر پایه هشتم در حل مسائل کلامی معادلات خطی بر اساس الگوی نیومن. پوشش در آموزش علوم پایه، ۱۲(۳)، ۳۱-۲۱.
- عالمیان، وحید و محسنی، قربانعلی (۱۴۰۰). بررسی تأثیر عامل کنترل، از دیدگاه شونفلد، در میزان کاهش خطای دانش‌آموزان سال دهم رشته تجربی در حل مسائل مربوط به بحث نسبت‌های مثلثاتی بر اساس الگوی تحلیل خطای نیومن، در شهرستان فریدن اصفهان. پایان‌نامه کارشناسی ارشد.
- عظیم‌پور، سهراب؛ حسینی صدر، صمد و واحدی، حسین (۱۳۹۶). بررسی کج‌فهمی در مفاهیم حجم و گنجایش در بین دانش‌آموزان پایه ششم ابتدایی. مجله پوشش در آموزش علوم پایه، دوره سوم، شماره چهارم.
- کرمیان، آذر (۱۳۹۴). کنترل از دیدگاه شونفلد. مجله رشد آموزش ریاضی، ۳۲(۱۲۰)، ۴۴-۴۶.
- علم‌الهدایی، حسن (۱۳۸۸). اصول آموزش ریاضی. مشهد: نشر جهان فردا.
- مجدی، زهرا؛ مالمر، سمانه و آشنا، امیرحسین (۱۳۹۵). تحلیل خطای حل مسائل کلامی دانش‌آموزان کلاس چهارم ابتدایی. در چهاردهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران، شیراز، شهریور ۱۳۹۵.

Adu, E., Assuah, C. K., & Asiedu-Addo, S. K. (2015). Students' errors in solving linear equation word problems: Case study of a Ghanaian senior high school. *African Journal of Educational Studies in Mathematics and Sciences*, 11, 17-30.

Clements, D. H. (1999). Teaching length measurement: Research challenges. *School Science and Mathematics*, 99(1), 5-11.

Clements, K., & Ellerton, N. F. (1996). Mathematics education research: Past, present and future. *Mathematics Education Research Journal*, 10, 76-83. <https://doi.org/10.1007/BF03217059>

Chunhui, L., Xin, Z., & Li, X. (2012). The development of Chinese students' understanding of the concept of fractions from fifth to eighth grade. *Journal of Mathematics Education*, 4(2), 17-34.

- Even, R., & Tirosh, D. (2002). Teacher knowledge and understanding of students' mathematical learning. In L. English (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (pp. 219–240). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Huang, H.-M. E., & Wu, H.-Y. (2019). Supporting children's understanding of volume measurement and ability to solve volume problems: Teaching and learning. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 15(12), Article em1789. <https://doi.org/10.29333/ejmste/109531>
- Junaedi, I., Suyitno, A., Sugiharti, E., & Eng, C. K. (2015). Disclosure causes of students' error in resolving discrete mathematics problems based on NEA as a means of enhancing creativity. *International Journal of Education*, 7(4), 31–42. <https://doi.org/10.5296/ije.v7i4.8462>
- Kenney, P. A., & Silver, E. A. (2000). *Results from the Seventh Mathematics Assessment of the National Assessment of Educational Progress*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Ludwig, M., & Xu, B. (2010). A comparative study of modelling competencies among Chinese and German students. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 31(1), 77–97. <https://doi.org/10.1007/s13138-010-0005-z>
- Nakamura, S., & Prakitipong, N. (2006). Analysis of mathematics performance of grade five students in Thailand using Newman procedure. *Journal of International Cooperation in Education*, 9(1), 111–122.
- Rachmawati, L. N., Aryan Sah, R. W., Hasanah, S., & Hazarika, A. (2023). Newman and scaffolding stages in analyzing student errors in solving algebraic problems. *Delta-Phi: Jurnal Pendidikan Matematika*, 1(1), 1–6. <https://doi.org/10.61650/dpjp.v1i1.30>
- Rahman, T. F. A. (2019). Exploring students' error in quadratic word-problem using Newman procedure. *Academic Journal of Business and Social Sciences*.
- Siskawati, E., Zaenuri, & Wardono, W. (2021). Analysis of students' error in solving math problem-solving problem based on Newman Error Analysis (NEA). *Journal of Physics: Conference Series*, 1918(4), 042108. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1918/4/042108>
- Tan-Sisman, G., & Aksu, M. (2012). The length measurement in the Turkish mathematics curriculum: Its potential to contribute to students' learning. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 10(2), 363–385.
- Tan-Sisman, G., & Aksu, M. (2016). A study on sixth grade students' misconceptions and errors in spatial measurement: Length, area, and volume. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 14(7), 1293–1319.
- White, A. L. (2010). Numeracy, literacy and Newman's error analysis. *Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia*, 33(2), 129–148.
- Wijaya, A., Van Heuvel-Panhuizen, M., Doorman, M., & Robitzsch, A. (2014). Difficulties in solving context-based PISA mathematics tasks: An analysis of students' errors. *The Mathematics Enthusiast*, 11(3), 555.
- Yunus, J., Zaura, B., & Yuhasriati, Y. (2019). Analysis of students' error according to Newman in solving mathematics problems of algebra in the form of story in second grade of SMPN 1 Banda Aceh. *Jurnal Geuthèè: Penelitian Multidisiplin*, 2(2), 308–313.
- Zakaria, E., Chin, L. C., & Daud, M. Y. (2010). The effects of cooperative learning on students' mathematics achievement and attitude towards mathematics. *Journal of Social Science*, 6, 272–275.