



## The Effectiveness of the Realistic Mathematics Education Approach on the Conceptual and Procedural Knowledge of Student Teachers in Shad Virtual Instruction

Marjan Moayeri<sup>1\*</sup>, Parvaneh Amirpour<sup>2</sup>

1. Assistant Professor, Department of Mathematics Education, Farhangian University, Tehran, Iran.

(Corresponding Author). [m.moayeri@cfu.ac.ir](mailto:m.moayeri@cfu.ac.ir)

2. Assistant Professor, Department of Mathematics Education, Farhangian University, Tehran, Iran.

[Parvaneh.amirpour@gmail.com](mailto:Parvaneh.amirpour@gmail.com)

### Abstract

### Original Article

**Background and aim:** One of the innovative global approaches to education is realistic mathematics education, which centers on making mathematics meaningful by posing contextual questions drawn from real life, encouraging inquiry, and enabling students to construct their own knowledge throughout the teaching-learning process. The aim of this study was to examine the effectiveness of the realistic mathematics education approach on the conceptual and procedural knowledge of student teachers within the virtual "Shad" space.

**Data and method:** The research method was semi-experimental, utilizing a pre-test and posttest design with a control group. The statistical population of the study included all mathematics education student teachers at the Shahid Beheshti Campus of Farhangian University in Hormozgan for the academic year 2021-2022. A total of 58 individuals were purposefully selected and randomly assigned to two groups: an experimental group consisting of 30 participants and a control group consisting of 28 participants. Initially, a standardized test based on conceptual and procedural knowledge was administered as a pre-test to the student teachers in both the control and experimental groups. The pre-test and post-test focused on the topic of functions from the tenth grade, utilizing questions on conceptual and procedural knowledge designed by Khuli et al. (2017). To examine the research question, descriptive statistics were employed to calculate the mean, median, and standard deviation. For inferential statistics, a One-Way Analysis of Covariance (ANCOVA) was used, and the Least Significant Difference (LSD) method was applied for comparing the means of the variables, utilizing SPSS software.

**Findings:** The findings of the research indicated that the performance of the experimental group using reality-based mathematics education in the virtual Shad environment had a significant impact on conceptual and procedural knowledge in mathematics.

**Conclusion:** This result suggests that the implementation of a reality-based mathematics teaching approach within the realm of educational technology and its connection to real



concepts can also be beneficial. Based on the results of this research, it is recommended that teachers in the teaching process and authors of mathematics textbooks pay more attention to this approach when designing concepts and exercises in their textbooks.

**Keywords:** realistic mathematics education, conceptual knowledge, procedural knowledge, virtual space, tenth-grade mathematics book, student teacher

Received: 29/12/2025

Accepted: 04/02/2026

**Citation:** Moayeri, M & Amiripour, P. (2026). The Effectiveness of the Realistic Mathematics Education Approach on the Conceptual and Procedural Knowledge of Student Teachers in Shad Virtual Instruction. *Journal of Interdisciplinary Studies in Education*,4(4), 53-80.  
DOI: <https://doi.org/10.22034/ise.2025.18142.1200>

## Extended Abstract

### Introduction

Mathematics is an extraordinary phenomenon that has been explicitly used by humanity since ancient times. Most decisions related to problems, from the simplest to the most complex, have been facilitated by mathematics. This perspective highlights the importance of mathematics in human civilizations. Consequently, teaching mathematics and acquiring its skills hold significant importance. (Laurens et al., 2018; Özkaya et al., 2017; Yuanita et al., 2018). One effective approach to improving the teaching and learning process and acquiring mathematical skills is realistic mathematics education. This approach engages learners in the process of learning mathematics by using both online and offline technologies alongside traditional methods, which helps increase their focus and attention. (Murtafiah & Saharuddin, 2021). In the teacher training programs at Farhangian University, it is essential for student teachers in the field of the basic sciences to have a strong command of creating reality-based educational content to enhance engagement and reality-based teaching of mathematical concepts in secondary education, focusing on procedural knowledge and conceptual understanding of student teachers. The researchers aimed to answer the main research question: *Does the real-world mathematics education approach have an impact on the conceptual knowledge of student teachers in a Shad virtual environment?*

### Methods and Data

The method used in this study is quasi-experimental, employing a pre-test and post-test design with a control group. The statistical population of this research includes all student teachers in the Mathematics Education program at Farhangian University, Shahid Beheshti Campus in Hormozgan, during the 2021-2022 academic year. The sample studied consists of 58 student teachers from the Mathematics Education program at the Shahid Beheshti Campus in Hormozgan, who were selected through convenience sampling and then randomly assigned to experimental and control groups. The pre-test and post-test focused on 10th-grade algebra content for the humanities track that were adapted from conceptual and procedural knowledge questions designed by Khole and colleagues (2017). Their research questions included 20 items, consisting of 10 questions on procedural knowledge and 10 questions on conceptual knowledge, which the researchers used as a basis for the algebra content in the pre-test and post-test.

### Findings

To examine the research question and compare the differences between the control and experimental groups in terms of conceptual and procedural knowledge variables, the Kolmogorov-Smirnov test was used for testing the normality the data related to both variables. The results of this test indicated that the response data were normally distributed, and this was confirmed for both variables at both measurement stages in both groups, with a significance level greater than 0.05. In fact, due to the presence of one dependent variable (post-test) and one controlling variable (pre-test) in the research question, a one-way analysis of covariance (ANCOVA) was utilized, and the least significant difference (LSD) method was applied to compare the means of the variables. The results regarding the significance or non-significance of the dependent variable, conceptual knowledge, while controlling for the pre-test, are presented in Table 1. According to Table 1, at a 5% error level, the effect of the pre-test in the model is significant (the significance level for the pre-test is 0.001, which is less than 0.05). Additionally, the significance level for the group variable (test

statistic value of 14.632 and significance level of 0.001) is also less than 0.05. Therefore, after controlling for the effect of the pre-test, the group variable has a significant impact on the mean score of conceptual knowledge.

Table 1: *Effects of participants on the conceptual knowledge variable in Experimental and Control Groups*

Source of Variance	sum of squares	degrees of freedom	mean square	F value	level of significance	Eta squared	Statistical power
Pre-test	315/65	1	315/65	198/1	0/001	0/58	1
group	110/323	1	110/423	63/142	0/001	0/79	1
error	163/25	55	1/32	----	-----	----	----
whole	12365	58	----	----	-----	-----	-----

## Discussion and Conclusion

The findings of this study were examined in terms of improving academic performance in mathematics, which can be consistent with the approach of Soyono et al. (2023) in terms of improving learning motivation and high-level thinking, and Poornamatati et al. (2023) in terms of improving learners' mathematical reasoning ability as a result of using a reality-based mathematics education approach. In reviewing the literature, the research findings of Nahdi and Jatisunda (2019), Braithwaite and Sprague (2021), Hurrell (2021), and Salifo (2021) are consistent with the present study in that procedural and conceptual knowledge has been examined among teachers and student teachers. In their research, they addressed the status of conceptual and procedural knowledge of teachers/student teachers and attempted to improve conceptual knowledge. Based on the results of this study, it is recommended that a reality-based mathematics education approach be used in virtual education. This educational approach can significantly improve the conceptual and procedural knowledge of student teachers in using virtual education and encourage them to learn more actively and participate more in the educational process.

## Author's ORCID

Marjan Moayeri: <https://orcid.org/0000-0003-3632-8481>

Parvaneh Amiripour: <https://orcid.org/0000-0003-4866-1660>



## اثربخشی رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار بر دانش مفهومی و رویه‌ای دانشجو معلمان در بستر فضای مجازی «شاد»

مرجان معیری<sup>۱\*</sup>، پروانه امیری‌پور<sup>۲</sup>

۱. استادیار، گروه آموزش ریاضی، دانشگاه فرهنگیان، تهران، ایران. (نویسنده مسئول). [m.moayeri@cfu.ac.ir](mailto:m.moayeri@cfu.ac.ir)

۲. استادیار، گروه آموزش ریاضی، دانشگاه فرهنگیان، تهران، ایران. [parvaneh.amiripour@gmail.com](mailto:parvaneh.amiripour@gmail.com)

### مقاله اصلی

#### چکیده:

**زمینه و هدف:** زمینه و هدف: یکی از رویکردهای نوین تعلیم و تربیت در سطح جهانی که اساس آن را معنادارسازی ریاضی با طرح سؤالات زمینه‌دار از زندگی واقعی از راه کاوشگری و ساخت دانش توسط خود دانش‌آموز در طول فرایند یاددهی-یادگیری تشکیل می‌دهد، رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار است. هدف این پژوهش اثربخشی رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار بر دانش مفهومی و رویه‌ای دانشجو معلمان در بستر فضای مجازی «شاد» بود.

**داده‌ها و روش‌ها:** روش پژوهش از نوع نیمه‌آزمایشی با طرح پیش‌آزمون - پس‌آزمون با گروه کنترل بود. جامعه آماری پژوهش شامل کلیه دانشجو معلمان رشته آموزش ریاضی دانشگاه فرهنگیان - پردیس شهید بهشتی هرمزگان در سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰ که ۵۸ نفر به‌طور هدفمند انتخاب و به‌صورت تصادفی در دو گروه آزمایش و کنترل (۳۰ نفر در گروه آزمایش و ۲۸ نفر در گروه کنترل) جایگزین شدند. ابتدا آزمون استاندارد مبتنی بر دانش مفهومی و رویه‌ای به‌عنوان پیش‌آزمون از دانشجو معلمان هر دو گروه کنترل و آزمایش به عمل آمد که پیش‌آزمون و پس‌آزمون با محتوای بحث تابع از پایه دهم با اقتباس از سؤالات دانش مفهومی و رویه‌ای که توسط خولی و همکاران (۲۰۱۷) طراحی شده بود استفاده شد. به‌منظور بررسی سؤال پژوهش در سطح آمار توصیفی از محاسبه میانگین و میانه و انحراف معیار و در سطح آمار استنباطی از روش تجزیه و تحلیل کوواریانس یک‌متغیره و به‌منظور مقایسه میانگین متغیرها از روش حداقل اختلاف معنی‌دار (LSD) از نرم‌افزار SPSS استفاده شد.

**یافته‌ها:** نتایج پژوهش نشان داد بکارگیری رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار در بستر فضای مجازی «شاد» تأثیر گذار است و موجب افزایش دانش مفهومی و رویه‌ای و توانایی حل مسأله دانشجو معلمان می‌گردد.

**نتیجه‌گیری:** به‌کارگیری این رویکرد در زمینه فناوری آموزشی، ویژگی‌های شخصیتی دانشجو معلمان، مهارت ارتباط با ریاضی، بهبود حل مسئله و غیره نیز می‌تواند مفید واقع شود. ذکر این نکته ضروری است که این رویکرد مهم‌ترین چالش آموزش یعنی بهبود یادگیری در محیط غیر واقعی و به دور از اجتماع را در افراد مورد توجه قرار می‌دهد. امید است معلمان در فرآیند تدریس و مؤلفان کتب درسی ریاضی در طراحی مفاهیم و تمرینات کتاب‌های درسی به این رویکرد توجه بیشتری



نمایند. همچنین برنامه‌ریزان و پژوهشگران حوزه آموزش ریاضی کشور با بررسی بیشتر، نقش این رویکرد و ضرورت استفاده از آن را در آموزش ریاضی تبیین نمایند تا بتوان از مزایای آن در فرآیند یاددهی - یادگیری ریاضیات بهره لازم را برد.

**واژگان کلیدی:** دانش‌جو معلم، دانش مفهومی، دانش رویه‌ای، ریاضی واقعیت‌مدار، فضای مجازی، کتاب ریاضی پایه دهم.

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۱۱/۱۵

تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۱۰/۰۸

استناد به این مقاله: معیری، مرجان و امیری‌پور، پروانه. (۱۴۰۴). اثربخشی رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار بر دانش مفهومی و رویه‌ای دانشجو معلم در بستر فضای مجازی «شاد». مطالعات بین رشته‌ای در آموزش. ۴(۴)، ص ۵۳-۸۰.

