



ORIGINAL RESEARCH PAPER

Measuring the Impact of Mathematical Thinking on Junior High School Students Understanding of Mathematical Problems

Mohammad Mahdavamajd^{*1}

¹ Markazi Province General Department of Education, Arak District 1, Iran.

ABSTRACT

Keywords

Mathematics education
Mathematical thinking
Problem solving
Junior high school
School curriculum

¹ .Corresponding author
✉ majdedu@cfu.ac.ir

Received: 2025/01/30
Reviewed: 2025/11/09
Accepted: 2025/12/13

Background and Objectives: Mathematical thinking plays a fundamental role in the conceptual learning of mathematics among students and is one of the important components that helps students find appropriate strategies for problem-solving. Additionally, problem-solving skills are an essential part of the educational curriculum in leading countries in mathematics education. For this reason, the aim of the present research is to investigate the impact of mathematical thinking on the understanding of problem-solving among middle school students.. **Methods** The research method of this study is qualitative, based on phenomenology, and was conducted using a test consisting of 5 questions combining various types of mathematical thinking and answered by 25 ninth grade students from junior high schools in Markazi Province. **Findings:** The analysis of the findings indicates that some elements of mathematical thinking, such as inductive thinking and algebraic thinking, are recognized among ninth-grade students, but this recognition is not sufficient for problem-solving. **Conclusion:** . If mathematical thinking is integrated into the school curriculum structure, teachers can act as dynamic elements in the classroom by using appropriate questions and open-ended problems, significantly contributing to the development of students' mathematical thinking.

ISSN (Online): 2783- 4379

DOI: [10.48310/rme.2025.18223.1105](https://doi.org/10.48310/rme.2025.18223.1105)

Citation (APA): Mahdavamajd, M. (2026). Measuring the Impact of Mathematical Thinking on Junior High School Students Understanding of Mathematical Problems. *Research in Mathematics Education*, 6 (2), 67- 84 .

 <https://doi.org/10.48310/rme.2025.18223.1105>



سنجش تاثیر تفکر ریاضی بر درک دانش آموزان متوسطه اول از مسائل ریاضی

مقاله پژوهشی / مروری

محمد مهدوی مجد^۱*

۱ / اداره کل آموزش و پرورش استان مرکزی، ناحیه ۱ / راک.

چکیده

پیشینه و اهداف: تفکر ریاضی نقش اساسی برای یادگیری مفهومی درس ریاضی در دانش آموزان داشته و یکی از مولفه های مهم برای کمک به دانش آموزان در یافتن راهبرد مناسب برای حل مسئله است. همچنین مهارت حل مساله یک بخش مهم از برنامه آموزشی کشور های پیشرو در آموزش ریاضی است ، به همین دلیل هدف پژوهش حاضر بررسی تاثیر تفکر ریاضی بر درک دانش آموزان متوسطه اول از مسئله بوده است. **روش ها:** روش تحقیق این پژوهش کیفی بوده و بر مبنای پدیدارشناسی با استفاده از آزمونی مشتمل بر ۵ سوال ترکیبی از انواع این تفکر و پاسخ آن توسط ۲۵ دانش آموز پایه نهم از مدارس متوسطه اول استان مرکزی صورت گرفته است. **یافته ها:** بررسی نتایج یافته ها نشان می دهد برخی عناصر تفکر ریاضی مانند تفکر استقرایی و تفکر جبری در میان دانش آموزان پایه نهم شناخته شده است، اما این شناخت برای حل مسئله کافی نیست. **نتیجه گیری:** در صورت گنجانده شدن تفکر ریاضی در ساختار برنامه درسی مدارس، معلمان می توانند به عنوان یکی از عناصر پویا در کلاس درس، با استفاده از پرسش های صحیح و طرح مسائل پاسخ باز کمک شایانی به پرورش تفکر ریاضی دانش آموزان داشته باشند.

از دستگاه خود برای اسکن و خواندن مقاله به صورت آنلاین استفاده کنید.

واژه های کلیدی

آموزش ریاضی
تفکر ریاضی
متوسطه اول
حل مسئله
برنامه درسی

۱. نویسنده مسئول

Majdedu@cfu.ac.ir ✉

تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۱۱/۱۱

تاریخ بازنگری: ۱۴۰۴/۰۸/۱۸

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۹/۲۲

شماره صفحات: ۸۴ - ۶۷

DOI: [10.48310/rme.2025.18223.1105](https://doi.org/10.48310/rme.2025.18223.1105)

شاپا الکترونیکی: ۳۷۸۳ - ۴۳۷۹



OPYRIGHTS

©2026 The author(s). This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution (CC BY 4.0), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, as long as the original authors and source are cited. No permission is required from the authors or the publishers.

مقدمه

تفکر ریاضی با دانشی که تحت عنوان علم ریاضی و محتوای آن می‌شناسیم متفاوت است. این تفکر، ریاضی‌وار است نه از آن جهت که درباره ریاضی می‌اندیشد، بلکه به این دلیل که عملیات آن بر مبنای ریاضی انجام می‌شود. این سبک تفکر مانند روش علمی لزوماً به یک حیطه خاص نمی‌پردازد، بلکه عمومی بوده و می‌تواند در هر زمینه‌ای به کار رود. در طول ۵۰ سال گذشته بحث‌های مختلفی برای درک مفهوم تفکر ریاضی شده است. اسکوسا (اسکوسا، ۲۰۰۸) تفکر ریاضی را پنج پروسه می‌داند که همان پنج استاندارد فرآیندی NCTM (NCTM, ۲۰۰۰) یعنی حل مسئله، پیوند و ارتباطات، گفتمان، بازنمایی و استدلال و اثبات بوده و تقویت هر کدام منجر به تقویت تفکر ریاضی می‌شود. آلکان و گوزل (آلکان و گوزل، ۲۰۰۸) تفکر ریاضی را ساختاری می‌دانند که فرآیند شکل‌گیری آن از مراحل خاصی می‌گذرد و هر فکری که شکل می‌گیرد، آغار یک فرآیند متفاوت است. به بیان بهتر تفکر ریاضی این است که وقتی با یک مسئله مواجه می‌شوید، تصمیم بگیرید کدام روش روانشناختی را به کار ببرید تا مسئله را حل کنید، همچنین بتوانید با مشاهده روش‌های دیگر به درک درستی از پاسخ و نوع تفکر آنها برسید. در واقع همانطور که کاتاگیری و ماسامی (کاتاگیری و ماسامی، ۲۰۱۲) بیان می‌کنند، تفکر ریاضی نیروی محرکه دانش و مهارت است. چرا که باعث فهم دانش و مهارت‌های لازم برای حل مسئله است. در شکل ۱ وجوه مشترک همه این تعاریف، یعنی روش‌های ریاضی، مفاهیم ریاضی و نگرش ریاضی نشان داده شده است.



شکل ۱. وجوه مشترک تعاریف تفکر ریاضی

از کارکرد های تفکر ریاضی می‌توان نخست به تفکر ریاضی به عنوان هدفی برای مدارس اشاره کرد (استیسی، ۲۰۰۶). همانگونه که در پیزا (پیزا، ۲۰۰۶) آمده است توانایی تفکر ریاضی‌وار و استفاده از آن در حل مسئله یکی از اهداف مهم مدارس است. در این دیدگاه تفکر ریاضی در علوم، فناوری و اقتصاد موثر بوده و موجب بهبود آنها می‌شود. همزمان با آموزش کاربرد ریاضی و درک ریاضی به عنوان موضوعی پرکاربرد، دانش‌آموزان باید به روح اکتشافی ریاضیات پی ببرند، همانطور که اندرو وایلز تلاش خود برای اثبات قضیه آخر فرما را اینگونه تشبیه می‌کند: «فرض کنید فردی به اتاقی تاریک وارد شده و برای مدتی در آن تاریکی به دنبال نور باشد. پس از شش ماه او از مکان تمامی وسایل خانه آگاه است و در نهایت کلید لامپ را می‌یابد، سپس به اتاق بعدی می‌رود و همین چرخه تکرار می‌شود پس شاید برخی از این دستاوردها به ظاهر آنی باشند، اما در طول تلاش‌ها و تلو تلو خوردن‌ها شکل گرفته‌اند.» یکی دیگر از کارکرد های تفکر ریاضی، راهی برای یادگیری ریاضی است. (استیسی، ۲۰۰۶) در این هدف دانش‌آموز باید بتواند مسائل ریاضی را بفهمد و پس از درک آن‌ها به حل بپردازد. همانطور که میسن و همکاران (میسن و همکاران، ۲۰۱۰) حل مسئله را ۳ مرحله حمله ورود و بازنگری تعریف کرده‌اند که در این مراحل از فرآیند های تخصیص، حدس زدن، تعمیم و متقاعدسازی (استدلال) استفاده می‌شود.

