

تحلیل اثرات هم‌افزایی کاهش بار شناختی و آموزش طرح‌واره محور بر ارتقای یادگیری فرمول‌های

ریاضی در دانش‌آموزان پایه دوازدهم علوم انسانی

ناصر حداد زاده^۱، ساره ظریف^۲، قاسم رکابدار^۳

دریافت: ۱۴۰۴/۷/۱۴ پذیرش: ۱۴۰۴/۸/۲۱

چکیده

هدف از انجام این پژوهش، مقایسه روش حل مسائل و تمرین‌های کتاب ریاضی و آمار ۳ با استفاده از تفکیک فرمول‌های سنگین و تبدیل آن‌ها به مراحل چندگانه به منظور ایجاد طرح‌واره‌های ذهنی و درک عمیق، نسبت به آموزش صرفاً بر مبنای شیوه کتاب و بررسی تأثیر این رویکرد بر عملکرد دانش‌آموزان در آزمون نهایی بود. این پژوهش از نظر هدف کاربردی و از دسته پژوهش‌های شبه آزمایشی با گروه آزمایش و گواه بود. در این پژوهش، نمره نوبت اول دانش‌آموزان به عنوان پیش‌آزمون و نمرات پایانی نوبت دوم به عنوان پس‌آزمون مورد استفاده قرار گرفت. جامعه آماری شامل دانش‌آموزان پایه دوازدهم انسانی شهرستان آبادان در سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ و نمونه به صورت در دسترس شامل ۵۶ دانش‌آموز در دو گروه ۲۸ نفری بود. تدریس در گروه آزمایش در نیم‌سال دوم با روش مبتنی بر ایجاد طرح‌واره‌های ذهنی از طریق تفکیک و ساده‌سازی مراحل حل مسائل و ایجاد الگوریتم برای درک بهتر و عمیق مراحل حل انجام شد و برای گروه گواه آموزش به شیوه متداول کتاب صورت گرفت. برای تفسیر داده‌ها از آنالیز کوواریانس استفاده شد. نتایج تحلیل‌ها نشان داد که گرچه در بیشتر دروس در نیم‌سال دوم معمولاً روند عملکرد دانش‌آموزان با کاهش نسبی همراه است، عملکرد گروه آزمایش در مقایسه با گروه گواه به طور معناداری بهتر بود و اجرای روش مبتنی بر طرح‌واره توانست این روند را بهبود بخشد. ($p = 0/024$) مقدار اندازه اثر $0/092$ به دست آمد که بیانگر یک اثر متوسط است.

کلید واژه‌ها: آموزش مبتنی بر طرح‌واره، دانش‌آموزان پایه دوازدهم انسانی، آزمون نهایی، اثربخشی آموزشی، تفکیک مراحل حل مسئله.

۱. استادیار گروه آموزش ریاضی، واحد بین‌الملل اروند، دانشگاه آزاد اسلامی، آبادان، ایران، نویسنده مسئول، nhaddad@iaau.ac.ir

۲. کارشناسی ارشد آموزش ریاضی، آموزش و پرورش استان خوزستان، آبادان، ایران.

۳. استادیار گروه آموزش ریاضی، واحد بین‌الملل اروند، دانشگاه آزاد اسلامی، آبادان، ایران.

مقدمه

باوجود رواج تصور انتزاعی و دشوار بودن درس ریاضی در میان دانش آموزان رشته علوم انسانی، واقعیت این است که ریاضیات، ابزار اصلی تحلیل، مدل سازی و تعمیق فهم پدیده های انسانی و اجتماعی محسوب می شود. شاخه هایی نظیر روش های آماری، مدل سازی کمی، منطق و نظریه بازی ها، نقش مهمی در پژوهش های علوم انسانی به ویژه در روان شناسی، جامعه شناسی، علوم سیاسی و اقتصاد ایفا می کنند؛ به گونه ای که بدون تسلط بر این دانش، تحلیل علمی بسیاری از مفاهیم و روندهای اجتماعی غیر ممکن خواهد بود (شمسی، ۱۴۰۴).

عملکرد ریاضی دانش آموزان تحت تأثیر عوامل شناختی بسیاری قرار دارد برخی دانش آموزان باورهای منفی مانند کسالت آور بودن، دشوار و آزاردهنده بودن نسبت به ریاضی دارند (نکویی و یافتیان، ۱۴۰۴). شواهد نشان می دهد که آشنایی دانش آموزان علوم انسانی با ریاضیات اغلب سطحی و محدود به حفظ فرمول ها و مفاهیم انتزاعی است. یکی از مشکلات اساسی، بی انگیزگی و نبود ارتباط احساسی مثبت با ریاضی است که سبب شده بسیاری از دانش آموزان علوم انسانی، ریاضی را علمی دشوار، مبهم و کم کاربرد بدانند و در نتیجه فرایند یادگیری به شکل سطحی و مبتنی بر حفظیات درآید (ظریف و همکاران، ۱۴۰۲).

مطالعات متعدد تأکید دارند که ریشه این مسئله را می توان در غلبه روش های سنتی و انتقال صرف و طوطی وار اطلاعات از معلم به دانش آموز دانست و عدم توجه به پرورش مهارت های تفکر؛ شیوه هایی که منجر به تکرار، خستگی و عدم علاقه به یادگیری شده و دانش آموزان را به سمت حافظه محوری و سطحی نگری سوق داده است (احمدی و همکاران، ۱۳۹۳؛ سرگزی و همکاران، ۱۳۹۴).

در سال ۲۰۲۲ میلادی، نتایج برنامه بین المللی سنجش دانش آموزان^۱ نیز به افت معنادار عملکرد ریاضی در سطح جهان اشاره دارند و عامل این وضعیت را ترکیبی از عوامل ساختاری، آموزشی، روانی و اجتماعی می دانند این عوامل موجب کاهش مشارکت فعال، غفلت از حل مسئله و تضعیف ارتباط عملی ریاضی با زندگی روزمره شده و در نهایت، انگیزه و علاقه به درس را کاهش داده است. بسیاری از دانش آموزان ریاضی را فاقد کاربرد عملی تلقی می کنند. در کنار این ها، نابرابری های آموزشی و شرایط نامطلوب اجتماعی - اقتصادی (به ویژه در مناطق محروم) نه تنها مانع رشد علمی، بلکه سد بزرگی بر سر راه انگیزش و علاقه دانش آموزان به ریاضی است (سازمان همکاری و توسعه اقتصادی^۲، ۲۰۲۳).

بررسی ها نشان می دهد که روش های سنتی تدریس و تأکید بر حفظ محاسبات و مفاهیم انتزاعی، پیچیدگی مفاهیم انتزاعی، عدم پیوند با تجربه های ملموس، به تضعیف یادگیری و کاهش علاقه منجر شده و فرصت تفکر فعال را کاهش داده، منجر به سردرگمی و بی انگیزگی دانش آموزان شده است؛ درحالی که غفلت از تفاوت های فردی و نیازهای متنوع، آموزش ریاضی را برای دانش آموزان یک دست و کمتر جذاب می سازد (گویا، ۱۳۸۹؛ علی محمدی و همکاران، ۱۴۰۳).

نگرش منفی دانش آموزان نسبت به ریاضی عمدتاً ناشی از الزام به حفظ کردن فرمول ها بدون درک کاربرد و منطق آن ها است. آموزش ریاضی باید از شیوه حفظ محض فراتر رفته و بر اهمیت کاربرد واقعی ریاضی، زمان و چرایی استفاده از آن تأکید کند. برنامه درسی دوره متوسطه دوم به دنبال ایجاد مفاهیم و فرمول های پایه از طریق فعالیت های ساختارمند است تا فرمول جدید را به دانسته های قبلی پیوند دهد، نه اینکه به صورت مجزا ارائه شود. پژوهش ها نشان داده اند که معلمان اغلب فرمول ها را بدون ایجاد فهم عمیق مطرح می کنند درس ریاضی در مدارس اغلب با شیوه معلم محور و بدون تعامل اجرا می شود. این رویکرد فرصت کافی برای یادگیری عمیق را از بین برده و دانش آموزان را صرفاً به یادگیرندگان منفعل تبدیل می کند که منجر به یادسپاری سطحی و فراموشی زود هنگام می شود. در اینجا فرمول به عنوان یک خلاصه نمادین روابط کمی و قاعده به عنوان اصل یا هنجاری که از پژوهش به دست آمده تعریف می شود. تأکید بر آموختن تفکر منطقی و نظام مند به جای تکیه بر حفظ فرمول، مسیر مؤثرتری برای یادگیری معنادار و حل مسئله است (آلتینتاس و ایلگون^۳، ۲۰۱۷).