<https://doi.org/10.22034/ISE.2025.18142.1200>

## مقدمه

ریاضیات یک رویداد خارق‌العاده است که از دیرباز به‌صراحت توسط انسان‌ها مورد استفاده قرار گرفته است. اکثر تصمیمات مربوط به مسائل، از ابتدایی‌ترین شرایط گرفته تا پیچیده‌ترین آنها، توسط ریاضیات تسهیل شده است. چنین تصویری، اهمیت ریاضیات در تمدن‌های بشری را برجسته می‌کند. در نتیجه آموزش ریاضی و کسب مهارت‌های آن، اهمیت قابل توجهی دارد (Yuanita et al., 2018; Laurens et al., 2018; Özkaya et al., 2017).

یکی از رویکردهایی که می‌تواند در بهبود فرایند یاددهی - یادگیری و کسب توانمندی مهارت‌های ریاضی مؤثر باشد، آموزش ریاضیات واقعیت‌مدار<sup>۱</sup> است. این رویکرد، با استفاده از فناوری‌های برخط و برون‌خط و روش‌های سنتی، یادگیرندگان را در فرایند یادگیری ریاضیات به فعالیت ترغیب می‌کند و باعث افزایش تمرکز و توجه آن‌ها می‌شود (Saharuddin & Murtafiah, 2021).

استفاده از رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار، به یادگیرندگان این امکان را می‌دهد که به‌صورت عملی و در محیطی شبیه به واقعیت، با مفاهیم ریاضی آشنا شوند و با استفاده از تجربه‌های واقعی، بهتر یاد بگیرند. این روش آموزشی، با ترکیب فناوری‌ها، به یادگیرندگان این امکان را می‌دهد که به‌صورت تعاملی و با حضور در محیطی شبیه به واقعیت، با مفاهیم ریاضی آشنا شوند و با استفاده از تجربه‌های واقعی، بهتر یاد بگیرند (Fiangga et al., 2021).

رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار در دهه ۱۹۷۰ میلادی در کشور هلند توسعه یافت. این رویکرد براساس فرضیه‌ای پدیدآمده توسط هانس فرودنتال<sup>۲</sup> بنا شده که بر این اساس، آموزش ریاضیات باید به گونه‌ای طراحی شود که یادگیرندگان قادر باشند مفاهیم ریاضی را در زندگی واقعی خود به‌کار گیرند.

فرودنتال که خود ریاضی‌دان بود، در دهه ۱۹۶۰ میلادی با ارائه فرضیه‌ای جدید در آموزش ریاضیات، به نام «ریاضیات برای زندگی»<sup>۳</sup> به بحث در مورد نحوه آموزش ریاضیات پرداخت. فرودنتال بر این باور بود که ریاضیات باید به صورتی آموزش داده شود که یادگیرندگان بتوانند آن را با مسائل واقعی در زندگی خود ارتباط دهند و از آن در زندگی واقعی خود استفاده کنند. همچنین دیدگاهی را در مورد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار ارائه کرد که آموزش ریاضی باید بر اساس مسائل واقعی زندگی یادگیرندگان طراحی شود و فرایند آن بر تفکر و استدلال استوار باشد. یادگیرندگان باید به‌صورت فعال در حل مسائل مشارکت کنند و مفاهیم و اصول ریاضی را برای حل مشکلات واقعی در زندگی روزمره به‌کار گیرند (غلام آزاد، ۱۳۹۳).

ریاضیات واقعیت‌مدار به‌عنوان یک فعالیت انسانی در نظر گرفته می‌شود (Van den Heuvel, 2020). این رویکرد به دانش‌آموزان یاری می‌رساند تا مهارت‌های قابل‌درک و ارزشمندی را شناسایی کنند که برایشان به‌راحتی قابل‌فهم باشد (Fiangga et al., 2021).

1. Realistic Mathematics Education
2. Hans Freudenthal
3. Mathematics for Life

یادگیری واقع‌گرایانه ریاضی، یکی از روش‌های آموزشی است که موضوع را با زندگی واقعی دانش‌آموزان پیوند می‌زند. این فرایند باید از واقعیت آغاز شود تا دانش‌آموزان بتوانند به‌طور معناداری در یادگیری مشارکت کنند. در این فرایند، نقش معلم به‌عنوان راهنما و تسهیل‌کننده در ایجاد ایده‌ها و مفاهیم ریاضی برای دانش‌آموزان تعریف می‌شود. با این رویکرد، دانش‌آموزان مفاهیم ریاضی را از طریق حل مسائل مربوط به محیط‌های روزمره می‌آموزند (Wijava et al, 2021).

آموزش ریاضی واقعیت‌مدار یک نظریه آموزشی خاص در حوزه ریاضیات است. ویژگی این رویکرد، تأکید بر موقعیت‌های غنی و رویکرد واقع‌گرایانه در فرایند یادگیری است. این موقعیت‌ها به‌عنوان منبعی برای شروع توسعه مفاهیم، ابزارها و رویه‌های ریاضی عمل می‌کنند و فضایی را فراهم می‌آورند که در آن دانش‌آموزان می‌توانند دانش ریاضی خود را به کار گیرند.

این دانش در مراحل بعدی به‌صورت رسمی‌تر و عادی‌تر و با فاصله کمتری از زمینه‌های خاص ارائه می‌شود. کلیدواژه «واقعیت‌مدار» در این رویکرد، معنای گسترده‌تری نسبت به «دنیای واقعی» دارد و به دانش‌آموزان موقعیت‌های حل مسئله‌ای ارائه می‌دهد که قابلیت تصور کردن را دارند (Van den Heuvel, 2020).

ورود آموزش ریاضی واقعیت‌مدار به فرایند یادگیری - یاددهی، آموزشگران را به افزایش یادگیری دانش‌آموزان امیدوار کرده است. این رویکرد، ریاضی را به‌عنوان یک فعالیت انسانی می‌بیند که تحت هدایت معلم، دانش‌آموزان به بازآفرینی دانش خود می‌پردازند و فرایند اختراع ریاضی را تجربه می‌کنند. همچنین، آن‌ها نسبت به دستاوردهای خود احساس تملک می‌کنند.

آموزش ریاضیات واقعیت‌مدار براساس سه معیار ارزیابی می‌شود: اتصال به واقعیت، نزدیکی به یادگیرنده و ارتباط با جامعه (یافتیان و ملکی، ۱۳۹۹ ب). سه اصل کلیدی رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار به شرح زیر است (Ningtias, 2021):

**بازآفرینی هدایت‌شده و ریاضی‌ورزی پیشرفته:** در این اصل، مباحث ریاضی به‌گونه‌ای ارائه می‌شود که به دانش‌آموزان فرصت‌های برابر برای ساخت و کشف مجدد ایده‌ها و مفاهیم ریاضی داده شود. یادگیری با قضایا، تعاریف و قواعد آغاز نمی‌شود، بلکه با یک مسئله زمینه‌ای یا واقعی شروع می‌شود. از طریق فعالیت‌ها، از دانش‌آموزان انتظار می‌رود که ماهیت مفهوم را دوباره کشف کنند. ریاضیات تلاشی است که به تفکر ریاضی منجر می‌شود و به همین دلیل، مفهوم ریاضی‌ورزی پیشرفته مطرح می‌شود. در این فرایند، دو مرحله وجود دارد: ریاضی‌ورزی افقی و عمودی. در ریاضی‌ورزی افقی، دانش‌آموزان مسائل را به‌طور غیررسمی حل می‌کنند، درحالی‌که در ریاضی‌ورزی عمودی، فعالیت‌های یادگیری از یک مسئله زمینه‌ای شروع و به مفهوم ریاضی ختم می‌شود (Arnellis et al., 2020).

**پدیدارشناسی آموزشی:** در این اصل، مباحث ریاضی از پدیده‌های روزمره یا مسائل قابل‌تصور انتخاب می‌شوند که باید دو ویژگی کاربرد و کمک به توسعه ریاضیات پیشرفته را داشته باشند.

**مدل‌های خودتوسعه‌یافته:** در ریاضیات افقی و عمودی، از دانش‌آموزان انتظار می‌رود که خود مدلهایشان را بسازند و از یک مدل غیررسمی برای حل مسائل استفاده کنند. این مدل غیررسمی سپس بر روی یک مدل رسمی توسعه می‌یابد.

مراحل فرایند یادگیری ریاضی با رویکرد آموزش ریاضیات واقعیت‌مدار به شرح زیر است (Ningias, 2021):

درک مسائل متنی، حل مسائل متنی، مقایسه و بحث در مورد پاسخ‌ها، نتیجه‌گیری. نکته قابل تأمل در آموزش ریاضیات واقعیت‌مدار این است که حل مسائل زمینه‌مدار که برای دانش‌آموزان ملموس و کاربردی هستند، باید طبق الگوهای ریاضی سازمان‌دهی شوند. این مسائل می‌توانند با مطرح شدن در دنیای ریاضی و بر اساس ایده‌های نو برای فهم بهتر ساختاردهی شوند. برای به‌کارگیری این رویکرد در کلاس درس، راهبردهایی نظیر مشاهده دقیق محیط اطراف، تغییر مختصر در مسائل کتاب‌های درسی و استفاده از روش‌های مختلف برای طرح مسئله پیشنهاد شده است (رفیع‌پور، ۱۳۹۹).

رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار می‌تواند به‌عنوان مداخله‌ای بدیع در فرایند یاددهی - یادگیری در کلاس‌های ریاضی مدرسه‌ای به کار رود؛ اما باید به عوامل محیطی و ایجاد چینی رویکردی نیز توجه داشت. در فضای آموزشی کلاس ریاضی، یکی از مهم‌ترین قابلیت‌های یادگیرندگان در برابر تدریس ریاضی، فهم آن‌ها از مفاهیم جدید ریاضی است. باید به فهم یادگیرندگان و دانش مفهومی معلم نسبت به ریاضی بیش از سایر عوامل توجه داشت؛ بنابراین بی‌توجهی به این مقوله می‌تواند فرایند اجرای رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار را تحت‌الشعاع قرار دهد.

براساس مطالعات انجام‌گرفته در زمینه فهم یادگیرندگان، به‌طور اساسی، هر یادگیرنده‌ای از دو قابلیت دانش مفهومی و رویه‌ای برخوردار است. محور توجه به این دو دانش این است که تا چه اندازه این دو دانش می‌تواند فهم عمیق و ماندگاری از مفاهیم جدید ریاضی را به ارمغان آورد؛ بنابراین در ادامه به این موضوع می‌پردازیم.

رابینسون و دبی آن را به‌عنوان درک ساختارهای اساسی ریاضیات تعبیر کردند (Robinson & Dube, 2009). درحالی‌که بال و همکاران، همچنین لامپرت آن را دانشی دانستند که در جهت رشد الگوریتم‌های ریاضی عمل می‌کند؛ بنابراین، معنای دانش مفهومی گسترش‌یافته و شامل درک ایده‌ها، ساختارهای ریاضی و ارتقای الگوریتم‌های ریاضی است. (Ball et al., 2001; Lampert, 2001).

همان‌طور که در بالا نشان داده شد، تعاریف مختلفی از دانش مفهومی وجود دارد. درک روابط و ارتباط بین ایده‌ها، نمادها و اعداد و فرایند حل مسائل اساسی ریاضی به‌عنوان بخشی از دانش مفهومی است (Baroody et al., 2007).

دانش مفهومی که به‌ویژه توسط اسکمپ (Skemp, 1978) به‌عنوان دانش رابطه‌ای مشخص گردید، ممکن است به‌عنوان شبکه‌ای ارتباطی از روابط باشد این ارتباط می‌تواند بین دو ایده یا مفهوم ریاضی که قبلاً آموخته شده باشد، یا ارتباط بین مفهومی باشد که قبلاً آموخته شده و مفهومی که به‌تازگی آموخته شده است (Rittle-Johnson et al., 2016).

از میان تعاریف مختلف دانش رویه‌ای در مبانی نظری و مطالعات گذشته، ما به‌طور خاص بر روی گفته‌های استار و همکاران (۲۰۱۵) تمرکز می‌کنیم: «... دانش رویه‌ای به داشتن دانش از سلسله مراحل انجام عمل برای حل یک مشکل اشاره دارد» (Star et al., 2015) و ریتل جانسون و همکاران "دانش رویه‌ای ترکیبی از دانش رویه‌ها و مهارت‌های رویه‌ای است" (Rittle-Johnson et al., 2014).