سومین و آخرین کارکرد تفکر ریاضی، هدفی برای تدریس ریاضی است (استیسی، ۲۰۰۶). تفکر ریاضی فقط در حل مسائل و یادگیری ریاضی موثر نیست بلکه می تواند در تدریس ریاضی هم موثر باشد. یکی از ویژگی های معلم توانمند این است که بتواند دانش آموزانی کنجکاو تربیت کند. این قدرت در تفکر ریاضی عمدتاً از مجموعه تفکراتی (استقرایی، استنتاجی و ...) نشأت می گیرد که آن را استدلال و اثبات می نامیم. در این هدف معمولاً معلم نقش تسهیل کننده را در فرآیند یادگیری دارد و با روش های مختلف سعی دارد تا دانش آموزان را به تفکر ریاضی وادار کند. با توجه به اهمیت تفکر ریاضی و کارکرد های آن برای نمونه سه پیشنهاد برای ترویج تفکر ریاضی در برنامه درسی مالزی آورده شده است (۲۰۰۶, Chap Sam & Hwa): نخست تجهیز و افزایش درک معلمان ریاضی از تفکر ریاضی، که توضیح واضح تر و جامع تری درباره تفکر ریاضی باید در اسناد برنامه درسی ریاضی مدرسه بیان شود تا معلمان بتوانند به این اسناد مراجعه کنند. معلمان ریاضی قبل از شروع به خدمت و ضمن خدمت باید از اهمیت تفکر ریاضی آگاه شوند. آنها همچنین باید مجهز به یادگیری باشند و خودشان در فعالیت های تفکر ریاضی این موضوع را تجربه کنند. اینها را می توان با قرار دادن معلمان ریاضی در معرض استراتژی ها و فعالیت های آموزشی مختلف که تفکر ریاضی را ترویج می کنند، به دست آورد. این ایده ها و فعالیت ها را می توان هر از گاهی از طریق کارگاه ها، سمینارها یا کنفرانس ها بیان کرد. پیشنهاد دوم آماده سازی دروس تفکر ریاضی از طریق همکاری اعضای کلاس یا همکاران در درس است. دروس ریاضیاتی که تفکر ریاضی را ترویج می کنند معمولاً برای آماده سازی به زمان و تلاش زیادی نیاز دارند. از طریق مطالعه گروهی درس، هر یک از اعضای گروه می توانند برای برنامه ریزی، بحث و آماده سازی درس با یکدیگر همکاری کنند. سپس یکی از اعضای گروه می تواند در حالی که دیگران آن را مشاهده می کنند، درس را تدریس کند. پس از جلسه تدریس، همه اعضا می توانند دور هم جمع شوند تا درس را منعکس و اصلاح کنند. این نوع تلاش مشترک مطمئناً حجم کار و زمان صرف شده برای آماده سازی درس را کاهش می دهد. در آخر بازطراحی چارچوب ارزیابی که بر تفکر ریاضی تمرکز دارد. همانطور که قبلاً مشاهده کردیم اکثر معلمان بر اساس الزامات امتحان تدریس می کنند. تا زمانی که چارچوب ارزشیابی بر تفکر ریاضی تاکید نداشته باشد، بعید است که معلمان ریاضی مایل به صرف زمان برای ادغام تفکر ریاضی در دروس خود باشند. از این رو، برای دستیابی به هدف مورد نظر، وقت آن است که چارچوب ارزیابی جدیدی که بر تفکر ریاضی تمرکز دارد، طراحی شود.

با توجه به تعداد پژوهش های اندک انجام شده درباره تفکر ریاضی در ایران و همچنین در راستای پیشنهاد اول در برنامه درسی کشور مالزی (۲۰۰۶, Chap Sam & Hwa) مبنی بر آگاهی هر چه بیشتر معلمان ریاضی درباره اهمیت تفکر ریاضی و همچنین سطح درک دانش آموزان از این تفکر، هدف ما در این پژوهش بررسی تاثیر تفکر ریاضی بر درک دانش آموزان متوسطه اول از مسئله بوده است. بنابراین جهت آشنایی هر چه بهتر با تفکر ریاضی، ابتدا انواع تفکر ریاضی را با ارائه مسائل ریاضی توضیح داده و سپس به بررسی این تفکر در میان دانش آموزان پایه نهم می پردازیم. این سبک از تفکر شامل ۱۱ نوع تفکر است که تشکیل دهنده تفکر ریاضی می باشند این تفکر ها شامل: تفکر استقرایی، تفکر قیاسی، تفکر استنتاجی، تفکر یکپارچه، تفکر رشدی، تفکر انتزاعی، تفکری که ساده می کند، تفکری که تخصیص می دهد، تفکری که نمادسازی می کند، تفکری که اعداد و کمیت ها را بازنمایی می کند و تفکری که اعداد و اشکال را بازنمایی می کند می شود. این تفکر ها مبنای نظری پژوهش حاضر بوده اند.

پیشینه پژوهش

سلطان زاده و همکاران (۱۳۹۸) در تحقیقی به منظور بررسی تاثیر تفکر ریاضی بر دانشجویان معماری می نویسند: در این دوره ها، دانشجویان آموختند که ریاضیات را به عنوان منبعی از راهکارهای خلاقانه و ابزاری برای پاسخگویی به معیارهای طراحی، همچون کارایی سازه ها، عملکرد، بهینه سازی، تنوع فرم، ایستایی و دقت، به کار گیرند. یافته های تحقیق نشان دادند که عملکرد دانشجویان گروه آزمون در تمامی معیارها از دانشجویان گروه گواه بهتر

است. با این حال، عملکرد دانشجویان گروه آزمون در هر دو کارگاه در معیارهای ارائه کیفیت محصولات طراحی و ملاحظات بستر، و در کارگاه اول در معیار سازماندهی فضایی و عملکردی، تفاوت معناداری با گروه گواه نداشت. عملکرد بهتر دانشجویان گروه آزمون در اکثر معیارهای داوری، به جز معیار ارائه، را می‌توان به توانایی بیشتر آن‌ها در تولید و تفسیر ایده‌های راه‌حل‌محور نسبت داد.

در بررسی کیفیت کلی طراحی در پروژه‌های مختلف، نتایج ارزشیابی دوره نشان داد که دانشجویان از شکل‌های هندسی پیچیده به عنوان راهکارهای طراحی خلاقانه و کارآمد در تکالیف خود استفاده کردند. این یافته‌ها حاکی از آن است که تفکر ریاضی و به‌ویژه کاربرد مفاهیم هندسی پیشرفته، نقش مهمی در ارتقای خلاقیت و کارایی طراحی دانشجویان ایفا کرده است. این رویکرد نه تنها به بهبود مهارت‌های فنی آن‌ها کمک کرده، بلکه توانایی آن‌ها را در تحلیل و حل مسائل پیچیده طراحی افزایش داده است.

در تحقیق دیگری که لی (لی، ۲۰۲۵) انجام داده است به بررسی مسیر پرورش توانایی تفکر ریاضی در تحصیلات عالی پرداخته و برای بهبود تفکر ریاضی در میان دانشجویان، توصیه به بررسی راه‌های جدید و تغییر ایده‌های آموزشی می‌کند. پیشنهاد او بهینه سازی مداوم سیستم های آموزشی از طریق ارزیابی مداوم و ایجاد سیستم های دیجیتال و نوآورانه است.

موحدی و همکاران (موحدی و همکاران، ۲۰۲۵) به بررسی ساختار یافته ۵۰ مقاله برای درک تاثیر آموزش ریاضیات واقع‌گرایانه بر درک مفاهیم کسر، تفکر ریاضی و مشارکت دانش‌آموزان ابتدایی پرداخته‌اند. این پژوهش نشان داد این سبک از آموزش برای درک مفاهیم کسر موثر بوده و تبدیل تفکر عینی به تفکر انتزاعی را تسهیل می‌کند.

