

تحلیل خطاهای دانش آموزان چهارم تجربی در حل مسائل کلامی کاربرد مشتق بر اساس مدل نیومن در شهرستان سمیرم

وحید عالمیان^۱، مجتبی صابری^۲، ملوک حبیبی^۳

چکیده

هدف اصلی این تحقیق، تحلیل خطاهای دانش آموزان چهارم تجربی در حل مسائل کلامی کاربرد مشتق بر اساس الگوی تحلیل خطای نیومن در شهرستان سمیرم می باشد. جامعه آماری این پژوهش شامل کلیه دانش آموزان چهارم تجربی شهرستان سمیرم در سال تحصیلی ۹۶-۱۳۹۵ به تعداد ۱۶۰ نفر بود که از میان آنها تعداد ۱۱۲ نفر به روش نمونه گیری کوکران و با روش تصادفی طبقه ای متناسب با حجم انتخاب گردید. این پژوهش از نظر هدف، کاربردی و از نظر اجرا توصیفی همبستگی می باشد. ابزار گردآوری داده ها، آزمون استاندارد و محقق ساخته ای مشتمل بر ۶ سوال به همراه مصاحبه کیفی بود. روایی سوالات توسط ۲۰ نفر از اساتید و دبیران ریاضی و با استفاده از شاخص نسبت روایی محتوایی (CVR) تایید شد. پایایی آزمون با ضریب آلفای کرونباخ ۰.۸۴ تایید گردید. تجزیه و تحلیل داده های این پژوهش، با استفاده از نرم افزار SPSS ۲۲ در دو سطح آمار توصیفی و استنباطی انجام پذیرفت. یافته های این پژوهش نشان داد بین خطای خواندن، درک، تبدیل، پردازش و رمزگذاری با عملکرد دانش آموزان، رابطه مثبت و معنادار وجود دارد. ضریب همبستگی نیز نشان داد بین ساختار مفهومی و کاربردی رابطه مثبت و معنادار، بین ساختار مفهومی و محاسباتی رابطه مثبت و غیر معنادار و بین ساختار کاربردی و محاسباتی رابطه منفی و معنادار وجود دارد. بیشترین شیوع خطاهای دانش آموزان در سه مرحله اول خطاهای نیومن (سواد غیر ریاضی) می باشد.

واژگان کلیدی: الگوی تحلیل خطای نیومن، مسائل کلامی، کاربرد مشتق، دانش آموزان.

^۱. استادیار گروه علوم پایه، دانشگاه فرهنگیان، ایران، نویسنده مسئول، vahid_alamian@yahoo.com

^۲. دبیر آموزش و پرورش استان اصفهان، ایران.

^۳. عضو هیات علمی دانشگاه فرهنگیان، ایران.