^۱ - Programme for International Student Assessment (PISA)

^۲ - Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD)

^۳ - Altıntas & Ilgın

مطالعات متعددی نشان می‌دهند که محتوای کتاب‌های ریاضی و آمار رشته علوم انسانی عمدتاً فاقد توجه کافی به رویکرد زمینه‌محور همچنین فاقد تناسب لازم با ویژگی‌ها و نیازهای دانش‌آموزان این رشته بوده و در ابعاد مختلف، مانند حجم بالای تمرینات و پرسش‌ها، نبود تعادل میان اجزاء کتاب و بی‌توجهی به کاربردپذیری و زندگی واقعی، مشکلات اساسی دارند (شیخ‌الاسلامی و همکاران، ۱۳۹۸؛ رفیع‌پور و مولایی، ۱۳۹۹؛ حدادزاده و ظریف، ۱۴۰۱). این وضعیت منجر به دشوار شدن یادگیری ریاضی، خستگی، کاهش علاقه و ضعف عملکردی دانش‌آموزان علوم انسانی در این درس شده است. بدیهی است مباحثی همچون دنباله‌ها نیز از این قاعده مستثنی نبوده و با مشکلات مشابهی در زمینه طراحی محتوا و سطح دشواری مواجه هستند.

مطالعات جدیدتر با تأکید بر محوریت فعالیت‌های یادگیری و روش‌های تدریس فعال همچون حل مسئله گروهی، یادگیری اکتشافی، ارتباط با موقعیت‌های واقعی، تقسیم مسائل به مراحل ساده، بهره‌گیری از ابزار آموزشی و تشویق مشارکت و پرسشگری، نشان داده‌اند که این رویکردها موجب بهبود انگیزه، اعتمادبه‌نفس، کاهش اضطراب و بهبود عملکرد ریاضی می‌شود (جمشیدی بدریانی و همکاران، ۱۳۹۹). همچنین پژوهش‌های روایت‌پژوهی دلایل عمده مشکل در یادگیری ریاضی را در چهار محور عمده: اضطراب ریاضی، برداشت نادرست مفاهیم، عملکرد معلم و ساختار نظام آموزشی معرفی می‌کنند؛ و تأکید دارند که استفاده از رویکردهای فعال و مشارکتی، تقویت مهارت حل مسئله، ارتباط مفاهیم ریاضی با مسائل واقعی و روش‌های مناسب ارزشیابی، راهکارهای مؤثری برای بهبود وضعیت موجود است (نرماشیری و شهرکی، ۱۴۰۲).

در نهایت، انتخاب روش تدریس باید باتوجه به ویژگی‌های دانش‌آموزان و اهداف درس صورت گیرد. پژوهش‌ها نشان می‌دهد که بهره‌گیری از رویکردهای نوین همچون اکتشافی، حل مسئله، مشارکتی و گفتمانی، تأثیر مثبت و معناداری بر عمق یادگیری و توانمندسازی دانش‌آموزان در درس ریاضی دارد (قنبری نسب، ۱۴۰۱).

برخی پژوهشگران به نقش طراحی آموزشی در ارتقای کیفیت و پایداری یادگیری اشاره کرده‌اند. (هولت‌برگ^۱ و همکاران، ۲۰۱۸). پژوهش‌های مرتبط با آموزش فرمول‌ها و مفاهیم ریاضی نشان می‌دهد که ارائه مستقیم و یک‌باره مفاهیم پیچیده، موجب افزایش بار شناختی، سردرگمی و کاهش اثربخشی یادگیری می‌شود؛ درحالی‌که آموزش گام‌به‌گام هر بخش از فرمول‌ها و ارائه مثال‌های حل‌شده، انتقال بهتر اطلاعات به حافظه بلندمدت و یادگیری عمیق‌تر را ممکن می‌سازد. باتوجه به محدودیت ماشین حساب‌های ساده در آزمون‌های نهایی و دشواری برخی دانش‌آموزان در انجام محاسبات، آموزش مرحله‌به‌مرحله فرمول‌ها توسط معلمان، هم به کاهش بار شناختی و هم به ارتقای درک مفهومی و مهارت حل مسئله دانش‌آموزان کمک می‌کند (سویلر^۲، ۱۹۹۸؛ کیرشنر^۳ و همکاران، ۲۰۰۶؛ سویلر و همکاران، ۲۰۱۱، ۲۰۱۹).

در این پژوهش، با تفکیک فرمول‌ها و ارائه گام‌به‌گام فرایند حل مسئله، تلاش شده است تا ضمن تثبیت مفاهیم بنیادی و ارتقای توانایی دانش‌آموزان در درک راه حل مسائل ریاضی، استفاده مؤثر و آگاهانه از ماشین حساب نیز برای آنان تسهیل گردد. افزون بر این، این رویکرد می‌تواند به دانش‌آموزان رشته علوم انسانی کمک کند تا در آزمون‌هایی نظیر کنکور یا دیگر امتحاناتی که استفاده از ماشین حساب در آن‌ها مجاز نیست، محاسبات را با سرعت و دقت بیشتری انجام دهند.

باتوجه به اینکه دانش‌آموزان مایل به تحصیل در رشته علوم انسانی معمولاً در دروس حفظ محور عملکرد بهتری دارند، می‌توان از ساختار گام‌به‌گام و طرح‌واره محور برای نهاده‌سازی فرایند حل مسئله در ذهن آنان بهره گرفت. تکرار چندباره حل مسائل به این روش، موجب تثبیت عمیق‌تر مفاهیم و انسجام درک آن‌ها از فرمول‌های اصلی و موضوعاتی نظیر توان رسانی، ریشه‌گیری، حل معادلات و سایر محاسبات ریاضی می‌شود. براین اساس، این پژوهش در پی بررسی این فرضیه است که آیا آموزش گام‌به‌گام همراه با تفکیک و مرحله‌ای کردن فرمول‌ها بر عملکرد ریاضی دانش‌آموزان رشته علوم انسانی تأثیر دارد.

^۱ - Hultberg

^۲ - Sweller

^۳ - Kirschner

روش

این پژوهش از نظر هدف، در زمره پژوهش‌های کاربردی محسوب می‌شود و از نظر روش گردآوری داده‌ها در قالب یک پژوهش شبه‌آزمایشی با طرح گروه گواه نابرابر و پیش‌آزمون - پس‌آزمون انجام گرفته است. در این طرح، تخصیص تصادفی شرکت‌کنندگان به گروه‌های آزمایش و گواه صورت نگرفته و پژوهشگر بر سازماندهی این گروه‌ها دخالتی نداشته است؛ بلکه دو کلاس از سه کلاس پایه دوازدهم رشته علوم انسانی با میانگین نمرات مشابه در امتحان میان‌ترم اول، به‌منظور افزایش همگنی انتخاب و به‌عنوان نمونه پژوهش مورد بررسی قرار گرفتند (ویت و سابراوال^۱، ۲۰۱۴).

جامعه آماری پژوهش شامل کلیه دانش‌آموزان دختر پایه دوازدهم رشته انسانی شهرستان آبادان در سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ بود. از میان این جامعه، نمونه به صورت در دسترس انتخاب شد و یک مدرسه به صورت هدفمند و دو کلاس همگن (بر اساس پیشینه عملکرد تحصیلی) به‌عنوان گروه آزمایش و گواه تعیین گردیدند.