گنج و همکاران (گنج و همکاران، ۲۰۲۵) درک تفکر ریاضی و ماهیت ارتباط ریاضی را عامل موثری در درک تفکر خلاق دانشجویان می‌دانند. یکی از مفاهیم تفکر ریاضی استدلال است. گنج، استدلال را به طور مستقیم موثر نمی‌داند و ترکیب آن با گفتمان ریاضی را بر تفکر خلاق موثر می‌داند. به همین دلیل وی گفتمان ریاضی را موثرترین عامل در پرورش تفکر خلاق می‌داند.

سمنتر و همکاران (سمنتر و همکاران، ۲۰۲۴) بر اهمیت توسعه تفکر ساختاری-ریاضی دانش‌آموزان تاکید می‌کنند و معتقدند انواع تفکر ساختاری-ریاضی دانش‌آموزان شامل تحلیلگری، انتزاع‌گرایی، تعمیم‌دهی، برنامه‌ریزی و بازتابی تاثیر مثبتی در دانش آموز ایجاد می‌کند.

در واقع از آنجا که تفکر ریاضی در فعالیت های ریاضی اتفاق می‌افتد و این فعالیت ها ارتباط مستقیمی با روش ها و مفاهیم ریاضی دارند می‌توان این فعالیت ها را بخش مهمی از تفکر ریاضی دانست. کاتاگیری و ماسامی (کاتاگیری و ماسامی، ۲۰۱۲) تفکر ریاضی را به شرح زیر دسته بندی می‌کنند :

تفکر استقرایی: در این سبک از تفکر دانش‌آموز ابتدا با درک اطلاعات و خواص مورد نیاز، به بررسی بخشی از موضوع می‌پردازد. پس از یافتن قواعدی در این مورد نوبت به بررسی درستی آنها با اطلاعات پیشین و بیان نتایج می‌رسد.

تفکر استقرایی شامل ۴ موضوع زیر است :

۱. تلاش برای جمع‌آوری اطلاعات

۲. تلاش برای فهمیدن قوانین یا خواص مشترک با استفاده از اطلاعات

۳. استنباط اینکه مجموعه شامل اطلاعات، قوانین و خواص کشف شده را در بر دارد یا نه

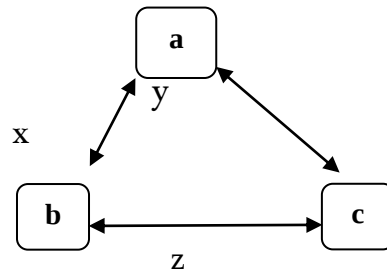
۴. تایید درستی کلیت های استنباط شده با اطلاعات جدید

دانش‌آموزان علاوه بر درک درست از کاربرد های متنوع و گوناگون تفکر ریاضی باید بدانند قوانین استقرایی همواره صحیح نبوده و نیاز به اثبات دقیق دارند.

مثالی از کتاب ریاضیات گسسته کنت اچ روزن (روزن، ۲۰۱۱): n نفر (n عددی فرد است). در یک زمین ایستاده اند و فاصله دو به دو این افراد اعدادی متمایز هستند. هر فرد یک کیک در دست دارد و در یک زمان آن را به سمت نزدیک ترین فرد پرتاب می کند، سپس بررسی کنید آیا کسی وجود دارد که کیک به سمت او پرتاب نشود؟ ابتدا به بررسی حالت ساده تری از شکل می پردازیم:

در حالت $n=3$ با وجود ۳ نفر که در شکل زیر نشان داده شده اند $z > y > x$ فاصله مسیر بین افراد a, b, c را نشان می دهند.

پس a, b به سمت یکدیگر کیک پرتاب می کنند و c نیز به a کیک پرتاب می کند. (شکل ۲)



شکل ۲. نمایی از بازی در حالت $n=3$

در این مثال تنها کسی که کیک به او برخورد نکرده، c است پس در گام اول نتیجه می شود یک نفر وجود دارد که کیک به سمت او پرتاب نمی شود. پس با فرض این مورد و بررسی حالات ۵ و ۷ نفره می توان نتیجه گرفت:

در هر حالت حداقل یک نفر وجود دارد که به سمت او کیک پرتاب نمی شود.

اما باید توجه داشت که گزاره های استقرایی فاقد اعتبار بوده و نیاز به اثبات استنتاجی دارند. (اثبات نتیجه مسئله بالا با استفاده از اصل لانه کبوتری امکان پذیر است).

تفکر قیاسی: در تفکر قیاسی فرد برای فهم گزاره p با در نظر گرفتن q به عنوان گزاره ای مشابه با p و دارای خواص آن سعی می کند تا با بررسی q به خواص p پی ببرد.

مثال ۱: هر چهار ضلعی که اضلاع آن دو به دو موازی اند، متوازی الاضلاع نام دارد. اضلاع مربع نیز دو به دو باهم موازی اند، پس مربع نیز نوعی متوازی الاضلاع است.

مثال ۲: هر چهار ضلعی که اضلاع آن دو به دو موازی اند، متوازی الاضلاع نام دارد. اضلاع لوزی نیز دو به دو باهم برابرند، پس لوزی نیز نوعی متوازی الاضلاع است.

نکته مهمی که در مثال های بالا وجود دارد این است که علی رغم ظاهر درست نتیجه گیری ها نتیجه گیری مثال ۲ نادرست است. (مثال نقض: کایت یا بادبادک) چرا که در فرض استدلال ویژگی برابری اضلاع موازی در متوازی الاضلاع بررسی نشده است. پس تفکر قیاسی نیز به مانند تفکر استقرایی نیازمند استدلال کامل و درست است.

تفکر استنتاجی: این تفکر از چیزی که درستی آن را می دانیم به عنوان پایه و اساس استفاده کرده و تلاش می کند تا صحیح بودن گزاره ها را به درستی شرح دهد. در این رابطه دانش آموزان باید با استفاده از روش های مختلف، به مزایا و معایب آنها پی برده و استنتاج را به عنوان روشی منطقی تر نسبت به استقرا و قیاس درک کنند.

مزایای تفکر استنتاجی:

دانش آموز را تشویق به یادگیری ویژگی های هر مبحث کرده و نیازمند یادگیری عمیق است.

هر دو عنصر تفکر تحلیلی و ترکیبی را تقویت می کند:

تفکر تحلیلی یعنی بر مبنای آموخته های خود به درستی موضوع پی ببرد.

تفکر ترکیبی یعنی بر مبنای آموخته های قبلی و درست خود به درستی گزاره ها پی ببرد.

مثال: طبق جدول گزاره ها می‌دانیم گزاره زیر همواره درست است:

$$p \Rightarrow q \equiv \sim p \cup q$$

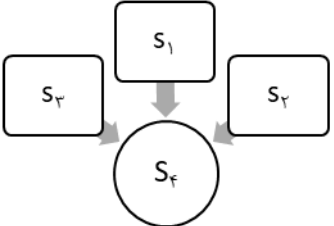
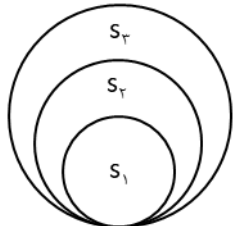
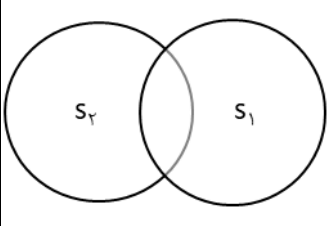
p	q	$\sim p$	$p \Rightarrow q$	$\sim p \cup q$
T	T	F	T	T
T	F	F	F	F
F	T	T	T	T
F	F	T	T	T

حال با استفاده از گزاره اول و خاصیت جابه‌جایی گزاره زیر را ثابت می‌کنیم:

$$p \Rightarrow q \equiv \sim p \cup q \equiv q \cup \sim p \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$$

تفکر یکپارچه: این سبک از تفکر عبارت است از توانایی رویارویی سازنده با موضوع به جای پرداختن به مشکلات. به عبارت دیگر به جای پرداختن به تناقض ها و حذف کردن آنها می‌توان با در نظر گرفتن آنها به عنوان یک کل به یک مدل کامل تر دست یافت. به عبارت دیگر تفکر یکپارچه در ریاضیات عبارت است از یافتن اشتراک ها و تفاوت های اساسی چند گزاره و در نظر گرفتن آن ها به طور واحد. انواع تفکر یکپارچه:

جدول ۱. انواع تفکر یکپارچه

۱. توانایی ترکیب چند گزاره را داشته باشید.	۲. بین گزاره های مختلف اشتراک یافته و بتوانید آنها را به یکدیگر تبدیل کنید یا به گونه ای واحد ببینید.	۳. به استثناعات توجه داشته باشید.
		