مقدمه

ریاضی یک زبان است. زبانی که با علائم و نشانه‌ها حرف می‌زند و تنها کسانی قادر به تکلم با این زبان هستند که این علائم را بشناسند و قادر به درک اصول و قواعد این زبان باشند. ریاضیات، پس از زبان رسمی هر کشوری، دومین ماده آموزشی، محسوب می‌شود. ریاضیات پایه دانش است و ارتقاء سطح دانش دانش‌آموزان، برای رفتن به یک سطح بالاتر به گسترش یادگیری آنها به ریاضیات بستگی دارد (گریفت و هاوسون^۱، ۱۹۷۴). همچنین ریاضیات پایه و اساس علوم مهندسی است و نقش انکارناپذیری در تمامی علوم از جمله فناوری، اقتصاد، پزشکی، علوم اجتماعی، مدیریت، صنعت، تجارت، فنی مهندسی و غیره دارد. بنابراین آموزش ریاضیات نه تنها در خود این علم، بلکه در دیگر علوم نیز تاثیرگذار است و به همین دلیل است که آموزش ریاضیات نقش و جایگاه ویژه‌ای پیدا می‌کند. در واقع آموزش ریاضیات تنها آموزش مجموعه‌ای از مهارت‌ها نیست و تنها به دانش در محاسبات محدود نمی‌شود، بلکه کمک می‌کند که فرد منطقی‌تر و انتقادی‌تر فکر کند. انجمن ملی معلمان ریاضی^۲ (NCTM, ۲۰۰۰)، در سندی تحت عنوان «اصول و استانداردها برای ریاضیات مدرسه»^۳ تاکید بر این مسئله دارد که هدف از اصلاح آموزش ریاضی عبارت است از تربیت دانش‌آموزانی که در حل مشکلات و مسائل، مهارت دارند. این کار علاوه بر پرورش چنین افرادی، علاقه و انگیزه فراوانی نسبت به علم ریاضی در آنها به وجود می‌آورد. آموزش مفاهیم بنیادی ریاضیات و شیوه‌های مقابله با دشواری‌هایی که به هنگام حل مسائل چالش‌برانگیز ریاضی برای دانش‌آموزان رخ می‌دهند، همواره یکی از دغدغه‌های اساسی مدرسان ریاضی در کلاس‌های درس بوده است. یکی از موضوعات چالش‌برانگیز پیش رو در این کلاس‌ها مسائل کلامی^۴ می‌باشند که به دلیل ماهیت تحلیلی و چالش‌برانگیزی که دارند، غالباً از سوی دانش‌آموزان مورد استقبال قرار نمی‌گیرند، چراکه ساختار مسائل کلامی به گونه‌ای است که دانش‌آموز ابتدا باید بتواند مسئله را بخواند، توانایی فهمیدن مسئله و بازنمایی آن را داشته باشد و بتواند داده‌ها و خواسته‌های مسئله را به زبان ریاضی بیان کند و سپس برای حل مسئله^۵ اقدام کند (قدمی، ۱۳۹۳). یکی از انواع مسائل کلامی که در دنیای واقعی من جمله مهندسی، اقتصاد، پزشکی، صنعت و هر علمی که با مفاهیم اکستریم، کمینه، بیشینه، حداقل، حداکثر و مفاهیمی از این دست سر و کار دارد، مشتق^۶ و کاربرد مشتق^۷ می‌باشد. بدون شک در حل هر مسئله‌ای احتمال بروز خطا^۸ وجود دارد، مسائل مشتق و کاربرد مشتق هم از این قاعده مستثنی نبوده و دانش‌آموزان در حل این نوع مسائل نیز دچار خطا می‌شوند که معلمان نباید این خطاها را نادیده بگیرند بلکه باید برای برطرف کردن آنها با الگوهای تحلیل خطائی که وجود دارد در جهت شناسائی و رفع این خطاها تلاش کنند.

^۱. Griffiths, H. B. & Howson, A. G.

^۲. National Council of Teachers of Mathematics

^۳. Principles and Standards for School Mathematics

^۴. Word Problem

^۵. Problem Solving

^۶. Derivative

^۷. Derivative Application

^۸. Error

مبانی نظری

مسائل کلامی ریاضی، اهمیت و ضرورت آن

پولیا^۱ (۱۹۶۲)، معتقد است واژه مسئله به مفهوم کاملاً گسترده به کار می‌رود بنابراین، قبل از همه، باید به طور دقیق‌تر، روشن کنیم که منظور ما از این واژه چیست. مسئله عبارت است از ضرورت جستجوی آگاهانه وسیله مناسبی، برای رسیدن به هدفی روشن، ولی در بدو امر غیر قابل دسترس. محققان آموزش ریاضی، تعریف‌های فراوان و در عین حال مشابهی برای مسائل کلامی دارند. برای مثال، ورشافل، گریر و دکورت^۲ (۲۰۰۰)، مسائل کلامی را به عنوان شرایط جامعی که بتوان با آن سوالات ریاضی را مفهوم سازی کرد تعریف می‌کنند. آنها همچنین مسائل کلامی را ارائه در شکل مناسب یک ارتباط بین ریاضیات محض و برنامه‌های کاربردی به عنوان یک پدیده مسئله واقعی بیان می‌دارند (آدو و همکاران^۳، ۲۰۱۵). طبق گفته پالم^۴ (۲۰۰۹)، مسائل کلامی ریاضی مانند پوششی است که بر روی مسائل ریاضی دنیای واقعی کشیده شده است که دانش‌آموزان می‌توانند با حل این مسائل آن پوشش را بردارند. همچنین پالم (۲۰۰۹)، مسئله کلامی را تمرینی ریاضی می‌داند که در پوشش یک داستان مطرح می‌شود و دانش‌آموزان بایستی برای حل مسئله آن پوشش را کنار بزنند.