در واقع دانش رویه‌ای دانش نمادها و زبان رسمی ریاضیات و همچنین آگاهی از قوانین و رویه‌های حل مسائل ریاضی است. از طرفی مهارت‌های رویه‌ای شامل مهارت‌های مورد نیاز برای به‌کارگیری دانش رویه‌ای به شیوه‌ای خاص و هدفمند

است به گونه‌ای که منجر به نتیجه‌ای صحیح در زمان معقول شود.

همچنین برخی پژوهشگران، ادعا می‌کنند که دانستن رویه‌ها، قوانین و الگوریتم‌ها اساساً برای حل مسائل ریاضی منعکس‌کننده دانش رویه‌ای است، به طور مشابه برخی عقیده داشتند که دانش رویه‌ای در فهم ریاضیات دانشی است که بر مهارت‌ها و مراحل متوالی بدون ارجاع آشکار به ایده‌های ریاضی تأکید می‌کند (Hope, 2006).

خالد حلمی کاشان (۲۰۱۴) دانش رویه‌ای را توانایی توضیح یا توجیه روش حل یک مسئله خاص توسط فرد، بدون آگاهی از دلیل استفاده از نظریه، فرایند یا قانون مشخص در طی حل مسئله تعریف می‌کند. (Khashan, 2014).

آموزش در فضای مجازی هم به صورت برخط و هم به صورت برون‌خط، سالیانی متممادی است که در فضای آموزشی مدارس و دانشگاه‌های کشور برقرار است. استفاده از فضای مجازی برای آموزش، می‌تواند فرایند یاددهی - یادگیری را هم برای مدرس و هم برای یادگیرنده آسان سازد. بستر مجازی می‌تواند شرایطی را فراهم آورد که یادگیرنده در هر زمان و موقعیت ممکن، فرایند یادگیری خود را ادامه دهد و حتی خود را مورد ارزیابی قرار دهد (Mozafaripour & Shafiee, 2022).

در فرایند تدریس ریاضی به‌ویژه در دورهٔ مدرسه، معلمان می‌توانند در بستر فضای مجازی، از ایده‌ها و جلوه‌های ویژه برای تدریس بهتر با نمایش‌های خاص استفاده کنند؛ بنابراین برای یادگیرندگان، استفاده از فضای مجازی می‌تواند شرایط بهتری را برای یادگیری مفاهیم ریاضی فراهم سازد. در این میان، برای تدریس بهتر در فضای مجازی، معلمان ریاضی می‌توانند قابلیت‌ها و توانمندی‌های خود را در استفاده از فضای مجازی و تولید محتوای بهتر در تدریس مفاهیم ریاضی به کار گیرند.

با وجود چنین بستری، تفاوت‌های بارزی بین معلمان با مهارت‌های حرفه‌ای و معلمان بدون مهارت مشاهده می‌شود. در سال‌های اخیر، بستری برای فرایند یاددهی - یادگیری کتاب‌های درسی مدارس در فضای مجازی طراحی و اجرایی شد که با نام «شاد» (شبکهٔ آموزشی دانش‌آموزان) برای استفادهٔ عمومی در فضایی استاندارد و معتبر تحت پوشش آموزش و پرورش ایران، مطرح گردید؛ بنابراین توجه به تولید محتوا و نحوهٔ استفادهٔ بهتر از فضای مجازی شاد، بالاخص برای تدریس مفاهیم ریاضی بیش از پیش اهمیت پیدا کرده است. در این پژوهش کلیه مداخلات براساس چنین فضایی اجرایی گردید تا توانمندی‌ها و ایده‌های بدیع اساتید دانشگاه فرهنگیان و دانشجومعلمان تحت آموزش، با دقت بیشتری موردتوجه قرار گیرد. در دوره‌های تربیت معلم، در سال‌های اخیر، به استفاده از فضای مجازی برای آموزش ترکیبی؛ حضوری - مجازی در مدارس تأکید بیشتری می‌شود. از سویی، با تکیه بر بستر فضای مجازی، توجه به دانش رویه‌ای و مفهومی ریاضی اهمیت پیدا می‌کند؛ زیرا در فضای مجازی فرصت‌های کافی برای ارائهٔ راه‌حل‌های بدیع و مفهومی با تأکید بر دانش مفهومی بیش از آموزش حضوری وجود دارد تا یادگیرندگان را از بستر فضای حضوری و صورت‌بندی کردن مفاهیم ریاضی به فضای مجازی برای تأمل بیشتر و درک مفهومی - دانش مفهومی - مطالب ریاضی و مسائل چالشی ریاضی دوره متوسطه سوق داد؛ بنابراین از این فرصت استفاده گردید تا در این پژوهش به این دو مقوله به صورت هم‌زمان پرداخته شود.

فرایند یاددهی - یادگیری مفاهیم ریاضی دوره متوسطه به‌ویژه در حوزه مفاهیم جبری به دلیل انتزاعی بودن آن، با چالش‌های مفهومی متعددی همراه است. چنین چالش‌هایی به‌صورت ظاهری با دانش رویه‌ای حل و فصل می‌شوند؛ ولی درک مفهومی و عمیقی از مفاهیم ریاضی را به جا نمی‌گذارد. از طرفی، آموزش‌های مفاهیم ریاضی در کتاب‌های درسی بیشتر در بستر محتوای انتزاعی تألیف شده است و تا حدود کمی به مقوله واقعیت‌مداری پرداخته است.

در دوره‌های تربیت معلم در دانشگاه فرهنگیان، لازم است دانشجو معلمان رشته‌های علوم پایه، تسلط کافی بر تولید محتوای آموزشی مبتنی بر واقعیت‌مداری داشته باشند تا جذابیت و یادگیری اثربخش‌تری را برای یادگیرندگان همراه داشته باشد. از این رو، در این پژوهش به واقعیت‌مداری تدریس مفاهیم ریاضی دوره متوسطه با تأکید بر دانش رویه‌ای و دانش مفهومی دانشجو معلمان پرداخته شد؛ بنابراین پژوهشگران سعی کردند به سؤال اصلی پژوهش پاسخ دهند؛ آیا رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار بر دانش مفهومی و رویه‌ای دانشجو معلمان در بستر فضای مجازی شاد اثرگذار است؟

### پیشینه پژوهش

رفیع‌پور (۱۴۰۰) در بررسی «افت نوع اول و دوم در فرایند یاددهی - یادگیری ریاضی در آموزش عمومی» به بررسی تاریخیچه و ویژگی‌های رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار می‌پردازد و نتایج تحقیقات انجام‌شده در این زمینه را بررسی می‌کند. او به بررسی نقش اصلاحات برنامه درسی، مراکز تحقیقاتی، مراکز آموزش معلمان، مراکز مشاوره معلمان، ناشران کتب درسی، وزارت آموزش و پرورش و بازرسان مدارس در توسعه و گسترش رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار پرداخته است.

محمدی (۱۴۰۰) در بررسی «رویکرد آموزش ریاضیات واقعیت‌مدار و اثربخشی آن در آموزش مجازی» نتیجه گرفتند که استفاده از رویکرد آموزش ریاضیات واقعیت‌مدار در آموزش مجازی می‌تواند بهبود قابل‌توجهی در فرایند یادگیری یادگیرندگان داشته باشد.

یافتیان و ملکی (۱۳۹۹ الف) در بررسی «کتاب ریاضی پایه هشتم بر اساس میزان برقراری ارتباط بین دانش رویه‌ای و مفهومی» نتیجه گرفتند که در تألیف محتوای کتاب ریاضی پایه هشتم، توجه و تأکید کافی بر ارتباط بین دانش مفهومی و رویه‌ای مشاهده نمی‌شود. در تألیف این کتاب، بیشترین توجه به ارتباط بین دانش مفهومی و دانش رویه‌ای در فعالیت‌ها و کار در کلاس‌های کتاب ریاضی مشاهده می‌شود که این میزان نیز به حد کافی نیست. بیشتر محتوای کتاب ریاضی پایه هشتم از دانش رویه‌ای پیروی می‌کند. این نوع تألیف، دیدگاه افراطی دارد.

دیلمقانی‌زاده و شیخ‌زاده (۱۳۹۷) در بررسی «آموزش و یادگیری با رویکرد واقعیت‌مداری به بررسی تأثیر به‌کارگیری شیوه آموزش ریاضی واقعیت‌مدار» بر پیشرفت تحصیلی یادگیرندگان پایه ششم ابتدایی پرداختند. نتایج پژوهش نشان داد که استفاده از این شیوه آموزشی تأثیر مثبت و قابل‌توجهی بر پیشرفت تحصیلی یادگیرندگان دارد.

ریحانی و همکاران (۱۳۸۸) در بررسی خود ابتدا یک مدلی از دانش مفهومی و رویه‌ای ریاضی ارائه دادند؛ به‌گونه‌ای که محتوا را براساس دانش مفهومی و رویه‌ای را دسته‌بندی می‌کند. در مرحله بعدی، مدل دوبعدی براساس کیفیت و نوع دانش و در مرحله آخر، مدل سه‌بعدی براساس دانش، کیفیت و میزان آمادگی دریافت دانش رویه‌ای و مفهومی را ارائه می‌دهد.

در نهایت پیشنهادهایی ارائه گردید مبنی بر اینکه کنش هم‌زمان، تکوینی و پویا باید در دریافت دانش مفهومی و رویه‌ای برقرار باشد.

سویونو و همکاران در بررسی «اثر رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار و انگیزش یادگیری بر بهبود مهارت‌های تفکر سطح بالا با کنترل کیفی هوشی یادگیرندگان» نتیجه گرفتند که استفاده از رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار و انگیزش یادگیری در بهبود مهارت‌های تفکر یادگیرندگان با کنترل کیفیت هوشی مؤثر است؛ این مطالعه به اثربخشی رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار و انگیزش یادگیری در بهبود مهارت‌های ریاضی و تفکر سطح بالا یادگیرندگان کمک می‌کند (Suyono et al., 2023).

پور ناماتاتی و همکاران در بررسی «تأثیر رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار بر توانایی استدلال ریاضی یادگیرندگان» نتیجه گرفتند که رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار و انگیزش بر قابلیت استدلال ریاضی یادگیرندگان تأثیرگذار است (Purnamatati et al., 2023). همچنین، آن‌ها به بررسی چالش‌های موجود در یادگیری ریاضی و توجه به انگیزش برای بهبود قابلیت استدلال ریاضی یادگیرندگان پرداختند تا توانایی استدلال و فهم ریاضی یادگیرندگان را متحول سازند.

حسین و چیکوس در بررسی «تأثیر آموزش مبتنی بر دانش مفهومی بر پیشرفت یادگیرندگان، اضطراب و نگرش ریاضی» نتیجه گرفتند که آموزش بر اساس دانش مفهومی در کنار دانش رویه‌ای بر پیشرفت، اضطراب و نگرش یادگیرندگان نسبت به ریاضیات تأثیر می‌گذارد علاوه بر این، آموزش ریاضی براساس دانش مفهومی، اضطراب را در بین یادگیرندگان دختر به‌طور مؤثرتری نسبت به دانشجویان پسر کاهش داد (Hussein & Csikos, 2023).

دورنر و آبلیتینگر در بررسی «دانش رویه‌ای ریاضی و استفاده از فناوری در دبیرستان» به پژوهش در رابطه دانش رویه‌ای یادگیرندگان، فراوانی استفاده از فناوری (CAS، ماشین حساب‌های گرافیکی) در طول آموزش ریاضی دوره متوسطه و دانش فناوری آن‌ها پرداختند. فارغ از موفقیت در حل تکالیف مبتنی بر دانش رویه‌ای، دانش فناوری یادگیرندگان، به حل بهتر تکالیف مبتنی بر دانش رویه‌ای آن‌ها کمک کرد (Dorner & Ableitinger, 2023).

هورل در بررسی «دانش مفهومی یادانش رویه‌ای، چرا برای معلمان مهم است» نتیجه گرفت که اصطلاحات دانش مفهومی و دانش رویه‌ای اغلب توسط معلمان در روال تدریس بیشتر نمود پیدا می‌کند. مطالعات آن‌ها بیشتر به ادبیات مربوط به دانش مفهومی و رویه‌ای و جایگاه آن‌ها در کلاس درس می‌پردازد تا توصیه‌های دانشجومعلم‌ان و مربیان آن‌ها را در مورد برخی از مسائل و فهم بهتر از دانش رویه‌ای و مفهومی را ارائه دهد؛ بنابراین به دانشجومعلم‌ان و مربیان آن‌ها توصیه می‌کند که درک عمیق‌تر از دانش مفهومی و رویه‌ای می‌تواند کیفیت تدریس ریاضیات آن‌ها را بهبود بخشد (Hurrell, 2021).