مثال: در تصفیه آب، داخل فیلترها، لایه تمیزکننده ای قرار دارد که حدود ۳۰ درصد از ناخالصی ها را حذف می‌کند و در نتیجه ۷۰٪ از ناخالصی‌ها باقی می‌ماند. با قرار دادن چند لایه، آب با خلوص ۹۶٪ درصد داریم؟	مثال: $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$ $\frac{2}{5} \div \frac{7}{8} \div 3 = \frac{5}{2} \times \frac{8}{7} \times \frac{1}{3}$	مثال: تفریق دو عدد طبیعی عددی همواره عددی طبیعی است. اگر عدد اول کوچکتر باشد چطور؟ $5 - 7 = -2$

تفکر رشدی: زمانی اتفاق می‌افتد که فرد به گزاره‌ای دست می‌یابد و سپس به دنبال روشی می‌گردد تا آن را بهبود بخشیده یا تغییر دهد تا به گزاره‌ای کلی تر دست یابد.

انواع تفکر رشدی:

۱. تغییر گزاره های مسئله

تغییر گزاره ها شامل ۲ دسته است:

کم و زیاد کردن گزاره ها

۱. هنگامی به وجود می‌آید که با یک مسئله دارای چند گزاره مواجه می‌شوید فرض همه گزاره‌ها با هم کاری دشوار است پس گزاره‌ها را تفکیک کرده و آنها را جدا بررسی می‌کنید. این سبک از تفکر مشابه ایجاد زیر مسئله در مواجهه با مسئله‌ای پیچیده است. اگر بتوانیم زیر مسئله‌ها را به درستی انتخاب کنیم آنگاه روند بسیار ساده‌تری برای

رسیدن به پاسخ خواهیم داشت.

مثال: پس انداز هفتگی محمد، ۱۰۰۰۰ تومان است. او حساب کرد ۵ هفته پس انداز او، نصف قیمت کیفی است که می خواهد بخرد. قیمت کیف چقدر است؟

برای پاسخ به سوال ابتدا باید سوال هارا تفکیک و سپس به حل مسئله بپردازیم :

الف) پس انداز ۵ هفته چقدر میشود؟

ب) اگر این عدد نصف قیمت کیف باشد، قیمت کیف چقدر است؟

۲. هنگامی که برخی شرایط را با شرایط ساده تر جایگزین کنیم.

در این حالت پس از جایگزینی گزاره ای کلی با یک گزاره ضعیف تر و مشابه به قاعده ای می رسیم که قابلیت استفاده برای حالت پیچیده تر را داراست.

مثال: مقدار C را بدست آورید.

$$A=45.6 \quad B=1.6A \quad C=B+2.1$$

حال با فرض مقابل به حل می پردازیم:

$$A=46 \quad B=1.5A \quad A=69 \Rightarrow C=69+2=71 \Rightarrow C=1.6A+2.1$$

تفکری که تعمیم می دهد: این نوع از تفکر سعی در گسترش کاربرد یک مفهوم دارد.

$$2.4.6...2n$$

مثال:

$$a_7=2+2=4 \quad a_7=2+2+2=2+2 \times 2=6$$

$$a_n=a_1+(n-1)d=2+(n-1)2=2+(1+n-1)=2n$$

$$1.3.5.7....?$$

با توجه به فرمول مرحله قبل آن را برای دنباله بالا بسط داده و جمله nام آن را می یابیم.

$$a_n=a_1+(n-1)d=1+(n-1)2=(1+2n-2)=2n-1$$

تفکری که تخصیص می دهد: تفکری است که منجر به تعمیم می شود اما فرآیند آن مخالف روش قبل است. برای در نظر گرفتن مجموعه ای از پدیده ها، این تفکر زیرمجموعه ای کوچکتر را در نظر گرفته و سپس یک پدیده را در آنها بررسی می کند.

این سبک از تفکر در موارد زیر به کار می رود:

۱. تغییر فاکتورهای یک مسئله به مقادیر خاص بدون آنکه مسئله کلیت خود را از دست بدهد.

۲. با در نظر گرفتن یک مورد، گاهی اوقات می توان سرنخی برای حل مشکل به دست آورد و از نتیجه این سرنخ یا روش برای یافتن راه حل کلی استفاده کرد.

۳. از مقادیر خاص میتوان برای بررسی درست و غلطی گزاره ها استفاده کرد.

تفکری که نمادسازی می کند: به تفکری گفته می شود که به واسطه آن اطلاعات یک مسئله به نمادها تبدیل شده و منجر به درک بهتری از مسئله می شود.

این نوع تفکر همچنین نیازمند دانستن نمادها و استفاده درست از آنهاست تا دانش آموز بتواند مسائل کلامی را به صورت نمادین بازنویسی کند.

تفکر جبری، نمونه ای از این تفکر است. مثال:

$$= \frac{1}{2} \times a \times h \times \frac{1}{2} \times \text{ارتفاع} \times \text{قاعدۀ}$$

تفکری که اعداد و کمیت ها را بازنمایی می کند: در این نوع از تفکر ریاضی، به جای آنکه به دانش آموزان فقط

عبارات عددی داده شود و از همان ها استفاده کنند، آنها باید بتوانند اعداد را بازنمایی کرده و اعداد را به گونه دیگری بازنویسی کنند. به عنوان مثال دانش آموزان باید بتوانند کمیت های مختلف را به یکدیگر تبدیل کنند. این تفکر گزاره های کیفی را می گیرد و آنها را از طریق ویژگی های کمی درک می کند. تفکری که کمیت مناسب را بر اساس موقعیت یا هدف انتخاب می کند، تفکری است که با کمیت ها نشان داده می شود.

تفکری که از اعداد برای بیان مقادیری استفاده می کند، تفکری است که با اعداد بازنمایی می شود. تبدیل به اعداد، بیان ساده و واضح اعداد را ممکن می سازد و در نتیجه کار با آنها را آسان می کند.

مثال: (نمایش با اعداد). مقایسه دو طول a و b نشان می دهد که a کمی بلندتر از b است. "کمی طولانی تر" تفاوت دقیق را به ما نشان نمی دهد. بنابراین، برای اینکه این تفاوت را کمی واضح تر بیان کنیم، میزان نشان داده شده با "کمی طولانی تر" را با یک عدد در نظر بگیرید. این منجر به یادگیری نحوه نمایش باقی مانده ها در اندازه گیری با کسر و اعشار نیز می شود.

تفکری که اعداد و اشکال را بازنمایی می کند: این تفکر گزاره های عددی و روابط بین آنها را با اشکال جایگزین می کند. موقعیت ها، گزاره ها، روابط و غیره با طرحواره ها و شکل ها و روابط بین آنها جایگزین می شوند.

مثال: (با استفاده از نمودارها) این مسئله را در نظر بگیرید: «شما از ۲۵۰ هزار تومان استفاده می کنید و ۶۴۰ هزار تومان باقی می ماند. مقدار اولیه حساب شما چقدر بوده است؟». هنگامی که این مسئله با یک نمودار نواری همانطور که در شکل ۳ نشان داده شده است بیان می شود، این واقعیت را روشن می کند که پاسخ با استفاده از $۲۵۰ + ۶۴۰$ به دست می آید.

۲۵۰ هزار تومان

۶۴۰ هزار تومان

شکل ۳. بازنمایی اعداد مسئله

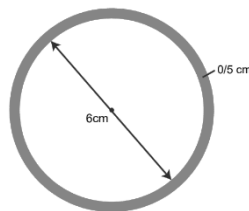
روش تحقیق

تحقیق حاضر کیفی بوده و داده ها با استفاده از یک آزمون ۵ سوالی از بین ۲۵ دانش آموز پایه نهم استان مرکزی به روش هدفدار جمع آوری شده است. این سوالات توسط ۳ استاد با تحصیلات آموزش ریاضی بررسی و تایید شده است. از آنجا که (باودن، ۲۰۰۰) مفهوم های تحت بررسی به یک محیط آموزشی رسمی محدود می شوند و افراد مورد استفاده در این پژوهش افراد مطالعه کسانی هستند که پیشینه دانشی یکسانی دارند پس نوع پژوهش پدیدار شناسی تکوینی است.

علت انتخاب دانش آموزان پایه نهم آشنایی نسبی آنها با انواع استدلال (قیاسی، استنتاجی و استقرایی) و همچنین ارائه برخی مفاهیم آن در درس ریاضی نهم بوده است. همچنین این داده ها به جهت بررسی تفکر دانش آموزان در مواجهه با مسائل ریاضی جمع آوری شده اند.