بودیونو^۵ (۲۰۰۸)، مسائل کلامی ریاضیات را آن مسائلی از ریاضیات می‌داند که باید در یک جمله داستانی یا معادله ریاضی برای دانش‌آموزان بیان شوند. مشکلات مسائل کلامی معمولاً در تبدیل زبان مادری به زبان ریاضی و مهارت‌های ادبی بروز پیدا می‌کنند. مسائل کلامی آن دسته از تمرین‌های ارائه شده در درس هستند که به طور کامل یا تا حد زیادی با استفاده از کلمات برای توصیف تمرین‌های ریاضی به کار می‌روند (آدو و همکاران، ۲۰۱۵). برای پیوند ریاضیات به جهان خارج از مدرسه، بسیاری از اعمال محاسباتی به صورت مسئله بیان شده‌اند که یکی از دلایل این کار واقع بینانه‌تر کردن ریاضیات است. با این حال این کار می‌تواند لایه دیگری از پیچیدگی را از طریق زبان برای دانش‌آموزان ایجاد نماید. یکی از مشکلات آموزش و یادگیری ریاضیات این است که دانش‌آموزان ریاضیات مدرسه را به گونه‌ای خاص درک می‌کنند. آنها به فرهنگ کلاس درس می‌رسند که در آن پاسخ مد نظر است (یورگنسن و دال^۶، ۲۰۱۱). مسائل کلامی، علی‌رغم دشواری، اهمیت فراوانی در ریاضیات دارند. اهمیت این مسائل در برنامه درسی ریاضی، از یک سو و دشواری حل آنها از سوی دیگر سبب شده است تا پژوهش‌گران آموزش ریاضی و روان‌شناسانی که علاقمند به پژوهش در حوزه ریاضیات هستند، به مسائل کلامی ریاضی، توجه ویژه داشته باشند (سلیمی، ۱۳۹۳).

به دلیل حضور ملموس و واقعی مسائل کلامی در زندگی روزمره، این مسائل اهمیت ویژه‌ای پیدا می‌کنند و ضرورت پرداختن به آنها حس می‌شود.

۱. Polya

۲. Verschaffel & Greer & Decorte

۳. Adu et al

۴. Palm

۵. Budiyono

۶. Jorgensen & Dahl

حل مسائل کلامی

حل مسئله نوعی از یادگیری بسیار پیچیده است. مسئله و تلاش برای حل آن جزئی از زندگی هر فرد است. روند حل مسئله عبارت است از جست و جوی راه خروج از دشواری‌ها یا مسیر عبور از مانع‌ها، این است روند دستیابی به هدف، که در آغاز کار چندان قابل دسترس به نظر نمی‌رسد. "حل مسئله" عبارت است از فرایند شناختی-رفتاری که توسط خود فرد هدایت می‌شود و فرد سعی می‌کند با کمک آن راه حل‌های مؤثر یا سازگارانه‌ای برای مسائل زندگی روزمره خویش پیدا کند. به این ترتیب حل مسئله، یک فرایند آگاهانه، منطقی و هدفمند است (دوزوریلا و نیزو^۱، ۲۰۰۱).

خطا در حل مسائل کلامی

نقطه نظرات گوناگونی پیرامون خطاهای دانش‌آموزان در حل مسائل کلامی مطرح شده است. یافته‌های مطالعه احمد^۲ (۲۰۱۰)، نشان می‌دهد عامل عمده خطاهای یادگیرندگان، ترجمه از شکل داستانی به نمادگذاری‌های ریاضی است. او همچنین اشاره می‌کند که عدم تجسم یا عدم توانایی برای استخراج تصاویر ذهنی توسط آنان، به عدم توانایی در استدلال ریاضی می‌انجامد. بر اساس مطالعه آکوستا^۳ (۲۰۱۰)، منبع خطاهای دانش‌آموزان می‌تواند عدم تناسب و انطباق روشهای آموزشی و شیوه ارزیابی دانش‌آموزان باشد.