در این پژوهش، نمرات پایان نیم‌سال اول به‌عنوان پیش‌آزمون و نمرات کتبی امتحان نهایی به‌عنوان پس‌آزمون عملکرد مورد استفاده قرار گرفت. برای گروه آزمایش، در نیم‌سال دوم، آموزش طی هشت جلسه بر اساس مدل تدریس مبتنی بر طرح‌واره و کاهش بار شناختی و تدریس یادگیری عمیق اجرا شد؛ بدین صورت که به‌جای تمرکز صرف بر ارائه فرمول‌ها و جای‌گذاری مستقیم اعداد، تلاش شد فرمول‌ها و مفاهیم به شیوه مرحله‌به‌مرحله، به زبان ساده و با اتکا بر ایجاد و تقویت طرح‌واره‌های ذهنی ریاضی دانش‌آموزان آموزش داده شود. این شیوه مبتنی بر ادبیات نظری طرح‌واره است که معتقد است یادگیری عمیق زمانی اتفاق می‌افتد که افراد اطلاعات جدید را در قالب ساختارهای ذهنی (طرح‌واره‌ها) سازماندهی کنند. (روملهارت^۲، ۱۹۸۰؛ اندرسون^۳، ۲۰۱۳). در مقابل، در کلاس گواه آموزش به روال مرسوم مبتنی بر کتاب‌درسی و توسط معلم همان کلاس صورت گرفت.

نمونه‌ای از راهبردهای مبتنی بر طرح‌واره شامل تقسیم‌بندی مسائل به مراحل جزئی‌تر و ایجاد الگوریتم، تشویق به یادگیری مفهومی هر جزء و استفاده از زبان ساده و روزمره برای درک ارتباطات بین مراحل حل مسئله در مثال‌های زیر بیان شده است...

مثال ۱. مجموع جملات دنباله حسابی ۳۹۷، ۵۹۹، ۸۰۱ را بیابید.

در دنباله‌های عددی، برای محاسبه مجموع جملات، لازم است تعداد جملات مشخص باشد؛ اما در برخی مسائل، تعداد جملات به طور مستقیم ارائه نمی‌شود و تنها مقدار جمله آخر معلوم است. در روش سنتی کتاب‌درسی، دانش‌آموز باید با جای‌گذاری جمله آخر در فرمول جمله عمومی دنباله، یک معادله درجه اول تشکیل دهد و پس از حل این معادله، شماره جمله آخر را استخراج کند و سپس از آن برای محاسبه مجموع استفاده نماید. این فرایند که مستلزم حل معادلات و کار با فرمول‌های جبری است، برای اغلب دانش‌آموزان رشته انسانی - که معمولاً در مباحث ریاضیات مقدماتی و جبر دچار ضعف و دشواری‌های شناختی هستند - چالش‌برانگیز و زمان‌بر است و ممکن است به خطاهای مفهومی منجر شود (سیف، ۱۳۹۴). در مقابل، در روش ارائه‌شده توسط پژوهشگر و باتکیه بر شیوه آموزش مبتنی بر طرح‌واره، فرایند یافتن شماره جمله آخر ساده‌سازی شده و نیاز به حل معادله درجه اول حذف می‌شود. این رویکرد با کاهش بار شناختی و استفاده از راهبردهای مرحله‌به‌مرحله، فراگیری مفهوم را برای دانش‌آموزان تسهیل می‌نماید (روملهارت، ۱۹۸۰؛ اندرسون، ۲۰۱۳).

۱- White & Sabarwal

۲- Rumelhart

۳- Anderson

جدول ۱. مسیر حل یافتن مجموع جملات دنباله حسابیبا داشتن جمله آخر و بدون داشتن تعداد جملات

مسیر حل یافتن مجموع جملات دنباله حسابی با داشتن جمله آخر و بدون دانستن تعداد جملات	
حل به روش سنتی کتاب‌های درسی و کمک‌درسی	
$a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow 397 = 1 + (n-1)4 \rightarrow 4(n-1) = 396 \rightarrow n-1 = 99 \rightarrow n = 100$	
$S = \frac{100(1+397)}{2} = 19900$	
حل به روش ارائه شده توسط پژوهشگر	
جمله اول - جمله آخر	۱) $397 - 1 = 396$
اختلاف مشترک و حاصل مرحله	۲) $\frac{396}{4} = 99$
۱+ حاصل تقسیم	۳) $n = n = 99 + 1 = 100$
محاسبه مجموع: برای محاسبه مجموع ابتدا جمله اول را با جمله آخر جمع کرده	۴) $(1 + 397)$
در تعداد جملات ضرب و سپس بر ۲ تقسیم می‌شود	۵) $S = \frac{100 \times 398}{2} = 19900$

در جدول (۱)، ابتدا روش حل سنتی ارائه‌شده در کتاب و سپس روش حل پیشنهادی پژوهشگر آورده شده است. در روش ارائه‌شده توسط پژوهشگر، همان‌گونه که مشاهده می‌شود، با تشریح مسیر حل به‌شیوه ستونی و صرفاً با به‌کارگیری چهار عمل اصلی، بدون نیاز به حفظ فرمول‌ها یا جایگذاری مستقیم اعداد، دانش‌آموز به نتیجه مطلوب و پاسخ مسئله دست می‌یابد.

مثال ۲. در یک دنباله حسابی جمله یازدهم ۳۲ و جمله نوزدهم ۵۶ است، جمله سی‌ام این دنباله را بیابید.

در روش‌های سنتی حل مسائل، دانش‌آموزان اغلب ملزم به استفاده از دستگاه دو معادله و دو مجهول یا فرمول‌های انتزاعی مانند شیب خط و جمله عمومی دنباله حسابی هستند؛ با این حال، شواهد پژوهشی و مشاهدات کلاسی نشان می‌دهد این روش‌ها به‌ویژه برای دانش‌آموزان رشته انسانی دشوار و غیرقابل فهم است و موجب بروز سردرگمی و خطاهای مفهومی می‌شود. یافته‌های روان‌شناسی شناختی بیان می‌کند یکی از دلایل اصلی این دشواری، عدم وجود طرح‌واره‌های ذهنی منسجم برای سازماندهی و درک اطلاعات جدید است؛ درحالی‌که رویکرد آموزش مبتنی بر طرح‌واره با تقسیم محتوا به مراحل ساده‌تر و ایجاد پیوندهای معنادار، می‌تواند به تسهیل یادگیری و ارتقای عملکرد تحصیلی دانش‌آموزان منجر شود (همان منبع).

جدول ۲. مسیر یافتن جمله‌ای که شماره آن در مسئله داده شده است با داشتن دو جمله غیر متوالی در دنباله حسابی

حل به روش سنتی کتاب‌های درسی و کمک‌درسی	
روش (۱) حل به کمک دستگاه دو معادله دو مجهول	
$\begin{cases} a_1 + 10d = 32 \\ a_1 + 18d = 56 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -a_1 - 10d = -32 \\ a_1 + 18d = 56 \end{cases} \rightarrow 8d = 24 \rightarrow d = 3$	
$a_1 + 10 \times 3 = 32 \rightarrow a_1 = 32 - 30 = 2$ و $a_{30} = 2 + 29 \times 3 = 89$	
روش (۲) استفاده از فرمول شیب خط:	

چون اختلاف مشترک همان شیب خط در توابع خطی است؛ بنابراین برای محاسبه اختلاف مشترک با داشتن دو جمله غیرمتوالی از فرمول شیب خط استفاده می کنیم. جملات همان عرض نقاط و شماره جملات طول نقاط هستند و برای محاسبه جمله اول و سی ام به همان شیوه روش اول استفاده می شود.

$$d = \frac{56 - 32}{19 - 11} = \frac{24}{8} = 3$$

$$a_1 + 10 \times 3 = 32 \rightarrow a_1 = 32 - 30 = 2 \quad \text{و} \quad a_{30} = 2 + 29 \times 3 = 89$$