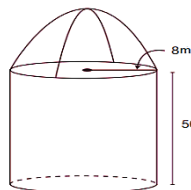
برای جمع آوری داده های مورد نیاز آزمونی مشتمل بر ۵ سوال برای دانش آموزان پایه نهم طرح گردید، که هر یک از این سوالات حداقل دو مورد از انواع تفکر ریاضی را مورد بررسی قرار می دهد.

۱. شکل زیر نمایی از یک لوله آب را نشان می دهد (ضخامت ورق لوله ۵/۰ سانتی متر و قطر داخلی آن ۶ سانتی متر است). مساحت قسمت هاشورخورده را بر حسب سانتی متر مربع بیابید. اگر طول لوله در بخش اول سوال ۱۸ سانتی متر باشد حجم آن را بر مبنای فوت بنویسید. ($\pi = 3$) ($1\text{ft} = 30\text{cm}$)



در این مسئله از بسط و گسترش بخش اول سوال و تغییر در صورت گزاره ها (تفکر رشدی) و تبدیل واحد ها به فوت، (تفکری که بازنمایی می کند) استفاده شده است.

۲. الف) شما در حال رنگ کردن یک سیلوی استوانه‌ای شکل هستید که شعاع آن ۸ متر و ارتفاع آن ۵۰ متر است. اگر سقف سیلو گنبدی به شکل نیم کره باشد، مساحت ناحیه رنگ شده را به دست آورید.



ب) اگر ارتفاع و شعاع شکل ۳ برابر شود حجم و مساحت سیلو چند برابر خواهد شد؟

دلیل خود را بنویسید.

همانطور که در تفکر انتزاعی بیان شد، دانش آموز در این سبک از تفکر می‌کوشد تا به درک و فهم درستی از گزاره ها برسد و آنها را بهتر درک کند. (بخش الف) همچنین در بخش دوم سوال سعی شده تا با افزودن شرطی مضائق دانش آموز بتواند اشتراک میان بخش اول و دوم سوال را یافته و به نتیجه گیری درستی در رابطه با نقش تغییر اندازه ابعاد شکل دست یابد. (تفکر یکپارچه)

۳. محمد پول خود را در دو حساب سرمایه گذاری کرده است. یکی از آنها سالانه ۱۰ درصد و دیگری سالانه ۲۰ درصد سود می‌دهد. فرض می‌کنیم مقداری که در حساب با سود ۲۰ درصد بوده ۱۰۰ هزار تومان بیشتر از ۲ برابر مقداری است که در حساب با ۱۰ درصد سود قرار داده شده است. اگر سرمایه کل بعد از یک سال ۳۶۲۰۰۰۰ تومان باشد، کدام یک از گزاره های زیر صحیح است؟ چرا؟

۱) اختلاف پول اولیه موجود در دو حساب ۲۱۰۰۰۰۰ تومان است.

۲) پس از یک سال هر حساب نیمی از سرمایه کل را نمایش می‌دهد.

۳) در یکی از حساب ها ۲۱۰۰۰۰۰ تومان وجود داشته است.

۴) محمد می‌توانست با جا به جایی حساب ها با یکدیگر به پول بیشتری برسد. (در صورت سوال جای درصد ها را عوض کنید).

در سوال سوم سعی شده است تا با کمی پیچیده تر کردن سوال، دانش آموز وادار به استفاده از تفکری شود که مسئله را ساده می‌کند. همچنین با ارائه گزاره هایی سعی شده است تا دانش آموز اقدام به نتیجه گیری هایی منطقی بر مبنای گزاره های صورت سوال کند. (تفکر استنتاجی)

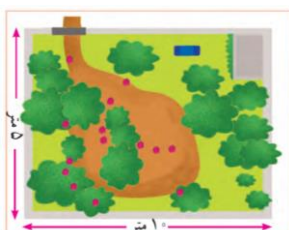
۴. مجموع زوایای یک n ضلعی منتظم را بدست آورید. (برای یافتن مجموع زوایا می‌توانید از مثال های ساده تر چند ضلعی استفاده کنید).

در سوال چهارم به بررسی تفکر استقرایی و فرآیند تخصیص و تعمیم پرداخته شده است.

۵. الف) یک عکاس، عکسی به طول ۶ cm و عرض ۴ cm دارد. او می‌خواهد با اضافه کردن مقداری ثابت به طول و عرض عکس مساحت جدید عکس را به ۱۶۸ سانتی متر مربع برساند. مقدار مورد نیاز برای افزودن به عکس را بیابید.

ب) شکل مقابل نمایی از یک زمین کشاورزی است. اگر بخواهیم به فاصله یک متری از هر طرف این زمین نرده ای

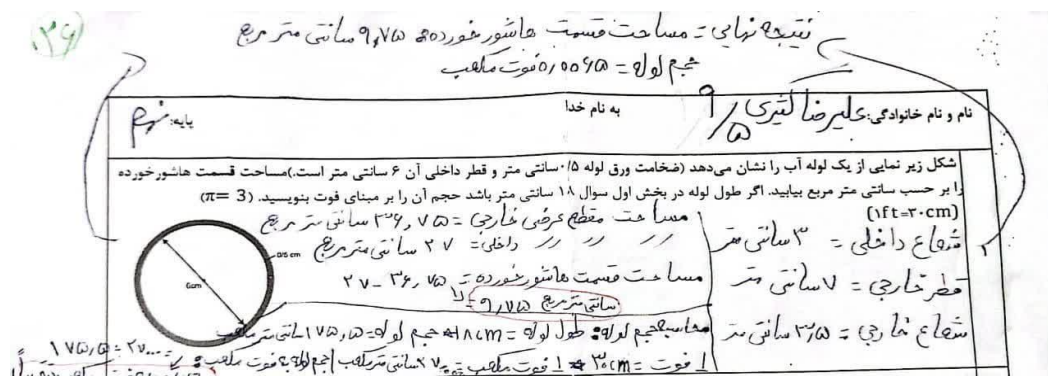
دور تا دور زمین بکشیم به چند متر نرده نیاز داریم؟



در سوال پنجم نیز سعی شده است تا از تفکر نمادین (جبری) برای حل سوال استفاده شود. همچنین با مقایسه دو بخش (الف) و (ب) به راهبرد مناسبی برای حل بخش دوم سوال دست یابد. (تفکر قیاسی)

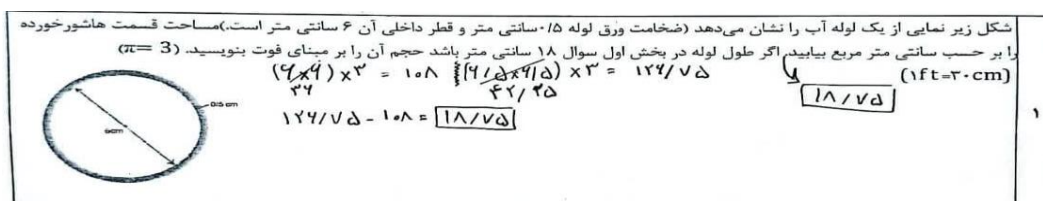
نتایج و یافته ها

در این بخش تجزیه و تحلیل سوالات برای یافتن انواع تفکر ریاضی انجام شد که در ادامه یافته های آن بیان شده است. در بررسی سوال اول از میان ۲۵ شرکت کننده: ۱۰ نفر قادر به پاسخ گویی سوالات نبوده اند. از میان ۱۵ نفری که پاسخ داده اند، ۱۰ نفر به درستی به سوالات پاسخ داده اند. (هر دو نوع از انواع تفکر مورد نیاز در این افراد دیده می شود). ۵ نفر دیگر قادر به استفاده از تفکر رشدی بوده اند اما بخش دوم سوال را انجام نداده بودند. همانطور که در تصویر ۱ دیده می شود دانش آموز درک درستی از صورت سوال داشته و به همین دلیل توانسته مسئله را به درستی حل کند.