زکریا و یوسف^۴ (۲۰۰۹)، استدلال کرده‌اند که خطای دانش‌آموزان در حل مسائل کلامی، ناشی از ضعیف بودن آنها نیست، بلکه به دلیل ضعف استراتژی‌هایی است که در حل مسائل به کار می‌گیرند. آنها استدلال می‌کنند که دانش‌آموزان وقتی مفهوم سوالات را نمی‌فهمند در نتیجه توانایی به کارگیری راهبرد صحیحی برای حل آن را ندارند. در واقع، در حل مسائل کلامی، خطاها و مشکلاتی به وجود می‌آید. الگوی تحلیل خطای نیومن^۵ یکی از شناخته شده ترین الگوهای تحلیل خطاست که در ادامه به معرفی آن پرداخته می‌شود.

سلسله مراتب خطاهای نیومن

در اواسط دهه ۱۹۷۰ یک آموزشگر زبان استرالیایی به نام آنی نیومن^۶ (۱۹۷۷)، یک روش سیستماتیک برای تجزیه و تحلیل خطاها پدید آورد و توسط دانشجویانش توسعه داده شد. با توجه به مدل نیومن هر شخص با یک مسئله ریاضی نوشته شده مواجه شده است که نیاز به پیروی از یک دنباله ثابت دارد.

-
۱. Dzorilla & Nezu
 ۲. Ahmad
 ۳. Acosta
 ۴. Zakaria & Yusoff
 ۵. Newmans Error Analysis (NEA)
 ۶. Ani Newman
 ۷. Read
 ۸. Understanding
 ۹. Conversion
 ۱۰. Processing skills
 ۱۱. Encryption
 ۱۲. Clements & Ellerton

خواندن^۲ یا رمزگشایی، درک^۳، تبدیل^۴ یا ریاضی کردن، مهارت‌های پردازش^۱ و رمزگذاری^۱ مراحل تحلیل خطای نیومن هستند (کلمنتس و الرتون^{۱۱}، ۱۹۹۶).

نیومن (۱۹۷۷ و ۱۹۸۳)، پنج مهارت سواد خاص و مهارت‌های پردازش را به عنوان مهم‌ترین نکته برای عملکرد در مسائل کلامی ریاضی مطرح کرد که این مهارت‌ها شامل خواندن، درک، تبدیل، پردازش و رمزگذاری هستند. NEA یک چارچوب برای در نظر گرفتن دلایلی که به مشکلات و خطاهای دانش‌آموزان در حل مسائل به وجود می‌آید را فراهم می‌کند تا معلمان به کمک این نتایج بتوانند این مشکلات را برطرف کنند. NEA همچنین دستورالعمل‌هایی را برای جاهایی که معلمان می‌توانند راهکارهای آموزشی موثر برای غلبه بر آنها را هدف قرار دهند ارائه می‌کند.

تجزیه و تحلیل خطاهای نیومن (NEA) یکی از ساده‌ترین روش‌ها را برای استفاده و انطباق ارائه می‌دهد و در بین معلمان به دلیل سهولت ویژگی‌های تشخیصی، محبوبیت فراوانی دارد. همچنین NEA توسط استادان به عنوان یک استراتژی حل مسئله برای دانش‌آموزان و نیز برای استراتژی آموزشی کلاس درس مورد استفاده قرار می‌گیرد (کلمنتس و الرتون، ۱۹۹۶).

در حل مسائل کلامی می‌توان گام به گام مدل نیومن را به دانش‌آموزان آموزش داد که طبق دستورالعمل زیر است.