حل به روش ارائه شده توسط پژوهشگر	
مراحل یافتن اختلاف مشترک:	
۱) $56 - 32 = 24$	جمله با شماره بزرگ تر منهای جمله با شماره کوچک تر
۲) $19 - 11 = 8$	شماره بزرگ تر منهای جمله کوچک تر
۳) $d = 24 \div 8 = 3$	تقسیم حاصل مرحله ۱ بر حاصل مرحله ۲
مراحل یافتن جمله اول:	
۱) $3 \times 10 = 30$	ضرب اختلاف مشترک به دست آمده در یکی کمتر از شماره یکی از جملات
۲) $a_1 = 32 - 30 = 2$	تفاضل جمله ای که از شماره آن استفاده شده از حاصل مرحله اول
محاسبه جمله سی ام:	
۱) $29 \times 3 = 87$	ضرب یکی کمتر از شماره در اختلاف مشترک
۲) $2 + 87 = 89$	جمع حاصل ضرب به دست آمده با جمله اول

در جدول (۲)، ابتدا دو روش سنتی به کاررفته در کتاب های درسی و منابع کمک آموزشی معرفی شده است؛ سپس روش مرحله ای مبتنی بر طرح واره پیشنهادی پژوهشگر ارائه می شود. در این جدول نیز، همان گونه که مشاهده می شود، مراحل بدون استفاده از فرمول ها، جایگذاری عددی یا حل معادله، و صرفاً با اتکا به چهار عمل اصلی، به نتیجه ی مطلوب مسئله منتهی می گردد.

مثال ۳. یک طراح داخلی برای یک سالن سینما در ردیف اول ۱۵ صندلی، در ردیف دوم ۱۸ صندلی و در ردیف سوم ۲۱ صندلی مشخص کرده است. اگر صندلی های هر ردیف با همین نظم اضافه شوند، برای داشتن سالی با ۸۷۰ صندلی باید چند ردیف صندلی داشته باشیم؟

در واقع در این مسئله تعداد کل صندلی ها مجموع جملات، تعداد صندلی ها در هر ردیف جملات دنباله و تعداد ردیف ها تعداد جملاتی هستند که می خواهیم مجموع آنها را به دست آوریم.

جدول ۳. مسیر حل مسئله یافتن تعداد ردیف های سالن (تعداد جملات دنباله حسابی با داشتن مجموع جملات)

حل به روش سنتی کتاب های درسی و کمک درسی:
استفاده از فرمول مجموع جملات $S_n = \frac{n[2a + (n-1)d]}{2}$ و حل معادله درجه دوم تشکیل شده است:
$\frac{n[30 + (n-1)3]}{2} = 870 \rightarrow n^2 + 27n - 1740 = 0$

در مسیر حل سنتی کتاب به علت اینکه ریشه های معادله درجه دوم تشکیل شده اعداد طبیعی هستند به جای استفاده از روش های تجزیه یا روش کلی می توان از روش آزمون خطا استفاده کرد.

حل به روش ارائه شده توسط پژوهشگر
حل مسئله با استفاده از حدس اولیه تعداد ردیف ها مبتنی بر ایده پردازی دانش آموز (رویکرد دوم، مبتنی بر فرایند حدس و اصلاح و برگرفته از ایده پردازی دانش آموزان):
در حل این سؤال دانش آموزان به محاسبه جملات دنباله حسابی با داشتن جمله اول و اختلاف مشترک (قدر نسبت دنباله حسابی) همچنین محاسبه مجموع جملات دنباله حسابی مسلط شده اند و به راحتی می تواند با چند بار حدس و محاسبه و مقایسه پاسخ خود با تعداد صندلی های مطرح شده در سؤال (مجموع جملات) مسئله را حل کنند.

مقایسه	مجموع جملات	جمله آخر	تعداد ردیف‌ها
خیلی بیشتر	$S = \frac{40(15+132)}{2} = 2940$	$t_{\phi} = 15 + 3 \times 39 = 132$	$n = 40$
خیلی کمتر	$S = \frac{10(15+42)}{2} = 182$	$t_{\phi} = 15 + 3 \times 9 = 42$	$n = 10$
مساوی	$S = \frac{20(15+72)}{2} = 870$	$t_{\phi} = 15 + 3 \times 19 = 72$	$n = 20$

در جدول (۳) همانند دو جدول پیشین، ابتدا روش حل ارائه شده در کتاب درسی و منابع کمک آموزشی نمایش داده شده است سپس رویکرد دوم که مبتنی بر فرآیند حدس و اصلاح و برگرفته از ایده پردازی دانش آموزان می باشد؛ بیان شده است. ابتدا تعداد ردیف های سالن به صورت تقریبی برآورد می شود. سپس مقدار جمله آخر با استفاده از فرمول جمله عمومی دنباله حسابی محاسبه شده و مجموع جملات نیز به دست می آید. در ادامه، چنانچه مجموع محاسبه شده با تعداد کل صندلی ها برابر باشد، عدد تخمینی برای تعداد ردیف ها صحیح است. در غیر این صورت، با مقایسه مجموع به دست آمده و تعداد واقعی صندلی ها، اگر مجموع کمتر از مقدار واقعی باشد، تعداد ردیف ها افزایش یافته و اگر بیشتر باشد، کاهش داده می شود. این فرایند به صورت تکراری ادامه می یابد تا نتیجه نهایی با تعداد واقعی صندلی ها تطابق یابد. این روش ضمن فعال سازی تفکر تحلیلی و مشارکتی در دانش آموزان، آن ها را در فرایند کشف پاسخ صحیح و اصلاح تدریجی خطاهای شناختی خود درگیر می کند (همان منبع).

مثال ۴. (تمرین صفحه ۸۴ کتاب) جمله اول یک دنباله هندسی ۱۵۳۶ و نسبت مشترک آن $\frac{1}{2}$ است. کدام جمله این دنباله ۶ است؟

در روش متداول حل این بخش از سؤال، معمولاً از معادله نمایی برای تعیین شماره جمله ای که مقدار آن در صورت مسئله آمده است استفاده می شود. باین حال، حل معادلات نمایی به طور رسمی در درس های بعدی کتاب به دانش آموزان آموزش داده می شود و بسیاری از دانش آموزان رشته انسانی در جای گذاری صحیح اعداد و حل این نوع معادلات دارای ضعف هستند. این امر باعث می شود که انتخاب این روش نه تنها برای دانش آموزان دشوار و غیربهرینه باشد، بلکه می تواند موجب سردرگمی و افزایش بار شناختی آن ها در فرایند حل مسئله گردد (همان منبع).

جدول ۴. یافتن شماره جمله در دنباله هندسی

حل به روش سنتی کتاب های درسی و کمک درسی:	
$1536r^{n-1} = 6 \rightarrow r^{n-1} = \frac{6}{1536} = \frac{1}{256} = \left(\frac{1}{2}\right)^8 \rightarrow n-1 = 8 \rightarrow n = 9$	
حل به روش ارائه شده توسط پژوهشگر	
روش پیشنهادی پژوهشگر برای یافتن شماره جمله و تفکیک مسیر فرمول:	
جمله ای که شماره آن مجهول است را بر جمله اول تقسیم می کنیم	۱) $\frac{6}{1536} = \frac{1}{256}$
نسبت مشترک را مکرراً در خودش ضرب می کنیم تا حاصل ضرب ها با حاصل تقسیم مرحله اول برابر شود. هر گاه مقدار نسبت مشترک (قدر نسب جملات دنباله هندسی) عدد صحیح باشد یا صورت کسر حاصل برابر با یک باشد؛ ضرب مکرر به راحتی با ماشین حساب قابل انجام است؛ در غیر این صورت دانش آموز باید صورت ها را جدا و مخرج ها با جدا در هم ضرب کند که استفاده از ماشین حساب در این حالت برای دانش آموزان راحت تر خواهد بود.	
$2) \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{256}$	
شماره جمله برابر است با تعداد نسبت مشترک در محله ۲ بعلاوه یک	۳) $n = 8 + 1 = 9$

در جدول (۴) همانند سه جدول پیشین، ابتدا روش حل مندرج در کتاب درسی و سپس روش پیشنهادی پژوهشگر ارائه شده است. از جمله خطاهای شایع میان دانش آموزان رشته علوم انسانی، اشتباه در انجام عمل به توان رساندن اعداد است. دانش آموزان این مفهوم را در دوره اول متوسطه فرا می گیرند، اما تا پایه دوازدهم به صورت جدی در حل مسائل از آن استفاده نمی کنند. باین حال، در مباحث مرتبط با دنباله های هندسی پایه دوازدهم، یادآوری و به کارگیری صحیح این عمل ضروری است؛ امری که در عمل، در میان بسیاری از دانش آموزان رخ نمی دهد. به کارگیری این شیوه آموزشی، به ویژه در میان دانش آموزانی با ضعف پایه ای، می تواند ضمن برطرف سازی این نقیصه، موجب یادآوری، بهبود و نهادینه سازی مهارت به توان رساندن اعداد گردد.