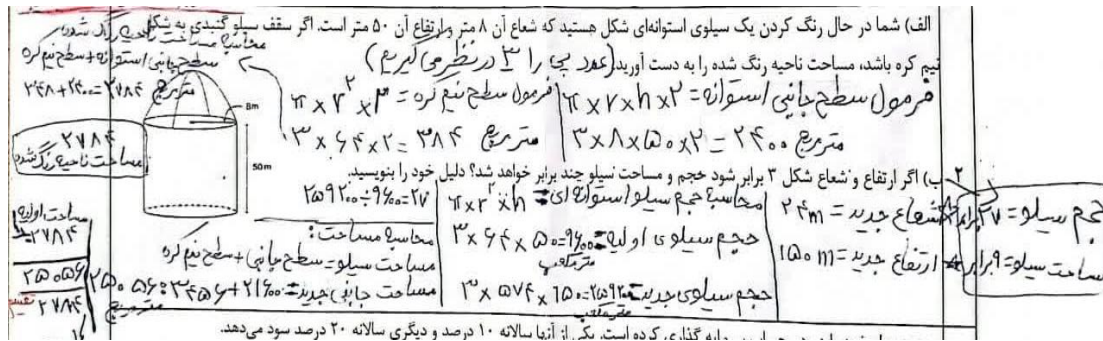
تصویر ۱. نمونه ای از پاسخ صحیح دانش آموزان پایه نهم

همانطور که در تصاویر ۲ دیده می شود دانش آموز در محاسبه قطر دایره (۷ سانتی متر) به اشتباه عدد ۶/۵ جای گذاری کرده و در نتیجه پاسخ اشتباهی برای مسئله نوشته است.



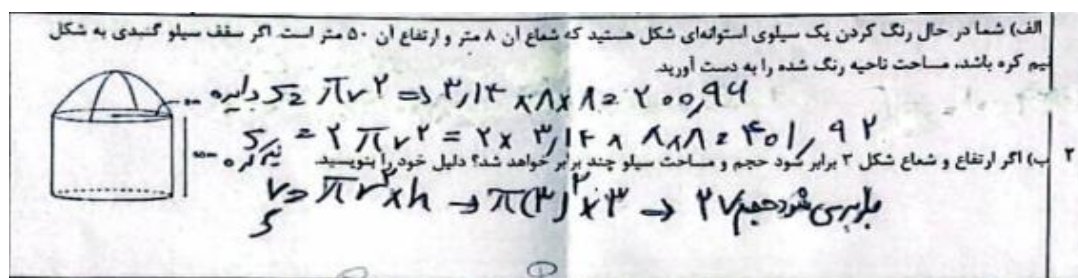
تصویر ۲. نمونه دیگری از پاسخ دانش آموزان به سوال ۱

در سوال دوم، ۱۲ نفر قادر به پاسخ گویی نبوده اند، از میان افرادی که قادر به پاسخ گویی بوده اند، ۷ نفر به هر دو بخش جواب کامل داده اند و ۵ نفر فقط به بخش اول سوال پاسخ داده اند. (تفکر انتزاعی)



تصویر ۳. نمونه ای از پاسخ صحیح دانش آموزان پایه نهم به سوال ۲

در تصویر شماره ۳ دانش آموز علاوه بر درک درست از گزاره های سوال توانسته است با بررسی گزاره های بعدی به شباهت ها و تفاوت های این گزاره ها پی برده و مسئله را به درستی حل کند.



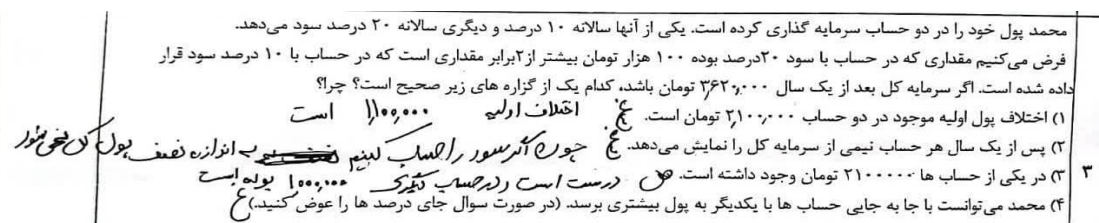
تصویر ۴. نمونه ای دیگر از پاسخ دانش آموزان پایه نهم به سوال ۲

در بررسی پاسخ سوال دوم با توجه به هندسی بودن سوال عده زیادی از دانش آموزان قادر به حل سوالات نبوده اند این امر به دلیل ندانستن نحوه محاسبه مساحت استوانه و حل آن بوده است برای مثال همانطور که در تصویر ۴ دیده می شود دانش آموز قادر به پاسخگویی مساحت نیم کره بوده، اما نتوانسته مساحت استوانه را به درستی به دست آورد.

در سوال سوم ۲۱ نفر به سوال پاسخ درستی ندادند. (هیچ کدام از تفکر های خواسته شده دیده نمی شود).

در سوال سوم تنها ۴ نفر از افراد قادر به پاسخگویی کامل بوده اند. (هر دو نوع تفکر استنتاجی و تفکری که ساده می کند در این افراد دیده می شود).

همانگونه که در تصویر ۵ دیده می شود دانش آموز ابتدا پس از ساده کردن صورت سوال و حل مسائل به نتیجه گیری صحیح از میان اطلاعات موجود و صحیح پرداخته است.



تصویر ۵. نمونه ای از پاسخ صحیح سوال ۳ دانش آموزان پایه نهم

در پاسخ دانش آموزان به سوال سوم به دلیل نیاز به استدلال و منطق برای پاسخگویی به سوالات درصد کمی از دانش آموزان قادر به پاسخگویی صحیح به سوالات بوده اند. علت این امر پیچیدگی سوال (نیاز به تفکری که ساده می کند) و همچنین نیاز به نتیجه گیری منطقی دانش آموز از میان گزاره های صحیح مطرح شده در صورت

سوال است.

در سوال چهارم، ۲۰ نفر از دانش آموزان قادر به پاسخگویی بوده اند.

از این میان ۱۳ نفر قادر به پاسخگویی بوده اند که در آنها تفکر استقرایی دیده می شود. همچنین در بررسی سوال چهارم مشخص شد، دانش آموزان با مفاهیم استقرای ریاضی آشنا بوده و قادر به استفاده از آن در حل سوالات بوده اند. دلیل این موضوع را می توان مفاهیم استدلال مطرح شده در فصل ۳ کتاب ریاضی نهم دانست. از طرفی فرمول مجموع زوایای داخلی چندضلعی ها در سال های گذشته به آنها آموخته شده بود. در تصویر ۴ نمونه ای از پاسخ صحیح دانش آموزان نشان داده شده است.

مجموع زوایای یک n ضلعی منتظم را بدست آورید. (برای یافتن مجموع زوایای می توانید از مثال های ساده تر چند ضلعی استفاده کنید).

$(n-2) \times 180^\circ$ مجموع زوایای داخلی یک n ضلعی	360° مجموع زوایای خارجی یک ضلعی منتظم	$(3-2) \times 180^\circ = 180^\circ$ $(4-2) \times 180^\circ = 360^\circ$ $(5-2) \times 180^\circ = 540^\circ$	۴
---	---	--	---

تصویر ۶. پاسخ صحیح سوال ۴ دانش آموزان پایه نهم

در سوال پنجم و پایانی، ۱۶ نفر از دانش آموزان قادر به پاسخگویی بوده اند. از این بین ۱۰ نفر از آنها توانسته بودند به بخش دوم سوال پاسخ درستی بدهند.

الف) یک عکس، عکسی به طول ۶cm و عرض ۴cm دارد. او می خواهد با اضافه کردن مقداری ثابت به طول و عرض عکس مساحت جدید عکس را به ۱۶۸ سانتی متر مربع برساند. مقدار مورد نیاز برای افزودن به عکس را بیابید.

ب) شکل مقابل نمایی از یک زمین کشاورزی است. اگر بخواهیم به فاصله یک متری از هر طرف این زمین برده ای دور تا دور زمین بکشیم به چند متر نرده نیاز داریم؟

۵

$a_1 \times b_1 = 24$
 $a_2 \times b_2 = 192$
 $r = \frac{a_1 + 18}{b_1 + 18} = \frac{a_2}{b_2}$
 $\begin{cases} a_1 + 18 = 4 + 18 = 22 \\ b_1 + 18 = 6 + 18 = 24 \end{cases} \Rightarrow x = 192$
 $\Rightarrow 2 \times (12 + 7) = 38 \rightarrow$ متر نرده احتیاج داریم

تصویر ۷. نمونه ای از پاسخ جبری دانش آموزان و بازنمایی بخش دوم سوال

در تصویر شماره ۷ همانطور که دیده می شود دانش آموز با استفاده از اندیس ها به حل سوال پرداخته است. و در بخش دوم نیز به درستی مسئله را درک کرده است.