سالیفو در بررسی «دانش مفهومی و رویه‌ای معلمان قبل از خدمت در آموزش و پرورش از اعداد گویا» به پژوهش در ارتباط با سطح تسلط معلمان قبل از خدمت، تفاوت در پیشبرد دستاوردها و همبستگی دانش رویه‌ای و دانش مفهومی در مفهوم اعداد گویا پرداخت (Salifu, 2021). یافته‌های پژوهش نشان داد که سطح دانش مفهومی معلمان پیش از خدمت (دانشجومعلم‌ان) و میزان تسلط بر دانش رویه‌ای آن‌ها به ترتیب در سطح متوسط پایین و متوسط بالا بود.

بریت‌ویت و اسپراگ در بررسی «دانش مفهومی و رویه‌ای و فراشناخت در حل مسئله‌های روتین و غیرروتین» به این موضوع پرداختند که چه زمانی، چگونه و چرا دانشجو معلمان از دانش مفهومی در حل مسئله ریاضی استفاده می‌کنند (Braithwaite & Sprague, 2021).

پورواتی و همکاران در بررسی «طراحی یادگیری برای آموزش مفاهیم مساحت و محیط اشکال مسطح با رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار» نتیجه گرفتند که استفاده از رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار در طراحی یادگیری مؤثر برای کمک به یادگیرندگان برای توسعه درک عمیق از مفاهیم مساحت و محیط اشکال مسطح است (Purwati et al., 2020). رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار یادگیرندگان را به اکتشاف و کشف مفاهیم ریاضی به صورت خودمختار تشویق می‌کند که می‌تواند به درک عمیق‌تر مفاهیم منجر شود.

ناهدی و جاتیسوندا در بررسی «دانش مفهومی یادانش رویه‌ای، چرا برای معلمان مهم است» نتیجه گرفتند که نظریه یادگیری مبتنی بر دانش مفهومی ریشه در یادگیری مبتنی بر دانش رویه‌ای یادگیرندگان در حین یادگیری ریاضی دارد (Nahdi & Jatisunda, 2019). در واقع نشان داده شد که یادگیرندگان دانش مفهومی را از طریق دانش رویه‌ای درک می‌کنند؛ بنابراین رابطه‌ای بین دانش مفهومی و رویه‌ای مشاهده می‌شود. بررسی‌های میدانی آن‌ها نشان داد که اگر یادگیرندگان بتوانند بین دانش رویه‌ای و مفهومی ارتباط برقرار کنند، در یادگیری مفاهیم ریاضی موفق‌تر هستند.

لی و همکاران در بررسی «بررسی تأثیر آموزش ریاضی واقعیت‌مدار بر توانمندی‌های ریاضی و خلاقیت یادگیرندگان» نتیجه گرفتند که یادگیرندگان ویژگی‌های آموزش ریاضی واقعیت‌مدار را به عنوان یک دستورالعمل ریاضیات توصیف می‌کنند که به موقعیت‌ها و داستان‌های مربوط به فعالیت‌های روزانه می‌پردازد، استدلال بر پایه محاسبه را انجام می‌دهند، روش‌های مختلفی را در مورد فرمول‌ها را ارائه می‌دهند، فعالیت‌های خلاقانه را ارائه می‌دهند (Lee et al., 2019).

زکریا و سیامون در بررسی «تأثیر رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار بر عملکرد و نگرش یادگیرندگان نسبت به ریاضیات» نتیجه گرفتند که استفاده از رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار، عملکرد ریاضی یادگیرندگان را بهبود می‌بخشد، اما نگرش آن‌ها نسبت به ریاضیات را بهبود نمی‌بخشد (Zakaria & Syamaun, 2017).

لستاری و سوریا در بررسی «اثربخشی رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار بر توانایی درک مفاهیم ریاضی یادگیرندگان» به دنبال تعیین تأثیر آموزش براساس رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار در مقابل روش‌های سنتی، توسعه نظر کلی و بهبود ادبیات بودند (Lestari & Surya, 2017). نتایج نشان داد که آموزش براساس رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار در بهبود توانایی درک مفاهیم ریاضی یادگیرندگان مؤثر است.

اولانداری و همکاران در بررسی «توسعه مواد آموزشی براساس رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار برای بهبود توانایی حل مسئله ریاضی و خودکارآمدی یادگیرندگان» به تحلیل اثربخشی مواد آموزشی براساس رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار در بهبود توانایی حل مسئله ریاضی و خودکارآمدی یادگیرندگان پرداختند (Ulandari et al., 2017). نتایج نشان داد که استفاده از مواد آموزشی براساس رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار در بهبود توانایی حل مسئله ریاضی و خودکارآمدی یادگیرندگان مؤثر است.

## روش پژوهش

روش مورد استفاده در پژوهش حاضر، نیمه‌آزمایشی است که در آن از طرح پیش‌آزمون - پس‌آزمون با گروه کنترل استفاده شده است. جامعه آماری در پژوهش حاضر شامل همه دانشجومعلم‌ان رشته آموزش ریاضی دانشگاه فرهنگیان - پردیس شهید بهشتی هرمزگان در سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۴۰۱ است. نمونه مورد مطالعه در این پژوهش ۵۸ دانشجومعلم رشته آموزش ریاضی از پردیس شهید بهشتی هرمزگان به صورت در دسترس انتخاب شدند و به طور تصادفی در دو گروه آزمایش (۳۰ نفر) و کنترل (۲۸ نفر) قرار گرفتند. به گروه آزمایش، آموزش‌های ریاضی واقعیت‌مدار ارائه شد و گروه کنترل در معرض آموزش‌های عادی قرار گرفتند.

برای جمع‌آوری داده‌های موردنیاز پژوهش ابتدا آزمون استاندارد مبتنی بر دانش مفهومی و رویه‌ای به‌عنوان پیش‌آزمون از دانشجومعلم‌ان هر دو گروه کنترل و آزمایش به عمل آمد (Khoule et al., 2017). پس از پایان آموزش‌ها و تدریس درک مفهوم اصلی و کاربرد آن در زندگی واقعی مبتنی بر رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار، پس‌آزمون با هدف سنجش دانش مفهومی و دانش رویه‌ای؛ با قالب دقیقاً یکسان و سؤالات مشابه با پیش‌آزمون از دانشجومعلم‌ان هر دو گروه کنترل و آزمایش به عمل آمد.

مداخله آموزشی مبتنی بر ریاضی واقعیت‌مدار برای دانشجومعلم‌ان رشته آموزش ریاضی دانشگاه فرهنگیان در بستر فضای مجازی «شاد» پیاده‌سازی گردید. به این دلیل که فضای مجازی شاد تنها بستر معتبر در آموزش و پرورش است که از دیدگاه پژوهشگران، فضای مناسبی برای اجرای مداخله بود؛ چون دانشجومعلم‌ان می‌توانند با موقعیت این فضا برای آینده و تدریس مجازی در فضای «شاد» آشنا شوند.

لازم به ذکر است که این گروه توسط یکی از نویسندگان که دبیر رسمی آموزش و پرورش است، راه‌اندازی شد. روال اجرای مداخله ریاضی واقعیت‌مدار برای گروه آزمایش براساس جدول زیر اجرا گردید که خواسته‌ها و دیدگاه‌های مدرسان (پژوهشگران) در گروه مطرح می‌گردید و به دانشجومعلم‌ان یک هفته فرصت داده می‌شد تا براساس عکس و موارد خواسته شده، کلیپ‌های آموزشی کوتاه در حد ۱۰ الی ۱۵ دقیقه‌ای براساس قابلیت‌های پاورپوینت به نمایش گذارند.

در اجرای پژوهش، از دانشجومعلم‌ان خواسته شد که براساس محتوای تابع (اعم از مسئله‌های عددی و کلامی) کلیپ آموزشی کوتاهی برای استفاده در فضای آموزشی شاد، طراحی کنند که با کمترین هزینه و در دسترس‌ترین امکانات نرم‌افزاری، محتواهای آموزشی ساخته و پرداخته شود؛ بنابراین در حین اجرای پژوهش نمونه کارهایی از قابلیت‌های استفاده از پاورپوینت و استفاده از برنامه ضبط فیلم در گوشی‌های هوشمند ارائه گردید تا بتوانند جلوه‌های ویژه تصویری و صوتی را برای طراحی آموزشی خود به کار برند.

هدف این بود که دانشجومعلم‌ان بتوانند با کمترین امکانات و تجهیزات در هر موقعیتی، محتوای آموزشی بسازند. پیش‌آزمون و پس‌آزمون با محتوای جبر پایه دهم رشته انسانی با اقتباس از سؤالات دانش مفهومی و رویه‌ای که توسط خولی و همکاران (۲۰۱۷) طراحی شده است (Khoule et al., 2017)، برای پژوهش به کار گرفته شد. سؤالات آزمون پژوهش آن‌ها شامل بیست سؤال اعم از ده سؤال دانش رویه‌ای و ده سؤال دانش مفهومی بود که پژوهشگران برای

پیش‌آزمون و پس‌آزمون با محتوای جبر از آن‌ها اقتباس کردند.

روایی محتوایی سؤالات با تکیه بر فرمول سی.وی.آر<sup>۱</sup> بررسی شد. برای تعیین سی.وی.آر ابتدا پرسش‌نامه با قالب‌بندی خاص در اختیار ده دبیر ریاضی با سابقه و از اساتید ریاضی دانشگاه فرهنگیان قرار گرفت و از آنها درخواست شد تا هر صلاحیت را از نظر معیار ضرورت براساس طیف لیکرتی سه‌قسمتی («ضروری»، «مفید ولی ضروری» و «ضروری») بررسی نمایند. پس از پاسخ‌های اعضای خبرگان، داده‌های مربوطه به نظرات هر عضو در نرم‌افزار اکسل (Excel) وارد شد و با استفاده از محاسبات ریاضی و آماری طبق فرمول (۱) تحلیل‌های لازم انجام پذیرفت.

$$CVR = \frac{ne - \frac{N}{2}}{\frac{N}{2}} \quad (1)$$

ne = تعداد افرادی که به گزینه «ضروری» پاسخ داده‌اند.

N = تعداد کل افراد خبره (معیری و امیری‌پور، ۱۴۰۱)

که این مقادیر در تک‌تک سؤالات محاسبه شد که از مقدار ۰/۶۲ بیشتر بودند؛ بنابراین روایی محتوایی آزمون نیز مورد تأیید قرار گرفت.

در مرحله اول، برخی از سؤالات مربوط به دانش مفهومی از لحاظ ساختار جملات با توجه به نظرات افراد خبره، تغییر یافت و در مرحله دوم، پس از جمع‌آوری نظرات افراد خبره با توجه به شاخص‌های فرمول لاووشه، روایی محتوایی ۱ مورد تأیید قرار گرفت.

به منظور بررسی پایایی پس‌آزمون و پیش‌آزمون، از روش بازآزمون استفاده شد. در روش بازآزمون، یک نمونه واحد در دو زمان مختلف به یک گروه داده شده و با توجه به پایداری نتایج افراد آن گروه، ضریب پایایی به دست می‌آید. به این منظور پیش‌آزمون و پس‌آزمون‌ها هر کدام بیست سؤالی (شامل ده سؤال از دانش مفهومی و ده سؤال دانش رویه‌ای) برای بیست نفر طی دو مرحله در فاصله زمانی دو هفته‌ای مورد سنجش قرار گرفت. سپس مجموع نمرات سؤالات مربوط به هر یک از شاخص‌های این آزمون در دو مرحله محاسبه گردید و در نهایت همبستگی بین نمرات بیست نفر در دو مرحله مورد ارزیابی قرار گرفت.

نتایج نشان داد که میزان همبستگی بین نمرات دو مرحله برای دانش مفهومی در پیش‌آزمون برابر ۰/۹۴ و پس‌آزمون برابر ۰/۹۲ است. همچنین برای دانش رویه‌ای نیز ضریب همبستگی بین نمرات در پیش‌آزمون برابر ۰/۹۳ و برای پس‌آزمون این همبستگی برابر ۰/۸۳ محاسبه گردید؛ بنابراین همه مقادیر همبستگی بیش از مقدار ۰/۷ است و می‌توان نتیجه گرفت، آزمون‌ها از پایایی قابل‌قبولی برخوردار هستند.