کاربرد حل مرحله ای در مسائل مربوط به بخش رشد و زوال نمایی:

مشابه تمرین ۲ صفحه ۱۰۴ کتاب: جمعیت شهری یک میلیون نفر است، اگر رشد جمعیت به صورت نمایی و با ضریب ثابت ۶ درصد در سال باشد جمعیت این شهر پس از دو سال چند نفر خواهد شد؟
جدول ۵. مسیر یافتن جمعیت شهر.

حل به روش سنتی کتاب های درسی و کمک درسی:	
$f(t) = c(1+r)^t$ @ $f(2) = 1.06^2 (1 + 0.06) = 1123600$	
حل به روش ارائه شده توسط پژوهشگر	
محاسبه r (آهنگ رشد):	$r = \frac{6}{100} = 0.06$
محاسبه $(1+r)^t$:	$(1+0.06)^2 = 1.06' 1.06 = 1/1123600$
مرحله آخر، محاسبه $f(t) = c(1+r)^t$:	$f(t) = 1000000' 1/1123600 = 1123600$

در جدول (۵) مشاهده می شود که به کارگیری هم زمان جایگذاری در فرمول و انجام چند عمل محاسباتی در یک مرحله، موجب سردرگمی و بروز خطاهای محاسباتی در میان دانش آموزان می شود. با تفکیک منطقی و گام به گام مراحل حل، میزان این خطاها به طور چشمگیری کاهش یافته و در بسیاری از موارد به طور کامل برطرف شده است.

یافته ها

به منظور تجزیه و تحلیل داده ها، از نرم افزار SPSS نسخه ۲۶ استفاده شد. با توجه به نقض برخی از مفروضه های اساسی تحلیل کوواریانس، از جمله نرمال بودن توزیع داده ها و همگنی واریانس ها، علاوه بر آزمون تحلیل کوواریانس، به منظور ارتقای دقت و اعتبار نتایج، از روش بوت استرپ^۱ و همچنین آزمون ناپارامتریک کوید^۲ به عنوان رویکردهای مقاوم بهره گرفته شد که نتایج با آزمون تحلیل کوواریانس هم راستا شد (فیلد^۳، ۲۰۱۸).

بررسی نرمال بودن داده ها:

به منظور بررسی نرمال بودن توزیع داده ها، ابتدا شکل پراکندگی و روند کلی داده ها از طریق نمودار جعبه ای بررسی شد. سپس برای ارزیابی آماری نرمال بودن، از آزمون شاپیرو-ویلک استفاده گردید. بر اساس شکل ۱ نمودار جعبه ای مربوط به دو گروه در مراحل پیش آزمون و پس آزمون، هیچ گونه داده پرت^۴ یا دورافتاده^۵ در داده ها مشاهده نشد. در مرحله پیش آزمون، هر دو گروه توزیعی نسبتاً متقارن داشته و طول سبیل های نمودار تقریباً برابر بود که این امر نشان دهنده پراکندگی مشابه داده ها گردید که بیانگر تفاوت در پراکندگی نمرات یا وجود ناهمگنی در واریانس نتایج پس آزمون بین گروه هاست.

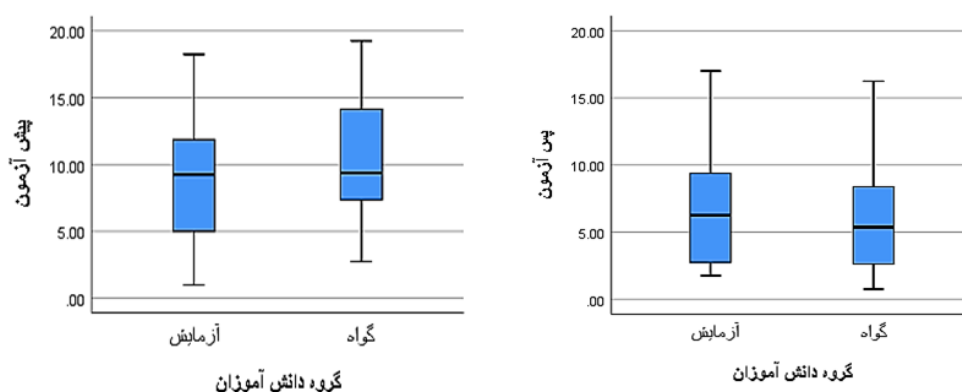
۱- Bootstrap

۲ - Quade

۳- Field

۴- Outlier

۵- Extreme Value



شکل ۱. نمودار جعبه‌ای گروه‌ها در پیش‌آزمون و پس‌آزمون

جدول ۶. نتایج آزمون شاپیرو-ویلک، میانگین و بررسی همگنی میانگین گروه‌ها در پیش و پس‌آزمون

آزمون‌ها	گروه‌ها	مقدار احتمال آزمون شاپیرو-ویلک	میانگین	مقدار احتمال آزمون همگنی میانگین‌ها
پیش‌آزمون	آزمایش	۰/۵۲۴	۹/۰۰۰	۰/۳۰۵
	گواه	۰/۷۱۶	۱۰/۲۲۳	
پس‌آزمون	آزمایش	۰/۰۲۶	۶/۸۳۰	۰/۷۲۰
	گواه	۰/۰۲۵	۶/۴۱۰	

در جدول ۶، نتایج آزمون شاپیرو-ویلک به‌منظور بررسی نرمال بودن توزیع داده‌ها، میانگین نمرات و مقایسه گروه‌ها در مراحل پیش‌آزمون و پس‌آزمون ارائه شده است. یافته‌ها نشان داد که براساس آزمون شاپیرو-ویلک توزیع نمرات در مرحله پیش‌آزمون برای گروه آزمایش ($p=۰/۵۲۴$) و گروه گواه ($p=۰/۷۱۶$)، نرمال بوده است. اما در پس‌آزمون، برای هر دو گروه، آزمایش ($p=۰/۰۲۶$) و گروه گواه ($p=۰/۰۲۵$) نرمال بودن توزیع داده‌ها تأیید نشد.

میانگین نمرات گروه آزمایش و گواه در پیش‌آزمون به ترتیب برابر با ۹/۰۰۰ و ۱۰/۲۲۳ بوده است؛ این در حالی است که در مرحله پس‌آزمون، میانگین این دو گروه به ترتیب به ۶/۸۳۰ و ۶/۴۱۰ کاهش یافته است.

بر اساس یافته‌های جدول ۶، همگنی نمرات دانش‌آموزان در مراحل پیش‌آزمون و پس‌آزمون رد نشد و واریانس گروه‌ها مشابه ارزیابی شد. با این حال، مقدار افت نمره در گروه آزمایش برابر با ۲/۱۷ و در گروه گواه برابر با ۳/۸۲۳ بود. همچنین میانگین نمره گروه گواه در پیش‌آزمون، معادل ۱/۲۲۳ واحد از گروه آزمایش بالاتر بود، اما در پس‌آزمون، میانگین این گروه ۰/۴۲۰ واحد کمتر از گروه آزمایش شد.