الف) یک عکس، عکسی به طول ۶cm و عرض ۴cm دارد. او می خواهد با اضافه کردن مقداری ثابت به طول و عرض عکس مساحت جدید عکس را به ۱۶۸ سانتی متر مربع برساند. مقدار مورد نیاز برای افزودن به عکس را بیابید.

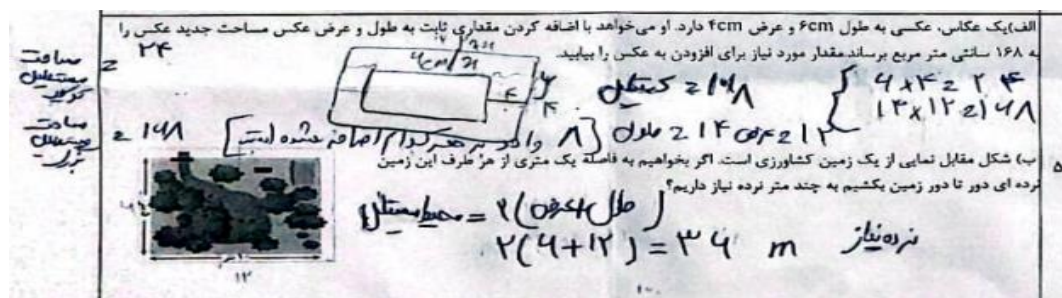
ب) شکل مقابل نمایی از یک زمین کشاورزی است. اگر بخواهیم به فاصله یک متری از هر طرف این زمین برده ای دور تا دور زمین بکشیم به چند متر نرده نیاز داریم؟

۵

$4 \times 6 = 24$
 $? \times ? = 168$
 $\sqrt{168} = 12$
 $(4+12) \times (6+12) = 18 \times 16$
 $5+2=7$ متر
 $10+2=12$ متر
 $(7+12) \times 2 = 38$ متر

تصویر ۸. نمونه ای دیگر از پاسخ دانش آموزان و بازنمایی بخش دوم سوال

همانطور که در تصویر ۸ دیده می شود دانش آموز به جای استفاده از عبارات جبری (x,y) با استفاده از جای خالی یا علامت سوال، مسئله را حل کرده است. این موضوع نشان دهنده شکل گیری تفکر جبری در میان دانش آموزان است.



تصویر ۹. نمونه ای از بازنمایی نادرست بخش دوم سوال

در پاسخ به بخش دوم سوال دیده می‌شود تعدادی از دانش آموزان به جای افزودن ۲ واحد به طول و عرض زمین تنها یک واحد افزوده و همین امر منجر به خطا در محاسبات آنها شده است. نمونه ای از این موضوع در تصویر ۹ دیده می‌شود.

بحث و نتیجه‌گیری

هدف از پژوهش حاضر بررسی تفکر ریاضی در میان دانش آموزان پایه نهم بوده است. بر اساس یافته‌های ریحانی و همکاران (۱۳۹۱) مفهوم استدلال و اثبات ریاضی به خوبی در ذهن دانش آموزان توسعه نیافته است و تعداد کمی از آنها دارای طرح اثبات تحلیلی استنتاجی می‌باشند این موضوع در تحقیق حاضر نیز دیده می‌شود که این وضعیت هشدار برای برنامه ریزان، مؤلفان کتاب‌های درسی و معلمان ریاضی به حساب می‌آید. همچنین دانش آموزان در انتخاب استدلال‌های معتبر تا حدودی بهتر از ساخت آن عمل می‌کنند. در واقع، آنها در ساخت اثبات‌های ریاضی با مشکل مواجه می‌شوند و فاقد توانایی لازم برای ارائه اثبات‌های معتبر می‌باشند.

هر چند استفاده مناسب از استدلال‌های استقرایی و غیررسمی در آموزش ریاضیات مدرسه ای امری ضروری است، (کریستو و پاپاچرجیو، ۲۰۰۷) اما باید شرایط آموزشی را به گونه ای فراهم کرد که دانش آموزان به ضرورت استدلال‌های استنتاجی پی ببرند و طرح اثبات آنها فراتر از طرح اثبات تجربی توسعه یابد. به نظر می‌رسد که عوامل متعددی از جمله نوع آموزش ریاضی دانش آموزان، مطالبی که در کتاب‌های درسی مرتبط با اثبات بیان شده است، دیدگاه معلمان ریاضی، شرایط و محیط آموزشی، فرهنگ غالب بر جامعه آموزشی و برنامه درسی می‌توانند بر درک و فهم دانش آموزان از اثبات و توانایی آنها در ساخت اثبات مؤثر باشند. مطالعات نشان می‌دهد که چنانچه محیط حمایتی مناسبی برای رشد استدلال دانش آموزان فراهم شود، به طوری که آنها بتوانند در کلاس درس، نظرات خود را بیان نموده و همچنین استدلال‌های همکلاسی‌های خود را مورد نقد و بررسی قرار دهند و معلم نیز به خوبی این جریان را هدایت و کنترل نماید، آنگاه این استدلال‌ها می‌توانند به سمت استدلال‌های رسمی و اثبات ریاضی سوق یابند. بدین ترتیب معلمان می‌توانند به ارتقای توانایی و مهارت‌های مربوط به استدلال و اثبات در دانش آموزان، کمک مؤثری نمایند.

همچنین بد فهمی‌های دانش‌آموزان تنها محدود به حوزه دانشی آنها نیست. بد فهمی‌های باوری یا همان باورهای نادرست به راحتی عملکرد دانش‌آموزان در حل مسئله را تحت تاثیر قرار می‌دهد (الفلیروس و تئودوسایوس، ۲۰۰۷) و (فرانسیس، ۲۰۱۳). باور دانش‌آموزان در مورد ریاضی به عنوان علمی در اختیار خواص (ایگان، ۲۰۰۵) یکی از باورهای نادرستی است که ریشه در فقدان تجربه‌های مناسب و مرتبط دارد.

موضوع دیگر ناتوانی‌های موجود در بازنمایی عبارات است. برای مثال دانش‌آموزان می‌توانند مسئله را به صورت تصویری نشان دهند، اما حل آن را دشوار می‌دانند، به‌ویژه در بیان آن در قالب کلمات. وقتی دانش‌آموزان از نمایش‌های کلامی استفاده می‌کنند، در ساختن کلمات دچار مشکل می‌شوند (گولر و سیلتاس، ۲۰۱۱). دانش آموزان، مراحل اولیه ای را که باید هنگام برخورد با مشکل نوشته شوند، درک نمی‌کنند. دلیل این امر این است که آنها فقط فرمول را به خاطر می‌سپارند، بنابراین اغلب آنها زمانی که مسئله ای متفاوت از نمونه سوالاتی که آموخته اند به آنها داده می‌شود نمی‌توانند

مشکل را حل کنند. مشکلات دانش آموزان در درک ریاضیات نه تنها از خود دانش آموزان بلکه از محیط و معلم نیز ناشی می شود. بنابراین معلمان می توانند با تغییر ادراک دانش آموزان نسبت به ریاضیات از این مشکل جلوگیری کنند (ویداکدو، ۲۰۱۷). ادغام بازنمایی ها در یادگیری می تواند معلمان را به افزایش مهارت های تدریس خود سوق دهد.

توانایی نمایش ریاضی برای دانش آموزان در یادگیری ریاضیات مهم است زیرا روش انتقال ایده ها از دانش آموزی به دانش آموز دیگر متفاوت است. این به تحقیقات سورینا مربوط می شود که بیان می کند که مهارت های بازنمایی می تواند به دانش آموزان کمک کند تا مفاهیمی را که یاد گرفته اند درک کرده و با آنها ارتباط برقرار کنند (سورینا، ۲۰۱۴). بازنمایی اطلاعات به صورت بصری به عنوان یک فرآیند نمایش کارآمد در آموزش ریاضیات، به ویژه در حل مسئله (NCTM، ۲۰۰۰) تلقی می شود. تجسم نقش مهمی در درک مسائل، هدایت روش های حل مسئله و تأثیر قابل توجهی بر ساختار ذهنی دارد (گولر و سیلتاس، ۲۰۱۱). آموزش به دانش آموزان نحوه استفاده از نمایش های ریاضی بر حسب معادلات و نمایش تصویر می تواند دانش آموزان را در توصیف توضیحات نوشته شده در قالب کلمات تسهیل کند (هبرت و پاول، ۲۰۱۶).