در ادامه نمونه‌هایی از تصاویری ارائه می‌شود که در زمان اجرای مداخله مبتنی بر ریاضی واقعیت‌مدار برای دانشجو معلمان در بستر فضای مجازی «شاد» مطرح گردید. در این گروه مجازی، دانشجو معلمان پس از طرح چنین مطالبی

## 1. Content Validity Ratio (CVR)

از سوی پژوهشگران، به سؤالات پاسخ دهند و پاسخ‌های خود را به صورت محتوای کوتاه آموزشی با استفاده از پاورپوینت ارائه دهند:

شکل ۱. طرح نمونه مسئله‌های مبتنی بر ریاضی واقعیت‌مدار در محتوای انتزاعی تابع

**به تصویر زیر توجه کنید. موارد خواسته شده در سوال های زیر را پاسخ دهید:**

اگر نمودار خطی از مبدأ عبور نکند  $f(0) \neq 0$  باشد، نمودار منطبق با تابع  $f(x)$  است.

- برای مساله ای که در کتاب مطرح شده است، چه پیشنهادی برای تبدیل به مساله در دنیای واقعی دارید؟
- برای این مساله، پیشنهادی از دنیای واقعی ارائه دهید که نقطه  $(0,0)$  در آن لحاظ شود.
- یا نمونه به مثال های کتاب ریاضی و آمار ۱ در صحت تابع، مثالی از دنیای واقعی ارائه دهید که متفاوت از آنها باشند.
- توضیحات خود را به صورت شفاهی و به صورت صوتی در فایل ذخیره کنید.

شکل ۲. طرح مثال‌های مبتنی بر ریاضی واقعیت‌مدار در محتوای ماشین ورودی و خروجی (در مبحث تابع)

گاهی اوقات می‌توانیم رابطه بین مؤلفه اول و دوم زوج مرتب‌های مربوط به یک تابع را با یک ضابطه (قانون) بیان کنیم. به‌طور مثال تابع  $f = \left\{ (1, 4), (2, 5), (-1, 2), \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right) \right\}$  را در نظر می‌گیریم در این تابع همواره با اضافه کردن ۳ واحد به مؤلفه اول مؤلفه دوم، به دست می‌آید. به عبارت دیگر اگر  $(x, y) \in f$  در این صورت  $y = x + 3$ . معادله  $y = x + 3$  را ضابطه تابع  $f$  می‌نامیم. اگر تابع  $f$  را به عنوان یک ماشین در نظر بگیریم و  $x$  متغیر مستقل فرض شود، در این صورت تأثیر تابع  $f$  روی  $x$  را با  $f(x)$  نمایش می‌دهیم و حاصل این تأثیر همان  $y$  (متغیر وابسته) است؛ یعنی  $y = f(x)$ .

**به تصویر بالا توجه کنید. پیشنهاد دهید که برای ضابطه جبری تابع چه وسیله یا موقعیت عینی مثال می‌زنید؟**

**به تصویر بالا توجه کنید. پیشنهاد دهید که چه وسیله و یا موقعیت عینی می‌توانید مثال بزنید که روزانه مورد استفاده قرار گیرد؟**

شکل ۳. طرح مثال‌ها و نقد مبتنی بر ریاضی واقعیت‌مدار در محتوای متغیر مستقل و وابسته برای ضابطه تابع

به تصویری از مثال انتزاعی کتاب نگاه کنید:

- برای اهمیت متغیر مستقل و وابسته در تابع چه مثال عینی ارائه می‌دهید؟
- نقاط قوت و ضعف مثالی عینی در مورد فوق را تشریح کنید.

می‌دانیم مساحت دایره از تسلی  $S = \pi r^2$  به دست می‌آید. در این رابطه  $\pi$  عددی است ثابت که تقریباً  $\pi = 3.14$  در نظر گرفته می‌شود و شعاع دایره است:

۱. آیا متغیر  $S$  تابعی از شعاع دایره است؟
۲. آیا محیط دایره نیز تابعی از شعاع است؟
۳. کدام متغیر، مستقل و کدام متغیر، وابسته است؟
۴. جدول زیر را کامل کنید.

۱	۱۵	۲	۴
۲	...	۲π	...
۳	...	...	۶π

۱ به حسب سائتی متر (شعاع)  
 ۲ به حسب سائتی متر مربع (مساحت)  
 ۳ به حسب سائتی متر (محیط)

در برخی از سؤالاتی که توسط پژوهشگران مطرح گردید، از دانشجو معلمان خواسته شد تا بعضی از مثال‌ها، مسئله‌ها و مطالب انتزاعی در حوزه تابع را مورد نقد و بررسی قرار دهند. در واقع، آنچه حائز اهمیت بود، توجه به برخی از محتواهای

انتزاعی تابع در کتاب درسی بود. طرح مسئله‌های واقعیت‌مدار در زمینهٔ تابع، می‌توانند دیدگاه دانشجوی معلمان را نسبت به محتوای کتاب درسی تغییر دهد. همچنین از آن‌ها در جلسات میانی مداخلهٔ پژوهشی خواسته شد که همانند پژوهشگران، طرح سؤال کنند و هم‌کلاسی‌ها بدان پاسخ دهند.

شکل ۴. نمونه مثال‌هایی از پاسخ‌های دانشجوی معلمان در فعالیت ریاضی واقعیت‌مدار

در نمونه‌هایی که دانشجوی معلمان در گروه مجازی فضای «شاد» در قالب کلیپ محتوای آموزشی ارائه دادند (همانند شکل ۴)، نمونه داستان‌های مبتنی بر ریاضی واقعیت‌مدار ارائه دادند که با نمونه مثال‌های واقعیت‌مداری کتاب درسی هماهنگ باشند و از نوعی دیگر مطرح شده باشد. همچنین تجزیه و تحلیل داده‌ها در بخش آمار توصیفی شامل میانگین، میانه و انحراف معیار و در بخش آمار استنباطی یافته‌ها از روش تجزیه و تحلیل کوواریانس یک‌متغیره و به منظور مقایسهٔ میانگین متغیرها از روش حداقل اختلاف معنی‌دار (ال.اس.دی)<sup>۱</sup> با استفاده از نسخهٔ ۲۵ نرم‌افزار اس.پی.اس.اس (SPSS-25) مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت.

### یافته‌ها

در این بخش پس از اجرای آموزش ریاضی واقعیت‌مدار در فضای مجازی «شاد»، آمار توصیفی عملکرد دانشجوی معلمان با توجه به شاخص‌های مرکزی و پراکندگی شامل میانگین، میانه، انحراف معیار، کمینه و بیشینه در گروه‌های آزمایش و کنترل در جدول (۱) نشان داده می‌شود.

براساس داده‌های جدول (۱) مشاهده می‌شود، میانگین امتیازات آزمون دانش مفهومی در گروه آزمایش از ۱۴/۲ به ۱۷/۶ از مرحلهٔ به‌ترتیب دارای میانگین ۱۳/۵ و ۱۵/۳ است. همچنین امتیازات دانش رویه‌ای در گروه کنترل، در پیش‌آزمون و پس‌آزمون به‌ترتیب دارای میانگین ۱۰/۷ و ۱۲/۶ است و نیز می‌توان ملاحظه کرد که میانگین توانایی حل مسئله در گروه آزمایش از ۱۱/۵ به ۱۵/۷ از مرحله پیش‌آزمون به پس‌آزمون، افزایش داشته است.

### 1. Least significant difference (LSD)

جدول ۱. آمار توصیفی متغیرهای مورد بررسی در مراحل تحقیق به تفکیک گروه‌های مورد بررسی

متغیر مورد بررسی	مرحله	گروه	میانگین	میانه	انحراف معیار	کمینه	بیشینه
دانش مفهومی	پیش‌آزمون	آزمایش	۱۴/۲	۱۴	۲/۸	۹	۱۹
		کنترل	۱۳/۵	۱۴	۳/۱	۸	۱۸
	پس‌آزمون	آزمایش	۱۷/۶	۱۸	۲/۶	۱۲	۲۰
		کنترل	۱۵/۳	۱۵	۳/۴	۱۰	۱۹
دانش رویه‌ای	پیش‌آزمون	آزمایش	۱۱/۵	۱۲	۲/۶	۷	۱۶
		کنترل	۱۰/۷	۱۱	۲/۴	۶	۱۵
	پس‌آزمون	آزمایش	۱۵/۷	۱۶	۲/۳	۱۱	۱۹
		کنترل	۱۲/۶	۱۳	۲/۸	۸	۱۷

به‌منظور بررسی سؤال تحقیق و بررسی تفاوت دو گروه کنترل و آزمایش در متغیرهای دانش مفهومی و دانش رویه‌ای از آزمون کلموگراف - اسمیرنف<sup>۱</sup> برای نرمال‌سنجی داده‌های مربوط به هر دو متغیر استفاده شد. نتایج این آزمون نشان داد که داده‌های مربوط به پاسخ‌ها نرمال هستند و این آزمون برای هر دو متغیر در هر دو مرحله اندازه‌گیری در دو گروه با سطح معناداری بزرگ‌تر از ۰/۰۵ تأیید شد.

در حقیقت به دلیل وجود یک متغیر وابسته (پس‌آزمون) و یک متغیر کنترل‌کننده (پیش‌آزمون) در سؤال تحقیق بایستی از روش تجزیه و تحلیل کوواریانس یک‌متغیره و به‌منظور مقایسه میانگین متغیرها از روش حداقل اختلاف معنی‌دار ال. اس. دی (LSD) استفاده می‌شد. در ابتدا لازم است همگنی واریانس‌ها و نرمال بودن متغیر وابسته مورد بررسی قرار گیرد. طبق جدول (۲) چون سطح معناداری آزمون لوین<sup>۲</sup> برای هر دو متغیر بالاتر از ۰/۰۵ محاسبه شده پس برای هر دو متغیر، پیش‌فرض تساوی واریانس در زمان پس‌آزمون تأیید می‌شود.

جدول ۲. آزمون همگنی واریانس متغیرها در مرحله پس‌آزمون

متغیر	آماره آزمون F	درجه آزادی اول	درجه آزادی دوم	سطح معناداری
دانش مفهومی (درک و فهم)	۰/۳۸	۱	۵۶	۰/۴۹
دانش رویه‌ای	۰/۵۸	۱	۵۶	۰/۴۳

حال پس از تأیید پیش‌فرض‌ها به بررسی سؤال پژوهش می‌پردازیم:

سؤال پژوهش: آیا به‌کارگیری آموزش ریاضی واقعیت‌مدار بر دانش مفهومی و دانش رویه‌ای دانش‌جو معلمان تأثیرگذار است؟

1. Kolmogorov-Smirnov test  
2. Levine test

نتایج مربوط به معنی‌داری یا عدم معنی‌داری متغیر وابسته دانش مفهومی با کنترل پیش‌آزمون در جدول (۳) آمده است. با توجه به جدول (۳) با خطای پنج درصد، اثر پیش‌آزمون در مدل معنادار است (سطح معنی‌داری پیش‌آزمون برابر ۰/۰۰۱ و کمتر از ۰/۰۵ است). همچنین سطح معناداری متغیر گروه (آماره آزمون برابر ۶۳۲/۱۴ و سطح معناداری برابر ۰/۰۰۱) نیز از ۰/۰۵ کمتر است. بنابراین، پس از حذف اثر پیش‌آزمون، متغیر گروه اثر معنی‌داری بر میانگین نمره دانش مفهومی دارد؛ یعنی با کنترل پیش‌آزمون، میانگین نمره درک و فهم در دو گروه کنترل و آزمایش متفاوت است. در این جدول مجذور اتا میزان تأثیر یا تفاوت هر متغیر بر متغیر وابسته درک و فهم را نشان می‌دهد. به‌عنوان مثال تأثیر یا تفاوت متغیر گروه برابر با ۰/۷۹ بوده که به این معناست که تقریباً ۸۰ درصد تفاوت‌های فردی در نمرات متغیر درک و فهم مربوط به متغیر گروه است.

همچنین توان آماری نیز تقریباً برابر یک محاسبه شده است که مشخص‌کننده توان بالای این آزمون است. در ادامه برای بررسی این مطلب که با کنترل پیش‌آزمون؛ اختلاف میانگین نمره درک و فهم در زمان پس‌آزمون در کدام یک از گروه‌ها (کنترل یا آزمایش) بیشتر است از آزمون تعقیبی ال. اس. دی استفاده می‌شود.