به‌منظور بررسی تأثیر گروه‌بندی و آموزش مبتنی بر طرح‌واره و کاهش بار شناختی در گروه آزمایش، از آزمون تحلیل کوواریانس که از آزمون‌های رایج در پژوهش‌های آموزشی است، استفاده گردید. نتایج این تحلیل در جدول ۷ ارائه شده است. باتوجه به اینکه داده‌های دو گروه در برخی مراحل از فرض نرمال بودن توزیع پیروی نمی‌کردند و مقدار آزمون لون برای بررسی همگنی واریانس‌ها دقیقاً برابر با ۰/۰۵ به دست آمد، علاوه بر آزمون کوواریانس، از آزمون‌های ناپارامتریک نیز به‌منظور اعتباربخشی نتایج استفاده شد. نتایج به دست آمده از روش ناپارامتریک، همسو با یافته‌های آزمون کوواریانس بود و این امر موجب افزایش اطمینان به اعتبار نتایج پژوهش گردید.

جدول ۷. نتایج آزمون تحلیل کوواریانس

مقدار مربعات	مقدار آماره f	مقدار احتمال	اندازه اثر
همگنی شیب‌ها	۰/۷۳۷	۰/۱۳۶	۰/۷۱۴
آزمون لون	۴/۰۳۴	۰/۰۵۰	
اثر گروه	۲۸/۷۴۵	۵/۳۷۳	۰/۰۲۴

برای بررسی فرض همگنی شیب‌های رگرسیونی، اثر متقابل گروه و پیش‌آزمون مورد آزمون قرار گرفت. نتایج نشان داد که این اثر معنادار نبود ($F=0/136$, $p=0/714$)، بنابراین فرض یکسانی شیب‌های رگرسیونی بین گروه‌ها برقرار و استفاده از آزمون تحلیل کوواریانس معتبر است.

بر اساس نتایج جدول ۷، اثر گروه‌بندی بر متغیر وابسته در پس‌آزمون در سطح معناداری ۰/۰۵ تأیید شد ($p=0/024$ و $F=5/373$). همچنین مقدار اندازه اثر مربوطه ($\eta^2 = 0/092$) نشان‌دهنده یک اندازه اثر متوسط است که با توجه به محدودیت‌ها و شرایط پژوهش (شامل ضعف پایه‌ای دانش‌آموزان رشته انسانی، غیبت‌های مکرر، اضطراب ناشی از امتحانات نهایی و شرایط محیطی حاکم بر آزمون و ...)، برای مطالعه‌ای از نوع شبه‌آزمایشی، مقدار مطلوبی محسوب می‌شود.

بحث و نتیجه‌گیری

پژوهش حاضر با تمرکز بر دانش‌آموزان پایه دوازدهم انسانی و مسئله افت عملکرد آنان در آزمون نهایی، روش تدریس مبتنی بر طرح‌واره را با تفکیک و مرحله‌بندی فرمول‌ها جهت بهبود یادسپاری و ایجاد انس هرچه بیشتر معرفی و آزمون کرد. یافته‌های جدول ۶ نشان داد تأثیر معنی‌دار این شیوه بر عملکرد نهایی دانش‌آموزان در سطح خطای ۵ درصد تأیید شد و گرچه در نیم‌سال دوم معمولاً روند عملکرد دانش‌آموزان با کاهش نسبی همراه است، عملکرد گروه آزمایش در مقایسه با گروه گواه به طور معناداری بهتر بود و اجرای روش مبتنی بر طرح‌واره توانست این روند را بهبود بخشد. بنا به نتایج گزارش شده در جدول ۶ شاهد کاهش میانگین در دو گروه هستیم که این کاهش در اغلب دروس در آزمون‌های نهایی خرداد معمول است کاهش میانگین نمرات در پس‌آزمون احتمالاً به عوامل متعددی بازمی‌گردد. نخست، در پیش‌آزمون، آزمون عمدتاً توسط معلمان درس طراحی شده و دانش‌آموزان به سبک سؤالات آشنایی داشته‌اند و سطح اضطراب آنان به علت برگزاری امتحان در محیط آشنا (مدرسه) کمتر بوده است. در مقابل، در آزمون نهایی، شرایط متفاوت است: طراح سؤالات معلم نبوده، حجم مطالب کتاب افزایش یافته و برگزاری امتحان در فضایی رسمی‌تر و با نظارت بیشتر صورت گرفته است؛ در نتیجه، اضطراب دانش‌آموزان افزایش و عملکرد آن‌ها در اغلب دروس (به‌ویژه ریاضی)، کاهش یافته است. این الگو کاهش نمرات پس‌آزمون را از جنبه روان‌شناسی آموزشی و اجرایی توجیه می‌کند.

یکی از نقاط تمایز این پژوهش، طراحی و آموزش گام‌به‌گام و ساده‌سازی محاسباتی فرمول‌های ریاضی برای دانش‌آموزان است؛ چنان‌که بر خلاف رویه‌های مرسوم، در بررسی‌های انجام شده توسط پژوهشگر نمونه مشابه داخلی یا خارجی پیشین مبتنی بر بازنگری ساختاری فرمول‌نویسی و بیان الگوریتمی آن برای افزایش فهم و تقویت یادگیری ماندگار یافت نشد؛ بنابراین این روش به‌عنوان یک نوآوری پژوهشی می‌تواند الگوی جدیدی در تدریس مفاهیم ریاضی به‌ویژه برای دانش‌آموزان دارای ضعف زمینه‌ای در جبر باشد.

شواهد متعدد پژوهشی (قدم‌پور و همکاران، ۱۳۹۹؛ رضایی اردانی و همکاران، ۱۴۰۳؛ نصیری نسب و دهقانی، ۱۴۰۲) مؤید آن است که فقدان درک عمیق و روشن از مفاهیم، به کاهش علاقه، انگیزه و پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان می‌انجامد.

در همین راستا، یادگیری عمیق^۱ به معنای فهم معنادار، تلفیق و انتقال دانش به موقعیت‌های جدید تعریف می‌شود، به گونه‌ای که دانش‌آموز بتواند مهارت‌های فراگرفته را در مواجهه با چالش‌های نو به کار گیرد و از فراموشی بلندمدت مصون بماند (بیگز و تانگ^۲، ۲۰۱۱). راهبردهای آموزشی معطوف به یادگیری عمیق، همچون فعال‌سازی پیش‌دانسته‌ها، تمرین هدفمند و ارائه

^۱ Deep Learning

^۲ - Biggs & Tang

بازخورد تحلیلی، آثار مثبت و پایداری بر کیفیت و ماندگاری آموخته‌ها دارند (روزن‌شاین^۱، ۲۰۱۲؛ ویلینگهام^۲، ۲۰۱۰؛ فولان^۳ و همکاران، ۲۰۱۸).

در این مطالعه، رویکرد مبتنی بر طرح‌واره و مرحله‌بندی گام‌های محاسباتی، کاملاً با الگوهای جهانی یادگیری عمیق (بیگز، ۲۰۰۳؛ فولان و همکاران، ۲۰۱۸) و یافته‌های نظریه بار شناختی (سویلر و همکاران، ۱۹۸۸؛ کیرشتر و همکاران، ۲۰۰۶؛ سویلر و همکاران، ۲۰۱۱؛ سویلر و همکاران، ۲۰۱۹) همگرا بود. خردسازی مسائل پیچیده به گام‌های ساده و حذف الزامات محاسباتی دشوار، موجب مدیریت بهینه بار شناختی، افزایش مشارکت فعال دانش‌آموزان، تعمیق فهم مفهومی و ماندگاری بلندمدت یادگیری شد و نظریه بار شناختی و مدل‌های نوآورانه آموزش ریاضی را تقویت کرد.