به طور کلی نتایج پژوهش پیش رو در بررسی داده ها به شرح زیر است:

- ناتوانی دانش آموزان در بازنمایی صحیح گزاره های سوال به صورت جبری
- ضعف در بازنمایی داده ها و تبدیل کمیت ها به یکدیگر
- آشنایی دانش آموزان پایه نهم با مفاهیم ابتدایی استقرای ریاضی و بازنمایی جبری
- ضعف دانش آموزان در بهره گیری از منطق ریاضی
- عدم درک صحیح از صورت سوال

در پایان با توجه به اهمیت تفکر ریاضی در مدارس و یادگیری تفکر ریاضی انتظار می رود معلمان نقش خود را به عنوان تسهیل کننده این امر به نحو احسن انجام داده و با پرسش های مناسب در حین تدریس سعی در هدایت دانش آموزان برای یادگیری انواع این تفکر داشته باشند. اما موضوعی که مهم است این است که چه سوالی و در چه موقعیتی می تواند موجب هدایت هر چه بهتر دانش آموزان شود؟

حمید دافعی (۱۳۹۴)، در مجله ۱۲۱ رشد آموزش ریاضی، درباره اثر استفاده از سوالات پاسخ باز در حین آموزش آورده است: «استفاده از چنین سوالاتی در کلاس های ریاضی علاوه بر ایجاد انگیزه در دانش آموزان، باعث می شود تا آن ها اطلاعات بیشتری را در ذهن خود مرور نموده و یادگیری شان منسجم شود. سوالات باز پاسخ باعث یادگیری عمیق، تفکر در سطوح بالاتر، شناسایی و رفع برخی بدفهمی ها در دانش آموزان می شود. همچنین استفاده از سوالات فرآیند باز موجب مرور و یادآوری آموخته های قبلی و ارتباط و اتصال بین مفاهیم و روش های ریاضی می شوند. سوال های بسته پاسخ معمولاً شامل بازیابی و یادآوری حقایق و اصول هستند و در نتیجه، برای مطمئن شدن از اینکه آیا دانش آموز اطلاعات را حفظ کرده یا از دانشی عمیق برخوردار است، می توان از آن ها استفاده کرد. اما سوال های پاسخ باز معمولاً در سطوح مختلف پاسخ داده می شوند و اگر خوب شکل گرفته باشند فرصت درگیر شدن و نشان دادن درک و تفکر ریاضی را به دانش آموز می دهند. اگر می خواهید مطمئن شوید که دانش آموز از تفکر سطوح بالاتر استفاده می کند و می تواند دانش خود را در وضعیت های مختلف به کار گیرد، سوال های پاسخ باز بسیار مفید خواهند بود (باتل، ۲۰۰۵). سوالات پاسخ باز به دانش آموزانی که دانش بیشتری دارند کمک می کند تا یادگیری خود را تثبیت کنند و دانش آموزان کم تجربه و دارای بدفهمی نیز از توضیحات کسانی که بر مسئله مورد نظر مسلط شده اند استفاده می کنند و در نتیجه موضوع را بهتر درک می کنند.»

مشارکت نویسندگان

محمد مهدوی مجد نویسنده اصلی

تشکر و قدردانی

مقاله حاصل طرح تحقیقاتی بوده و از افرادی که به نحوی در انجام مطالعه و یا نگارش مقاله همکاری نموده اند قدردانی می گردد.

تعارض منافع

«هیچ گونه تعارض منافع توسط نویسندگان بیان نشده است»

منابع

- دافعی، حمید. (۱۳۹۴). نقش سوال های پاسخ باز و فرآیند باز در آموزش ریاضی. مجله رشد آموزش ریاضی. دوره ۳۳. بهار ۱۳۹۴، شماره ۱، ۲۵-۲۱.
- ریحانی، ابراهیم و همکاران. (۱۳۹۱). بررسی درک و فهم دانش آموزان سال دوم متوسطه از استدلال و اثبات ریاضی. نشریه مطالعات برنامه درسی. بهار ۱۳۹۱، شماره ۲۴.
- سلطان زاده، حسین و همکاران. (۱۳۹۸). نقش تفکر ریاضی در ارتقای توانایی دانشجویان معماری در جنب ههای منطقی طراحی. نشریه تکنولوژی آموزشی. تابستان ۱۳۹۸، شماره ۱۴، ۶۱۵-۶۲۸.

References

- Alkan, H., & Güzel, E. B. (2005). Development Of Mathematical Thinking In The student Teachers. *Gazi University Gazi Faculty of Education Journal*, 25(3), 221-236.
- Bottle, G. (2005). Teaching Mathematics In The Primary School: The Essential Guide
- Bowden, J. A. (2000). The Nature Of Phenomenographic Research. In J. A. Bowden & E. Walsh (Eds.), *Phenomenography* (pp. 1-18). RMIT University Press.
- Chap, S. L., & Hwa, T. Y. (2006). *Promoting mathematical thinking in the Malaysian classroom: Issues and challenges*. School of Educational Studies, University Sains Malaysia.
- Christou, C., & Papageorgiou, E. (2007). A framework of mathematics inductive reasoning. *Learning and Instruction*, 17, 55-66.
- Egan, K. (2005). *An Imaginative Approach To Teaching*. San Francisco, CA: Jossey-Bass.
- Eleftherios, K., & Theodosios, Z. (2007). Students' Beliefs And Attitudes About Studying And Learning Mathematics. Paper Presented At *The Proceedings Of The 31st Conference On The International Group For The Psychology Of Mathematics Education*.
- Francisco, J. M. (2013). The Mathematical Beliefs And Behavior Of High School Students: Insights From A Longitudinal Study. *The Journal Of Mathematical Behavior*, 32(3), 481-493.
- Genç, M., Akıncı, M., Karataş, İ., Çolakoğlu, Ö. M., & Yılmaz Tıgılı, N. (2025). From Thinking to Creativity: The Interplay of Mathematical Thinking Perceptions, Mathematical Communication Dispositions, and Creative Thinking Dispositions. *Behavioral sciences (Basel, Switzerland)*, 15(10), 1346. <https://doi.org/10.3390/bs15101346>
- Guler, G., & Ciltas, A. (2011). The Visual Representation Usage Levels Of Mathematics Teachers And Students In Solving Verbal Problems. *International Journal Of Humanities And Social Science*, 1(11), 145-154.
- Hebert, M. A., & Powell, S. R. (2016). Examining Fourth-Grade Mathematics Writing: Features Of Organization, Mathematics Vocabulary, And Mathematical Representations. *Reading And Writing*, 29, 1511-1537.
- Katagiri, S., & Masami, I. (2012). *Mathematical Thinking: How To Develop It In The Classroom*. University Of Tsukuba, Japan: Japan Society Of Elementary Mathematics

- Education.
- Li, W. (2025). The path of cultivating college students' mathematical thinking ability in the new era. *Frontiers in Educational Research*, *8*(3), 8993.
<https://doi.org/10.25236/FER.2025.080314>
- Mason, J. Et Al. (2010). *Thinking Mathematically*. Pearson Higher Ed.
- Muhadi, M. Et Al. (2025). Realistic mathematical approach to improve elementary students understanding of fraction concepts, mathematical thinking, and collaboration: Systematic literature review. *Journal of Innovation and Research in Primary Education*, *4*(3), 1763–1775. <https://doi.org/10.56916/jirpe.v4i3.1664>
- National Council Of Teachers Of Mathematics. (2000). *Principles And Standards For School Mathematics: E-Standards Version 1.0*. NCTM.
- PISA. (2006). *Programme For International Student Assessment*. OECD Publishing.
- Rosen, K. H. (2011). *Discrete Mathematics And Its Applications* (7th Ed.). McGraw-Hill Education.
- Scusa, T. (2008). *Five Processes of Mathematical Thinking*. Summative Projects for MA Degree.
- Semenets, S & Semenets, L & Snikhovska, I & Holovnia, R. (2024). Structural-mathematical thinking and its development in teaching Mathematics. *Journal of Physics: Conference Series*. 2871. 012003. 10.1088/1742-6596/2871/1/012003.
- Stacey, K. (2006). *What Is Mathematical Thinking And Why Is It Important?* University Of Melbourne, Australia.
- Suryana, A. (2014). Improving Mathematical Representation Skill By Using PACE Model. *Proceeding Of The International Conference On Research, Implementation, And Education Of Mathematics And Sciences*, Yogyakarta State University.
- Widakdo, W. A. (2017). Mathematical Representation Ability By Using Project- Based Learning On The Topic Of Statistics. *Journal Of Physics: Conference Series*, 812(1).