این آزمون به‌منظور مقایسه میانگین بین دو گروه استفاده می‌شود. این روش مورد تأیید بسیاری از پژوهشگران است. کارمر و اسوانسن<sup>۱</sup> در مطالعه‌ای که در مورد تعدادی از روش‌های مقایسه‌ای چندگانه انجام دادند، اعلام کردند که روش حداقل اختلاف معنی‌دار روش بسیار مؤثری برای نشان دادن اختلاف‌های واقعی میانگین‌هاست (مونتگمری، ترجمه دهقانی، ۱۳۸۶).

در این آزمون برابری میانگین تمام گروه‌ها و رد نشدن آن به معنای مؤثر نبودن اثر متغیر گروهی است. بدین‌صورت که فرض  $H_0: \mu_i = \mu_j$  را برای تمام  $i \neq j$  آزمون نماییم. چنانچه اختلاف میانگین بین دو گروه بیش از مقدار ثابت ال. اس. دی (LCD) باشد، به معنی اختلاف معنی‌دار بین دو گروه است. بنابراین، رد فرض بیانگر حداقل یکی از گروه‌ها متفاوت از دیگری است. اما اینکه تفاوت بین کدام گروه‌ها وجود دارد مشخص نیست و باید به سراغ روش‌هایی برای مقایسه جفت‌جفت میانگین‌ها رفت. این مجموعه روش‌ها در بسته‌ای با عنوان «پس‌آزمون» یا «آزمون تعقیبی» (Post-Hoc) شناخته می‌شود.

به‌منظور انجام این روش از آزمون ال. اس. دی (LCD) استفاده شده است. این روش یکی از مؤثرترین شیوه‌های مقایسه‌ای بین چند گروه برای نشان دادن اختلاف‌های واقعی میانگین‌هاست.

جدول ۳. آزمون اثرات بین آزمودنی‌ها در متغیر دانش مفهومی در دو گروه آزمایش و کنترل

منبع تغییرات	مجموع مجذورات	درجات آزادی	میانگین مجذورات	مقدار F	سطح معناداری	مجذور اتا	توان آماری
پیش‌آزمون	۳۱۵/۶۵	۱	۳۱۵/۶۵	۱۹۸/۱	۰/۰۰۱	۰/۵۸	۱
گروه	۱۱۰۳/۳۲	۱	۱۱۰۳/۳۲	۶۳۲/۱۴	۰/۰۰۱	۰/۷۹	۱
خطا	۱۶۳/۲۵	۵۵	۱/۳۲	----	----	----	----
کل	۱۲۳۶۵	۵۸	----	----	----	----	----

با توجه به جدول (۴) براساس آزمون تعقیبی ال.اس.دی (LCD) و سطح خطای پنج درصد در زمان پس‌آزمون میانگین نمره متغیر دانش مفهومی (درک و فهم) در گروه‌های آزمایش و کنترل اختلاف معناداری دارند (سطح معناداری برابر ۰/۰۰۱). همچنین با توجه به فاصله اطمینان ۹۵ درصدی و یا اختلاف میانگین (که همگی مقادیر مثبت هستند)، ملاحظه می‌شود که میانگین نمره درک و فهم در گروه آزمایش بیشتر از کنترل است؛ بنابراین نتیجه می‌شود به‌کارگیری رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار موجب افزایش درک و فهم دانش‌جو معلمان می‌گردد.

جدول ۴. مقایسه میانگین نمره درک و فهم به تفکیک گروه‌ها بر اساس آزمون ال.اس.دی (LSD)

زمان	گروه اول	گروه دوم	اختلاف میانگین	خطای استاندارد	سطح معناداری	فاصله اطمینان ۹۵٪	
پس‌آزمون	آزمایش	کنترل	۵/۶۹	۰/۲۱	۰/۰۰۱	حد پایین	حد بالا

حال نتایج مربوط به معنی‌داری یا عدم معناداری متغیر گروه بر متغیر دانش رویه‌ای با کنترل پیش‌آزمون در جدول (۵) آمده است. جدول (۵) نشان می‌دهد که با خطای پنج درصد اثر پیش‌آزمون در مدل معنی‌دار است و همچنین پس از حذف اثر پیش‌آزمون، متغیر گروه، اثر معناداری بر میانگین نمره حل مسئله دارد؛ یعنی با کنترل پیش‌آزمون، میانگین نمره دانش رویه‌ای در دو گروه کنترل و آزمایش متفاوت است. به همین ترتیب براساس جدول تقریباً ۶۹ درصد تفاوت‌های فردی در نمرات دانش رویه‌ای مربوط به متغیر گروه است. در ادامه از آزمون ال.اس.دی (LCD) استفاده می‌شود.

جدول ۵. آزمون اثرات بین آزمودنی‌ها در متغیر دانش رویه‌ای در دو گروه آزمایش و کنترل

منبع تغییرات	مجموع مجذورات	درجات آزادی	میانگین مجذورات	مقدار F	سطح معناداری	مجذورات	توان آماری
پیش‌آزمون	۶۷/۰۱	۱	۶۷/۰۱	۸۱/۷۳	۰/۰۰۱	۰/۳۹	۱
گروه	۱۹۸/۴۱	۱	۱۹۸/۴۱	۲۸۹/۰۱	۰/۰۰۱	۰/۶۹	۱
خطا	۷۸/۹	۵۵	۰/۷۲	----	----	----	----

با توجه به جدول (۶) براساس آزمون تعقیبی ال.اس.دی (LCD) و سطح خطای پنج درصد در زمان پس‌آزمون میانگین نمره متغیر دانش رویه‌ای در گروه‌های آزمایش و کنترل اختلاف معناداری دارند (سطح معناداری برابر ۰/۰۰۱). همچنین با توجه به فاصله اطمینان ۹۵ درصدی و یا اختلاف میانگین (که همگی مقادیر مثبت هستند) نتیجه می‌گیریم که میانگین دانش رویه‌ای در گروه آزمایش بیشتر از کنترل است؛ بنابراین نتیجه می‌گیریم به‌کارگیری رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار موجب افزایش دانش رویه‌ای دانش‌جو معلمان می‌گردد.

جدول ۶. مقایسه میانگین نمره دانش رویه‌ای به تفکیک گروه‌ها براساس آزمون ال.اس.دی (LSD)

زمان	گروه اول	گروه دوم	اختلاف میانگین	خطای استاندارد	سطح معناداری	فاصله اطمینان ۹۵٪	
پس‌آزمون	آزمایش	کنترل	۳/۱۳	۰/۱۶	۰/۰۰۱	حد پایین	حد بالا

## بحث و نتیجه‌گیری

در پژوهش حاضر اثربخشی رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار بر دانش مفهومی و رویه‌ای دانشجومعلم‌ان در استفاده از آموزش مجازی «شاد» مورد بررسی و آزمایش قرار گرفت. یافته‌های پژوهش پس از طرح‌ریزی، پیاده‌سازی و ارزیابی از مباحث آموزش داده شده در یک چارچوب شبه‌آزمایشی حاکی از آن است که رویکرد واقعیت‌مدار در آموزش ریاضیات، دانشجومعلم‌ان را وادار به بالا بردن کیفیت تدریس در فضای مجازی کرده است.

این روش آموزشی در میان دانشجومعلم‌ان ریشه در این باور دارد که ریاضیات محصول تلاش فردی است و با به‌کارگیری آن، محیطی ایجاد می‌شود که در آن دانشجومعلم‌ان، می‌توانند دانش ریاضی خود را بازسازی کرده و حس مالکیت بر فرایند کشف ریاضی را توسعه دهند.

این رویکرد اجازه می‌دهد تا تجربیات و دستاوردهای شخصی خود به روند یادگیری ریاضی متصل کنند. این پژوهش که شامل برنامه‌ریزی، اجرا و ارزیابی موضوعات با تکیه بر مفهوم تابع در پایه دهم در یک چارچوب شبه‌تجربی بود، نشان می‌دهد که استفاده از رویکرد واقعیت‌مدار می‌تواند تأثیر مثبتی بر دانش مفهومی و دانش رویه‌ای دانشجومعلم‌ان داشته باشد. در ابتدای اجرای پژوهش، تعدادی از نمونه‌ها، توانایی خلق محتوای آموزشی با تکیه بر ریاضی واقعیت‌مدار را نداشتند و دانش ریاضی آن‌ها غالباً به صورت رویه‌ای بود. پس از اتمام مداخله، ذهنیات و عملکرد دانشجومعلم‌ان به سوی دانش مفهومی و تکیه بر درک مفاهیم تابع تغییر کرد و پیشرفت بهتری مشاهده گردید.

همچنین در ابتدای اجرای مداخله، دانشجومعلم‌ان در طراحی مسئله‌های دنیای واقعی برای طرح موضوع تابع در قالب مسائل عددی و کلامی چالش داشتند، در روال اجرای مداخله، استفاده از بازنمایی‌های تصویری و هر نوع موضوعی که بتواند ارتباط مفهوم تابع را با موضوعات عینی در دنیای اطراف توسط پژوهشگران مطرح گردید تا به آن‌ها کمک شود تا بتوانند محتوایی بر این موضوع طراحی کنند.

در روال اجرای مداخله، سؤالاتی که دانشجومعلم‌ان مطرح می‌کردند، بیشتر در حوزه‌های دانش رویه‌ای و فرمولی بود. تأکید بر مفهومی بودن مبحث تابع در بین دانشجومعلم‌ان در روال اجرای مداخله به صورت مستمر تکرار می‌گردید و تأکید بر این بود که چگونه بر مفهوم تابع در محتوای خود توجه داشته باشند. دیدگاه‌های آن‌ها از نظر دانش مفهومی تغییر یافت. استفاده از رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار در آموزش مجازی «شاد»، بهبود چشمگیری در دانش مفهومی دانشجومعلم‌ان ایجاد کرد؛ زیرا توانستند با کمترین هزینه محتوای آموزشی را ارائه دهند و بتوانند در بستر چنین فضایی با یادگیرندگان آتی خود در رویکرد واقعیت‌مداری فعالیت کنند.

در چنین بستر ساده مجازی‌ای، دانشجومعلم‌ان نقدهایی در مرحله خروجی اجرای مداخله در استفاده از فضای «شاد» ارائه دادند که برخی از نقدها با کسب دانش بیشتر در حوزه مجازی قابل ارتقا بود. برخی دیگر از ضعف‌ها و چالش‌های استفاده از فضای «شاد» را مطرح می‌کردند. دانش مفهومی در طرح سؤالاتی که گروه دانشجومعلم‌ان به صورت مرحله‌به‌مرحله شکل می‌گرفت.

تأکید اولیه دانشجومعلم‌ان بر رعایت ضوابط، فرمول‌ها، شرایط و رسم تابع بود؛ ولی به تدریج با هدایت پژوهشگران،

خواسته شد تا بر مفهوم تابع در مفاهیم عینی دنیای واقعی تأکید شود. مثال‌هایی ارائه گردید که نشان می‌داد مفهوم تابع از دیدگاه دانشجومعلم‌ان تغییر کرده است و بر فرموله کردن و تکیه بر یک رشته اطلاعات از پیش تعیین شده برای مفهوم تابع در بین دانشجومعلم‌ان دیده نمی‌شد. آن‌ها پیش از مداخله، بر اصول فرمولی تابع تأکید داشتند و به تدریج وارد دانش مفهومی تابع شدند.

به‌طور کلی، رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار می‌تواند به‌عنوان یک رویکرد نوآورانه و مؤثر در بستر فضای مجازی «شاد» مورد استفاده قرار گیرد و بهبود قابل توجهی در دانش مفهومی و رویه‌ای دانشجومعلم‌ان را به همراه داشته باشد. اجرای آموزش ریاضی واقعیت‌مدار می‌تواند روشی مؤثر برای ارتقای سطح دانش مفهومی و رویه‌ای در دروس ریاضی حین تحصیل دانشجومعلم‌ان دانست. گنجاندن کاربردهای واقعی ریاضیات در آموزش می‌تواند درک و مشارکت دانشجومعلم‌ان را تا حد زیادی تقویت کند. با ارائه مفاهیم ریاضی به شیوه عملی، دانشجومعلم‌ان قادر به درک ارتباط و کاربرد ریاضیات در زندگی روزمره خود هستند.