یافته‌های این پژوهش با نتایج ارزیابی‌شده در پژوهش‌های داخلی هم‌راستا است. به‌کارگیری روش‌های تدریس فعال و موقعیت‌های یادگیری واقعی (جمشیدی بدریانی و همکاران، ۱۳۹۹)، تنوع‌بخشی و تقویت مشارکت دانش‌آموز (قنبری نسب، ۱۴۰۱)، تأکید بر استدلال و یادگیری عمیق (رضایی، ۱۳۹۴)، و آموزش تحلیلی مفاهیم و نمادهای ریاضی (بهره‌دار، ۱۴۰۰)، همگی بر اهمیت فعال‌سازی ذهن دانش‌آموز و انتقال واقعی دانش صحنه می‌گذارند. همچنین، نتایج مثبتی از به‌کارگیری فناوری تسهیل‌گر و یادگیری مبتنی بر حل مسئله مشاهده شد (جعفرآبادی آشتیانی و نعمانف، ۱۴۰۰) که با یافته‌های حاضر درباره نقش محیط‌های تعاملی و ذهن فعال‌شده در فرایند یادگیری سازگار است.

بررسی ادبیات پژوهش نشان می‌دهد ارتقای عملکرد تحصیلی دانش‌آموزان در گرو رویکرد تلفیقی است که هم‌زمان به جنبه‌های روان‌شناختی (مانند اضطراب امتحان، خودپنداره و خودتنظیمی) و نیز به کیفیت محتوا، شیوه‌های تدریس و بهره‌برداری از فناوری آموزشی توجه نمود. در این صورت، می‌توان نه فقط به کاهش اضطراب و افزایش خودباوری دانش‌آموزان دست یافت، بلکه تضمین محتوای غنی و تدریس اثربخش نیز میسر می‌گردد.

بدین ترتیب، روش نوآورانه مبتنی بر طرح‌واره برای آموزش مجموع جملات دنباله‌های حسابی، با ساده‌سازی سلسله‌مراحل حل مسئله، می‌تواند الگویی مؤثر و بومی‌سازی شده برای تدریس ریاضی خصوصاً دانش‌آموزان با ضعف جبر تلقی شود و به‌عنوان دستاوردی منحصربه‌فرد در ارتقای کیفیت و ماندگاری یادگیری مطرح گردد.

محدودیت‌های پژوهش

از جمله محدودیت‌های این پژوهش، متمرکز بودن مطالعه بر مطالب کتاب «ریاضی و آمار ۳» ویژه دانش‌آموزان رشته علوم‌انسانی و همچنین اجرای آن تنها بر روی دانش‌آموزان دختر بود؛ بنابراین تعمیم نتایج به سایر رشته‌ها و دانش‌آموزان پسر با احتیاط صورت می‌گیرد. علاوه بر این، غیبت‌های مکرر برخی دانش‌آموزان و عدم حضور تعداد محدودی از شرکت‌کنندگان در جلسه آزمون نهایی، منجر به کاهش حجم نمونه برای تجزیه و تحلیل داده‌ها شد.

از دیگر محدودیت‌های پژوهش می‌توان به استفاده از نمرات آزمون‌های نوبت اول و دوم به‌عنوان پیش‌آزمون و پس‌آزمون اشاره کرد که ممکن است بر اعتبار نتایج تأثیر بگذارد. همچنین، به‌کارگیری روش شبه‌آزمایشی به‌جای طراحی آزمایشی کنترل‌شده از دیگر محدودیت‌ها است؛ به‌طوری‌که در صورت انجام مطالعه در شرایط آزمایشی کامل و کنترل‌شده، احتمالاً نتایج دقیق‌تر و قابل‌تعمیم‌تری حاصل می‌شد.

پیشنهادهای پژوهش

باتوجه به اثربخشی روش ساده‌سازی الگوریتمی آموزش فرمول‌ها و کاهش بار شناختی دانش‌آموزان در این پژوهش، پیشنهاد می‌شود که این شیوه آموزشی در سایر مباحث و فرمول‌های درس ریاضی و نیز در دیگر مباحث درسی با ویژگی‌های مشابه به کار گرفته شود.

همچنین به پژوهشگران و معلمان توصیه می‌شود از فناوری‌های نوین مانند فلش کارت‌های دیجیتال، اپلیکیشن‌های آموزشی و تلفیق روش با بازی‌های یادگیری، جهت افزایش جذابیت و اثربخشی آموزش مبتنی بر الگوریتم در کلاس درس بهره بگیرند. طبق مشاهده‌ها، استفاده از این روش نه تنها موجب تسهیل یادگیری مفاهیم برای دانش‌آموزان شد، بلکه سرعت پاسخگویی، مشارکت در فعالیت‌های کلاسی و حل مسئله و حتی ارائه روش‌های ابداعی از سوی دانش‌آموزان را نیز به طور محسوسی افزایش داد.

از این رو، توصیه می‌شود پژوهشگران آتی این شیوه را در جهت سنجش تأثیر بر متغیرهایی همچون افزایش انگیزش، کاهش اضطراب ریاضی، بهبود مهارت حل مسئله و تسریع فرایند پاسخگویی مورد مطالعه قرار دهند. همچنین می‌توان رویکردهای نوآورانه در آموزش فرمول‌ها و مفاهیم ریاضی را با تفکر طراحی و خلق شیوه‌های نوین آموزشی، توسعه داد و راه را برای آموزش شخصی‌سازی شده و ماندگارتر در سایر حوزه‌های درسی هموار ساخت.