درک مفاهیم جبری از جمله مفهوم اساسی تابع اهمیت زیادی برای دانشجومعلم‌ان در آموزش ریاضیات مبتنی بر واقعیت دارد. در ابتدا، برای دانشجومعلم‌ان بسیار مهم است که ماهیت انتقال این مفاهیم اساسی ریاضی را به شیوه‌ای مبتنی بر واقعیت درک کنند. با انجام این کار مفاهیم انتزاعی ریاضی از طریق اشیای ملموس و روایت‌های زندگی واقعی منتقل می‌شوند.

علاوه بر این، ضروری است که دانشجومعلم‌ان رشته آموزش ریاضی استفاده از این روش آموزشی را درک کنند؛ زیرا برای یادگیرندگان مقطع متوسطه ارزشمند و مؤثر است. ایجاد ارتباط بین مفاهیم انتزاعی و کاربردهای دنیای واقعی آن‌ها، یادگیری عمیق‌تر و جامع‌تر را تسهیل می‌کند. از آنجا که هیچ پژوهش داخلی و خارجی به‌صورت عینی به اثربخشی رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار بر دانش مفهومی و رویه‌ای دانشجومعلم‌ان در فضای مجازی پرداخته نشده است، برای بررسی همخوانی یا ناهمخوانی نتایج عینی این یافته با نتایج پژوهش‌های پیشین، موردی پیدا نشد؛ اما می‌توانیم براساس پژوهش‌هایی که در پیشینه ذکر شده است، موارد مشابهی را یافت که تا حدودی با نتایج این مطالعه همسو است.

نتایج این مطالعه با نتایج اولاندی و همکاران (Ulandari et al., 2017)، لستاری و سوریا (Lastari & Surya, 2017)، زکریا و سیامون (Zakaria & Syamaun, 2017)، پورواتی و همکاران (Purwati et al., 2020)، لی و همکاران (Lee et al., 2019) و پژوهشگران ایرانی مانند رفیع‌پور (۱۴۰۰) و یاقتیان و ملکی (۱۳۹۹ ب) در استفاده از رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار نشان می‌دهد که محتوای کتاب‌های درسی و برنامه درسی اجرا شده در مدارس، در حال حاضر مبتنی بر آموزش واقعیت‌مدار نیست. همان‌طور پژوهشگران در این مطالعه نشان دادند، دانشجومعلم‌ان پیش از آموزش واقعیت‌مدار، مفهوم تابع را براساس نمادهای ریاضی و به‌صورت فرموله فراگرفته بودند که از این بابت نشان می‌دهد آنها در زمان تحصیل در مدرسه براساس محتوای رویه‌ای آموزش دیده‌اند.

در بررسی دورنر و آلبیتینگر (۲۰۲۳) در بررسی دانش رویه‌ای و استفاده از فناوری در آموزش ریاضی نشان دادند که استفاده از فناوری و فضای مجازی توانسته است دانش رویه‌ای یادگیرندگان را ارتقا داده است که می‌تواند از این منظر با

نتایج این مطالعه هم‌راستا باشد. استفاده از فناوری و فضای مجازی می‌تواند در ارتقای دانش رویه‌ای و یا فرموله کردن مفاهیم ریاضی اثرات کارآمدتری به نسبت فضای تدریس سنتی داشته باشد (Dorner and Ableitinger, 2023). از آنجاکه در این مطالعه، مداخله جدید اجرایی براساس آموزش واقعیت‌مدار در مفاهیم ریاضی بود، نتایج به‌کارگیری چنین مداخله‌ای تا حدودی با نتایج یافته‌های دیلمقانی‌زاده و شیخ‌زاده (۱۳۹۷) و محمدی (۱۴۰۰) به‌ویژه در حوزه آموزش مجازی از لحاظ ارتقای عملکرد تحصیلی همخوانی دارد. همچنین بررسی‌های حسین و چیکوس (۲۰۲۳) نشان داد که آموزش و اهمیت بر آموزش مبتنی بر دانش مفهومی موجب کاهش اضطراب ریاضی و ارتقای نگرش ریاضی یادگیرندگان شده است که از این دیدگاه، بر اهمیت دانش مفهومی در این مطالعه و نتایج آن بر ارتقای عملکرد ریاضی دانشجومعلم‌ان همسو است (Hussein & Gsikos, 2023).

یافته‌های این مطالعه از لحاظ ارتقای عملکرد تحصیلی در ریاضی بررسی گردید که می‌تواند با رویکرد سویونو و همکاران (۲۰۲۳) از نظر ارتقای انگیزش یادگیری و تفکر سطح بالا (Suyono et al., 2023) و پورناماتاتی و همکاران (۲۰۲۳) از نظر ارتقای توانمندی در استدلال ریاضی یادگیرندگان در اثر استفاده از رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار همسو باشد (Purnamatati et al, 2023).

در بررسی پیشینه‌ها، یافته‌های پژوهشی ناهدی و جاتیسوندا (Nahdi & Jatisunda, 2019)، بریث‌ویت و اسپراگ (Braithwaite & Sprague, 2021)، هورل (Hurrel, 2021) و سالیفو (Salifu, 2021) با مطالعه حاضر از لحاظ اینکه دانش رویه‌ای و مفهومی در میان معلمان و دانشجومعلم‌ان مورد بررسی قرار گرفته است، همسویی دارد. در پژوهش‌های آنها به جایگاه دانش مفهومی و رویه‌ای معلمان/ دانشجومعلم‌ان پرداختند و تلاش بر ارتقای دانش مفهومی بوده است. در این مطالعات بیشتر تأکید بر ارتقای دانش مفهومی آنها بوده است. از این منظر، ارتقای دانش مفهومی و رویه‌ای معلمان/ دانشجومعلم‌ان با یافته‌های این پژوهش همسو است.

با توجه به نتایج این مطالعه، توصیه می‌شود که رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار در آموزش‌های مجازی مورد استفاده قرار بگیرد. این رویکرد آموزشی می‌تواند بهبود قابل توجهی در دانش مفهومی و رویه‌ای دانشجویان معلمان در استفاده از آموزش مجازی ایجاد کند و آنها را به یادگیری فعال‌تر و مشارکت بیشتر در فرایند آموزش تشویق کند. همچنین، این پژوهش می‌تواند به‌عنوان پایه‌ای برای تحقیقات آینده در زمینه بهبود روش‌های آموزش و استفاده از فناوری در آموزش مجازی مورد استفاده قرار بگیرد. تا پیش از این دانشجومعلم‌ان بر اساس دانش رویه‌ای و تنها با تکیه محض بر محتوای کتاب درسی، فکر می‌کردند و تنها ایده‌هایی ارائه می‌دادند که در راستای محتوای انتزاعی کتاب درسی بود. اجرای مداخله واقعیت‌مداری، توجه دانشجومعلم‌ان را به رویکردهای مفهومی و توجه به واقعیت‌های دیگر در دنیای اطراف خود معطوف کرده است.

### پیشنهادها

با تکیه بر نتایج و یافته‌های پژوهشی، پیشنهادهایی در جهت پیشبرد اهداف پژوهش در پژوهش‌های آتی ارائه می‌گردد:

(۱) برنامه‌ریزان و نویسندگان کتاب‌های ریاضی دبیرستان باید به یافته‌های اصلی و جانبی تحقیقات مرتبط توجه ویژه‌ای

داشته باشند و تغییراتی را در کتاب‌های درسی انجام دهند تا محتوا به زندگی واقعی نزدیک‌تر شود؛

(۲) برگزاری دوره‌های ضمن خدمت و کارگاه‌های آموزشی برای دبیران ریاضی به منظور آشنایی با روش‌ها و راهبردهای عملی در آموزش ریاضی با استفاده از رویکرد واقعیت‌مدار؛

(۳) انجام پژوهش در حوزه‌های مختلف، شامل پایه تحصیلی، جامعه و مفاهیم دیگر، به صورت حضوری و در صورت لزوم، به صورت برخط؛

(۴) انجام مطالعات بر مبنای آموزش ریاضی واقعیت‌مدار برای مباحث مهم دیگر مانند حساب و هندسه و فراهم آوردن شرایطی برای ثبت نتایج این مطالعات و سپس استفاده از آن‌ها توسط نویسندگان و معلمان.

همچنین پیشنهاد می‌شود دانشگاه فرهنگیان از این رویکرد نوین آموزشی بهره بگیرد تا بتواند معلمانی ماهر و کارآمد در زمینه آموزش ریاضی تربیت کند.

### محدودیت‌ها

توجه به این نکته نیز ضروری است که پژوهش حاضر مانند دیگر پژوهش‌ها تحت تأثیر محدودیت‌هایی بوده که باعث می‌شوند نتایج پژوهش حاضر نیز متأثر از آن‌ها باشد. با توجه به اینکه اکثر پژوهش‌های داخلی مرتبط با رویکرد آموزش ریاضی واقعیت‌مدار در حوزه محتوایی کتاب‌های ریاضی دبستان انجام شده و پژوهش داخلی با این رویکرد در حوزه کتاب ریاضی دوره دبیرستان و دانشجومعلمان و فضای آموزش مجازی شاد انجام نشده است. همچنین حجم نمونه اندک و محدود به یک گروه خاص از دانشجومعلمان ممکن است قابلیت تعمیم‌پذیری نتایج را محدود کند؛ محدود بودن به دروس و مفاهیم خاصی از ریاضیات ممکن است قابل تعمیم به سایر مباحث نباشد؛ عدم امکان کنترل میزان دقت و جدیت دانشجویان در فرایند آموزش نیز می‌تواند از محدودیت‌های پژوهش باشد.

## منابع و مآخذ

- دیلمقانی‌زاده، سمیرا و شیخ‌زاده، مصطفی. (۱۳۹۷). آموزش و یادگیری با رویکرد واقع‌گرایی، دانش‌آموزان پایه ششم ابتدایی (مطالعه موردی: دانش‌آموزان مدارس دولتی ناحیه ۱ شهرستان ارومیه). **اولین کنفرانس ملی توسعه پایدار در علوم تربیتی و روان‌شناسی ایران، تهران، مرکز بین‌المللی همایش‌ها و سمینارهای توسعه پایدار علوم جهان اسلام.**
- رفیع‌پور، ابوالفضل. (۱۴۰۰). افت نوع اول و دوم در فرایند یاددهی - یادگیری ریاضی در آموزش عمومی. **به‌سوی علوم ریاضی، ۱** (۱)، ۱-۱۳.
- رفیع‌پور، ابوالفضل. (۱۳۹۹). ریاضی واقعیت‌مدار در کلاس درس، **رشد آموزش ریاضی، ۳۸** (۱۳۶)، ۱۰.
- ریحانی، ابراهیم، بخشعلی‌زاده، شهرناز و معینی، شریفه. (۱۳۸۸). بررسی سیر تکامل دانش مفهومی و دانش رویه‌های ریاضی و رابطه میان آن‌ها. **نوآوری‌های آموزشی، ۸** (۱)، ۲۷-۵۱.
- غلام آزاد، سهیلا. (۱۳۹۳). رد پای آموزش ریاضی واقعیت‌مدار در ریاضیات مدرسه‌ای در ایران، **نظریه و عمل در برنامه‌دستی، ۲** (۳)، ۷۰-۸۴.
- محمدی، نوید (۱۴۰۰). رویکرد آموزش ریاضیات واقعیت‌مدار و اثربخشی آن در آموزش مجازی، **سیزدهمین همایش ملی آموزش، تهران، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی.**
- معیری، مرجان و امیری‌پور، پروانه. (۱۴۰۱). اولویت‌بندی صلاحیت‌های حرفه‌ای اساتید ریاضی دانشگاه فرهنگیان با روش تاپسیس فازی. **آموزش و توسعه منابع انسانی، ۹** (۳۴)، ۲۱۸-۲۴۶.
- موننگمری، داگالس (۱۳۸۶). **خلاصه‌ای بر طرح و تجزیه آزمایش‌ها.** (ترجمه، محمدرضا دهقانی)، انتشارات: مؤسسه پلک.
- یافتیان، نرگس و ملکی، فاطمه. (۱۳۹۹ الف). بررسی کتاب ریاضی پایه هشتم بر اساس میزان برقراری ارتباط بین دانش رویه‌ای و دانش مفهومی. **پژوهش‌های برنامه‌دستی، ۱۰** (۱)، ۶۱-۸۵.
- یافتیان، نرگس و ملکی، فاطمه (۱۳۹۹ ب). میزان همسویی کتاب ریاضی پایه هشتم با دیدگاه ریاضیات واقعیت‌مدار، **مطالعات آموزشی و آموزشگاهی، ۹** (۲۲)، ۱۹۳-۲۱۸.
- Arnellis, A., Fauzan, A., Arnawa, I. M., & Yerizon, Y. (2020). The effect of realistic mathematics education approach oriented Higher order thinking skills to achievements' calculus. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1554, No. 1, p. 012033). IOP Publishing. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1554/1/012033>
- Ball DL, Lubienski S, Mewborn D. (2001). *Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge*. In V. Richardson (Ed.), *Handbook of research on teaching* (4th ed., pp. 433-456). New York: Macmillan; <https://www.academia.edu/download/30405802/balllubienkimewbornchapter.pdf>
- Baroody A, Feil Y, Johnson, A. (2007). An alternative reconceptualization of procedural and conceptual knowledge. *Journal for research in mathematics education*. 115-131: <https://doi.org/10.2307/30034952>.
- Braithwaite DW, Sprague L. (2021). Conceptual Knowledge, Procedural Knowledge, and Metacognition in Routine and Nonroutine Problem Solving. *Cognitive Science*. 45:2-28: <https://doi.org/10.1111/cogs.13048>.
- Delmaghani Zadeh S, Sheikhzadeh M. Teaching and Learning with a Realistic Approach, Sixth Grade Elementary Students (Case Study: Students of Government Schools in District 1 of

Urmia City), *the First National Conference on Sustainable Development in Educational and Psychological Sciences in Iran, Tehran*: 2018. [in Persian].

<https://civilica.com/doc/824222/>

- Dorner C, Ableitinger Ch. (2022). Procedural mathematical knowledge and use of technology by senior high school students. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*. 18(12): 1-14: <https://doi.org/10.29333/ejmste/12712>.
- Fiangga S, Palupi ELW, Hidayat D, Prihartiwi NR, Siswono TYE. (2021). Development of digital learning resources for realistic mathematics education in supporting virtual learning during covid-19. In *Journal of Physics: Conference Series*. 1747 (1): 012027: <http://doi:10.1088/1742-6596/1747/1/012027>.
- Gholam Azad S. The trace of realistic mathematics education in the school mathematics in Iran. *Journal of Theory and Practice in Curriculum*. 2014; 2(3): 47-70. [in Persian].  
<http://ensani.ir/file/download/article/20160216093122-10017-17.pdf>
- Hope, M. (2006). Preservice teacher procedural and conceptual understanding of fractions and the effects of inquiry-based learning on this understanding. Unpublished Doctoral Dissertation. Clemson University; 2006:  
[https://tigerprints.clemson.edu/cgi/viewcontent.cgi?referer=&httpsredir=1&article=1037&context=all\\_dissertations](https://tigerprints.clemson.edu/cgi/viewcontent.cgi?referer=&httpsredir=1&article=1037&context=all_dissertations)
- Hussein YF, Csikos C. (2023). The effect of teaching conceptual knowledge on students' achievement, anxiety about, and attitude toward mathematics. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*. 19(2): 1-25:  
<https://doi.org/10.29333/ejmste/12938>
- Hurrell DP. (2021). Conceptual knowledge OR Procedural knowledge OR Conceptual knowledge AND Procedural knowledge: Why the conjunction is important for teachers. *Australian Journal of Teacher Education*. 46(2): 57-71: <http://dx.doi.org/10.14221/ajte.2021v46n2.4>.
- Khashan K.H. (2014). Conceptual and procedural knowledge of rational numbers for Riyadh elementary school teachers. *Journal of Education and Human development*. 3 (4): 181-197: [http://jehdnet.com/journals/jehd/Vol\\_3\\_No\\_4\\_December\\_2014/17.pdf](http://jehdnet.com/journals/jehd/Vol_3_No_4_December_2014/17.pdf)
- Lampert M. (2001). *Teaching problems and the problems of teaching*. Yale University Press.  
<http://dx.doi.org/10.1023/A:1015870009117>
- Laurens T, Batlolona FA, Batlolona, JR, Leasa, M. (2018). How does realistic mathematics education (RME) improve students' mathematics cognitive achievement. *Mathematics, Science and Technology Education*, 14(2): 569-578:  
<https://doi.org/10.12973/ejmste/76959>.
- Lestari L, Surya E. The effectiveness of realistic mathematics education approach on ability of students' mathematical concept understanding. *International Journal of Sciences: Basic and Applied Research (IJSBAR)*. 2017; 34(1): 91-100:  
<http://gssrr.org/index.php?journal=JournalOfBasicAndApplied>
- Lee KH, Kim HJ, Kim HJ, Kim Y. (2019). Effect of realistic mathematics education on mathematics achievement and creativity of Korean students. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 17(7): 1313-1330: <https://doi.org/10.1007/s10763-018-9914-4>
- Khoule A, Bonsu NO, Houari HE. (2017). Impact of Conceptual and Procedural Knowledge on Students Mathematics Anxiety. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*. 4 (1): 8-18: <https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/408312>

- Mohammadi N, Eslampour MJ, Ajdadi M. Reality Mathematics Education Approach and Its Effectiveness in Virtual Education. 13th National Education Conference, Tehran, Iran: 2021. [in Persian], <https://conf.sru.ac.ir/fa/article.php?lrId=124&cnfld=16>
- Murtafiah, M, Saharuddin, S. (2021). Media Pembelajaran Berbasis Realistic Mathematics Education Berbantuan Adobe Flash di Masa Pandemi Covid-19. *SAINTIFIK.*, 7(2): 161-166: <https://doi.org/10.31605/saintifik.v7i2.338>
- Mozafaripour, R.A., Shafiee, S. (2022). A study of virtual education in Shad network from a post-phenomenological perspective. *Erj.* (44): 3: <http://erj.khu.ac.ir/article-1-1061-fa.html>
- Nahdi DS, Jatisunda MG. (2019). Conceptual Understanding and Procedural Knowledge: A Case Study on Learning Mathematics of Fractional Material in Elementary School. *Journal of Physics: Conference Series.* 1477: 1-6: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1477/4/042037>
- Ningtias, Y. (2020). Application Of A Realistic Mathematics Education(RME) Approach To Improve Students' Mathematic Creative Thinking Ability During(RME) Approach To Improve Students' Mathematic Creative Thinking Ability During The COVID-19.
- APPLICATION OF A REALISTIC MATHEMATICS EDUCATION (RME) APPROACH TO IMPROVE STUDENT'S MATHEMATIC CREATIVE THINKING ABILITY DURING (RME) APPROACH TO IMPROVE STUDENT'S MATHEMATIC CREATIVE THINKING ABILITY DURING THE COVID-19.
- Özkaya A, Yetim Karaca, S. (2017). The effects of Realistic Mathematics Education on students' achievements and attitudes in fifth grades mathematics courses. *Education and Teaching (IOJET)*, 4(2): 185-197: <http://iojet.org/index.php/IOJET/article/view/187/162>
- Purwati P, Putra ZH, Noviana E. (2020). Designing a Learning Trajectory of Area and Perimeter of Flat Shapes with Realistic Mathematics Education Approach for Fourth Grade Elementary School. *Kontinu: Jurnal Penelitian Didaktik Matematika*, 7(1): 63-75: <http://dx.doi.org/10.30659/kontinu.7.1.63-75>
- Purnamatati, A. M., Usman, H., & Yunianingsih, E. (2023). Influence a Realistic Mathematics Education Approach and Motivation on Students' Mathematical Reasoning Ability. *Journal of Instructional Mathematics*, 4(1), 13-20. <https://doi.org/10.37640/jim.v4i1.1618>
- Rafiepour A. The decline of type I and type II errors in the process of teaching and learning mathematics in general education. *Toward Mathematics Sciences.* 2021; 1(1): 1-13. [in Persian]. <https://civilica.com/l/96834/>
- Reyhani E, Bakhshalizadeh SH, Moaini T. Investigating the evolution of conceptual knowledge and mathematical procedural knowledge and the relationship between them. *Journal of Educational Innovations.* 2009; 8(1): 27-51 [in Persian]: [https://noavaryedu.oerp.ir/article\\_78896.html](https://noavaryedu.oerp.ir/article_78896.html)
- Robinson K, Dube A. (2009). A Micro genetic study of the multiplication and division inversion concept. *Canadian Journal of Experimental Psychology.* 63(3): 193–200: <http://dx.doi.org/10.1037/a0013908>
- Rittle-Johnson B, Schneider M, Star J. (2015). Not a one-way street: Bi-directional relations between procedural and conceptual knowledge of mathematics. *Educational Psychology Review.* 27: <https://doi.org/10.1007/s10648-015-9302-x>.
- Rittle-Johnson B, Fyfe E, Loehr A. (2016). The content of instruction within a mathematics lesson: Implications for conceptual and procedural knowledge development. *British Journal of Educational Psychology.* 86: 576-591: <https://doi.org/10.1111/bjep.12124>.

- Rittle-Johnson, B., Schneider M. (2014). Developing conceptual and procedural knowledge of mathematics. In R. Kadosh, & A. Dowker (Eds.), *Oxford handbook of numerical cognition* (pp. 1118-1134). Oxford University Press; <https://doi.org/10.1093/oxfordhb/9780199642342.013.014>.
- Salifu AS. (2021). Pre-Service Teachers' Conceptual and Procedural Knowledge of Rational Numbers in E. P. College of Education, Bimbilla, Ghana. *Education Journal*. 10(4): 126-137: <https://doi.org/10.11648/j.edu.20211004.13>
- Skamp RR. (1978). Relational understanding and instrumental understanding. *Arithmetic Teacher*, 26(3): 9-15. <https://doi.org/10.5951/AT.26.3.0009>
- Star JR, Pollack C, Durkin K, Rittle-Johnson B, Lynch K, Newton K, Gogolen C. (2015). Learning from comparison in algebra. *Contemporary Educational Psychology*, 40:41-54: <https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2014.05.005>
- Suyono S, Minarti M, Wiraningsih ED. (2023). The Effect of Realistic Mathematics Education Approach and Learning Motivation to Improving Higher Order Thinking Skills by Controlling Students Intelligence Quotient. *Mathline: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*, 8(3): 1021-1034: <https://doi.org/10.31943/mathline.v8i3.459>
- Ulandari L, Amry Z, Saragih S. (2019) Development of Learning Materials Based on Realistic Mathematics Education Approach to Improve Students' Mathematical Problem-Solving Ability and Self-Efficacy. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 14(2): 375-383: 1306-3030: <https://doi.org/10.29333/iejme/5721>
- Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Drijvers, P. (2020). Realistic mathematics education. *Encyclopedia of mathematics education*, 713-717. [https://www.researchgate.net/profile/NacKuecukgencay/publication/377209600\\_Realistic\\_Mathematics\\_Education/links/659a681f2468df72d3ff8931/Realistic-Mathematics-Education.pdf](https://www.researchgate.net/profile/NacKuecukgencay/publication/377209600_Realistic_Mathematics_Education/links/659a681f2468df72d3ff8931/Realistic-Mathematics-Education.pdf)
- Wijaya, R. P., Budiarto, M. T., & Wijayanti, P. (2021). A Development of Realistic Mathematics Learning Tools to Improve Students' Mathematical Literacy Ability: Development of Realistic Mathematics Learning Tools to Improve Students' Mathematical Literacy Ability. *MEJ (Mathematics Education Journal)*, 5(2), 124-131: <http://dx.doi.org/10.22219/mej.v5i2.116571>
- Yaftian N, Maleki F. Examining the 8th grade math book based on the level of communication between procedural knowledge and conceptual knowledge. *Curriculum research*. 2019; 10(1): 61-85. [in Persian], <https://doi.org/10.22099/jcr.2020.5818>
- Yuanita P, Zulnaldi H, Zakaria E. (2018). The effectiveness of Realistic Mathematics Education approach: The role of mathematical representation as mediator between mathematical belief and problem-solving. *PloS one*, 13(9): e0204847: <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0204847>
- Zakaria E, Syamaun M. (2017) The effect of realistic mathematics education approach on students' achievement and attitudes towards mathematics. *Mathematics Education Trends and Research*. 1(1): 32-40: <https://doi.org/10.5899/2017/metr-00093>