منابع

- احمدی، احمد؛ رسولی، بهنام؛ اسلام‌پناه، مریم و احمدی، فؤاد. (۱۳۹۳). تأثیر روش تدریس E5 بر یادگیری و خلاقیت دانش آموزان. *مهندسی آموزشی: تکنولوژی و طراحی آموزشی*، ۳(۴)، ۴۵-۶۰.
- جعفرآبادی آشتیانی، محمد و نعمانی، منصور. (۱۴۰۰). آموزش الکترونیکی ریاضی مبتنی بر حل مسئله با طراحی نرم‌افزار جدید و بررسی تأثیر آن بر عملکرد ریاضی دانش‌آموزان دوره متوسطه دوم. *فناوری آموزش*، ۱۵(۲)، ۲۰۷-۲۲۲.
- جمشیدی بدربانی، مهرانگیز؛ عسگری، رقیه و باقری، مریم. (۱۳۹۹). چگونه توانستم با استفاده از روش‌های تدریس فعال و ایجاد موقعیت‌های یادگیری کاربردی، میزان علاقه، انگیزه و پیشرفت دانش‌آموزان پایه ششم را در درس ریاضی بهبود بخشم؟ *توسعه حرفه‌ای معلم*، ۱۵(۱)، ۴۰-۴۵.
- حدادزاده، ناصر و ظریف، ساره. (۱۴۰۲). تحلیل محتوای کتاب ریاضی و آمار ۲ علوم انسانی بر اساس روش ویلیام رومی. *مطالعات روانشناسی و علوم تربیتی (مرکز توسعه آموزشهای نوین ایران)*، ۹(۳)، ۶۵-۷۳.
- خانپور درکا، مینا. (۱۴۰۱). تأثیر کاربرد تکنولوژی در آموزش ریاضی دوره ابتدائی مطالعه موردی: آموزش و پرورش شهرستان بابل، *هفتمین کنفرانس ملی رویکردهای نوین در آموزش و پژوهش، محمودآباد*.
- رضایی اردانی، فضل‌الله؛ خلیلی زارچی، معجبی؛ صادقپور، راضیه و قناعت، حسین. (۱۴۰۳). پیش‌بینی درک مطلب خواننده‌شده بر اساس انگیزش خواندن و نگرش خواندن در بین دانش‌آموزان شهر یزد. *پژوهش در روش‌های آموزش*، ۲(۲)، ۸۱-۱۰۳.
- رفیع‌پور، ابوالفضل و مولایی، ریحانه. (۱۳۹۹). تحلیل محتوای کتاب‌های ریاضی دوره اول و دوم متوسطه بر اساس رویکرد مدل‌سازی. *پژوهش در آموزش ریاضی*، ۱۱(۱)، ۲۹-۴۴.
- سرگزی، حسینعلی؛ خوش‌فر، غلامرضا و جندقی میر محله، فاطمه. (۱۳۹۴). بررسی مهارت‌های تفکر انتقادی (مطالعه موردی: دانش‌آموزان سال چهارم دبیرستان شهر گرگان). *کنفرانس بین‌المللی علوم انسانی، روان‌شناسی و علوم اجتماعی*.
- سیف، علی‌اکبر. (۱۳۹۴). *روان‌شناسی پرورشی نوین: روان‌شناسی یادگیری و آموزش*. نشر دوران.
- شمسی، رسول. (۱۴۰۴). کاربرد ریاضی در علوم انسانی، اولین همایش بین‌المللی هوش مصنوعی در آموزش و پرورش، *روانشناسی، علوم تربیتی و مطالعات دینی، فرهنگی، اجتماعی و مدیریتی در هزاره سوم، بوشهر*.
- شیخ‌الاسلامی، هاله؛ احمدی، غلامعلی؛ عصاره، علیرضا و ریحانی، ابراهیم. (۱۳۹۸). تحلیل محتوای کتاب‌های جدیدالتألیف ریاضی و راهنمای معلم سال دهم رشته انسانی با تأکید بر رویکرد زمینه‌محور. *نظریه و عمل در برنامه درسی*، ۷(۱۳)، ۷۹-۱۱۰.
- ظریف، ساره؛ رکابدار، قاسم و سلیمانی، بهاره. (۱۴۰۲). اثربخشی استفاده از رسانه فلش کارت بر عملکرد و اضطراب ریاضی دانش‌آموزان دختر پایه دهم علوم انسانی. *پژوهش در روش‌های آموزش*، ۱(۴)، ۴۵-۶۴.
- ظریف، ساره؛ رکابدار، قاسم و سلیمانی، بهاره. (۱۴۰۲). تأثیر آموزش با دانش‌برگ بر انگیزش (درونی و بیرونی) ریاضی. *فناوری و دانش پژوهی در تعلیم و تربیت*، ۳(۴)، ۴۷-۵۶.
- علی‌محمدی، نفیسه، کیان، مرجان و عباسی، عفت. (۱۴۰۳). تأثیر روش تدریس قصه‌گویی بر یادگیری درس ریاضی دانش‌آموزان پایه چهارم ابتدایی. *نوآوری‌های آموزشی*، (e۲۱۶۶۳۸).
- <https://doi.org/10.22034/jei.2025.475704.3028>
- فرشتیان، علی؛ شیرکوند، زهرا؛ گلستانی، محدثه و سید حسینی، مهسا. (۱۴۰۳). تحلیل محتوای کتب ریاضی و آمار رشته ادبیات و علوم انسانی از منظر هوش‌های چندگانه گاردنر. *برنامه‌ریزی درسی و روش تدریس نوین*، ۵(۴)، ۹۳-۱۰۳.
- قدم‌پور، عزت‌اله؛ گراوند، هوشنگ و سبزیان، سعیده. (۱۳۹۹). رابطه سبک‌های یادگیری با انگیزه پیشرفت و پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان دوره متوسطه استان لرستان. *مطالعات آموزشی و آموزشگاهی*، ۹(۲)، ۷-۳۲.
- گویا، زهرا. (۱۳۸۹). نقد و بررسی حوزه یادگیری ریاضی در سند برنامه درسی ملی جمهوری اسلامی ایران، *فصلنامه مطالعات برنامه درسی*، ۵(۱۸)، ۱۴۷-۱۶۴.

نرماشیری، مینا و شهرکی، فاطمه زهرا. (۱۴۰۲). مشکلات ریاضی دانش‌آموزان انسانی (پژوهش روایی)، ششمین همایش ملی تحقیقات میان‌رشته‌ای در مدیریت و علوم انسانی، تهران.

نصیری نسب، محمد و دهقانی، منصور. (۱۴۰۲). رابطه روش‌های یادگیری با انگیزه پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان دوره ابتدایی، اولین کنفرانس بین‌المللی پژوهش‌های مدیریت، تعلیم و تربیت در آموزش و پرورش، تهران.

نظری نسب، مریم و نسودیان شالچی، سارا و عابدینی، راضیه. (۱۳۹۸). تحلیل محتوای کتاب ریاضی و آمار ۳ پایه دوازدهم انسانی بر اساس تکنیک ویلیام رومی، سومین کنفرانس آموزش و کاربرد ریاضیات، کرمانشاه.

نکوئی قهفرخی، اسماء و یافتیان، نرگس. (۱۴۰۴). برخی از باورهای رایج درباره ریاضی. فرهنگ و اندیشه ریاضی، ۴۴(۱)، ۱۴۷-۱۵۸.

Altintas, E., & Ilgün, S. (۲۰۱۲). Exploring the Opinions about the Concepts of "Formula" and "Rule" in Mathematics. *Educational Research and Reviews*, ۱۲(۱۹), ۹۵۶-۹۶۶.

Anderson, J. R. (۲۰۱۳). The adaptive character of thought. Psychology Press.

Biggs, J., & Tang, C. (۲۰۱۱). *Teaching for Quality Learning at University* (۴th Ed.). Buckingham: Open University Press.

Biggs, J., Tang, C., & Kennedy, G. (۲۰۲۲). *Teaching for quality learning at university* (۵th ed.). McGraw-Hill Education.

Field, A. (۲۰۱۸). *Discovering Statistics Using IBM SPSS Statistics* (۵th ed.). SAGE Publications.

Fullan, M., Quinn, J., & McEachen, J. (۲۰۱۸). *Deep Learning: Engage the World, Change the World*. Corwin: SAGE

https://doi.org/10.1207/s15327985sep4102_1

Hultberg, P. T., Santandreu Calonge, D., & Lee, E. (۲۰۱۸). Promoting long-lasting learning through instructional design. *Journal of the Scholarship of Teaching and Learning*, ۱۸(۳), Article ۱۸.

Kirschner, P. A., Sweller, J., & Clark, R. E. (۲۰۰۶). Why Minimal Guidance During Instruction Does Not Work: An Analysis of the Failure of Constructivist, Discovery, Problem-Based, Experiential, and Inquiry-Based Teaching. *Educational Psychologist*, ۴۱(۲), ۷۵-۸۶.

OECD (۲۰۲۳), PISA ۲۰۲۲ Results (Volume I): *The State of Learning and Equity in Education*.

Rosenshine, B. (۲۰۱۲). Principles of instruction: Research-based strategies that all teachers should know. *American Educator*, ۳۶(۱), ۱۲-۳۹.

Sweller, J. (۱۹۸۸). Cognitive load during problem solving: Effects on learning. *Cognitive science*, ۱۲(۲), ۲۵۷-۲۸۵.

Sweller, J. (۲۰۱۱). Cognitive load theory. In J. P. Mestre & B. H. Ross (Eds.), *The psychology of learning and motivation: Cognition in education* (pp. ۳۷-۷۶). Elsevier Academic Press.

Sweller, J., van Merriënboer, J. J. G., & Paas, F. (۲۰۱۹). Cognitive Architecture and Instructional Design: ۲۰ Years Later. *Educational Psychology Review*, ۳۱(۲), ۲۶۱-۲۹۲.

White, H., & Sabarwal, S. (۲۰۱۴). Methodological briefs impact evaluation No. ۸: Quasi-experimental design and methods. *UNICEF Office of Research*, ۱-۱۶.

Willingham, D. T. (۲۰۱۰). *Why Don't Students Like School?* San Francisco, CA: Jossey-Bass

Rumelhart, D. E. (۱۹۸۴). Schemata and the cognitive system. In R. S. Wyer, Jr. & T. K. Srull (Eds.), *Handbook of social cognition*, Vol. ۱, (pp. ۱۶۱-۱۸۸). Lawrence Erlbaum Associates Publishers.