۱. سوالات داده شده را با دقت بخوانید. (خواندن)
 ۲. آنچه را که می‌دانید بنویسید و آنچه را که در مسئله داده شده است را بپرسید. (درک)
 ۳. فرمول‌هایی را که استفاده می‌کنید بنویسید. (تبدیل)
 ۴. مراحل پاسخ را به وضوح همراه با جزئیات بنویسید. (مهارت‌های پردازش)
 ۵. سوال و پاسخ و نتیجه‌ای را که از محاسباتان به دست می‌آورید را بنویسید. (رمزگذاری)
- پژوهشگران در کشورهای مختلف، پژوهش‌های زیادی در مورد سلسله مراتب خطاهای نیومن انجام دادند که هر کدام تعاریف مشابهی در مورد هر کدام از خطاهای خواندن، درک، تبدیل، پردازش و رمزگذاری بیان کردند که در زیر به چند مورد از آنها اشاره می‌شود.

ایوان جونادی و همکاران^۱ (۲۰۱۵)، بیان می‌کنند:

خواندن: دانش‌آموز معنی یک نماد یا اصطلاح در مسئله را نمی‌داند.

درک: دانش‌آموز متوجه معنی مسئله و یا خواسته مسئله و یا نوشتن داده‌های مسئله نمی‌شود.

تبدیل: دانش‌آموز فرمولی که استفاده می‌شود را فراموش کرده یا نمی‌داند از چه روشی باید انجام دهد.

مهارت‌های پردازش: دانش‌آموز نمی‌تواند الگوریتم حل مسئله را به درستی و به ترتیب انجام دهد.

رمزگذاری: دانش‌آموز نمی‌تواند بر اساس خواسته سوال پاسخ دهد.

خطای زبان: دانش‌آموز نمی‌تواند ترجمه خوبی از سوال داشته باشد به خصوص در زبان انگلیسی.

^۱. Iwan Junadi

^۲. White

^۳. Singh & Rahman & Hoon

^۴. Jha

^۵. Prakitipong & Nakamura

از نوشته‌های وایت^۲ (۲۰۰۵)، سینگ، رحمان و هون^۳ (۲۰۱۲)، جی‌ها^۴ (۲۰۱۲)، پراکیتی پونگ و ناکامورا^۵ (۲۰۰۶) می‌توان نتیجه گرفت که علل اشتباه دانش‌آموزان در حل مسائل ریاضی با روش نیومن به شرح زیر است:

۱. خطای خواندن: اگر دانش‌آموزان خطای خواندن دارند به این معنا نیست که نمی‌توانند سوال را درک کنند بلکه به این معنا است که معنای نمادها، اصطلاحات و یا کلمات مورد استفاده در مسئله را نمی‌دانند.
۲. خطای درک: معنای واقعی آنچه را که در مسئله بیان شده است را درک نمی‌کنند.
۳. خطای تبدیل: به این معنی است که دانش‌آموزان، استراتژی‌ها یا روش‌های مورد استفاده در مسئله را نمی‌دانند و یا نمی‌توانند تشخیص دهند که از کدام فرمول باید استفاده کنند.
۴. خطای مهارت‌های پردازش: به این معناست که پاسخ دانش‌آموزان مطابق با الگوریتم درستی نیست.
۵. خطای رمزگذاری به این معنا است که دانش‌آموز بر اساس آنچه که توسط مسئله خواسته شده است قادر به پاسخ نیست (ایوان جونادی و همکاران، ۲۰۱۵).

پراکیتی پونگ و ناکامورا (۲۰۰۶)، خطاها را به صورت زیر تعریف می‌کنند:

۱. سطح خواندن: آیا دانش‌آموز می‌تواند این سوال را بخواند؟ (شناخت ساده کلمات و نمادها)
 ۲. سطح درک: آیا دانش‌آموز می‌تواند معنی سوال را درک کند؟ (درک زبان شناختی مسائل)
 ۳. سطح تبدیل: آیا دانش‌آموز می‌تواند عملیات یا روش ریاضی مناسبی را انتخاب کند؟ (تبدیل از درک زبانی به تفسیر ریاضی)
 ۴. سطح پردازش: آیا دانش‌آموز می‌تواند محاسبات ریاضی را دقیق انجام دهد؟ (اجرای پردازش ریاضی)
- سطح رمزگذاری: آیا دانش‌آموز می‌تواند جواب مناسب ارائه دهد؟ (نمایش نتایج حاصل از پردازش ریاضی).

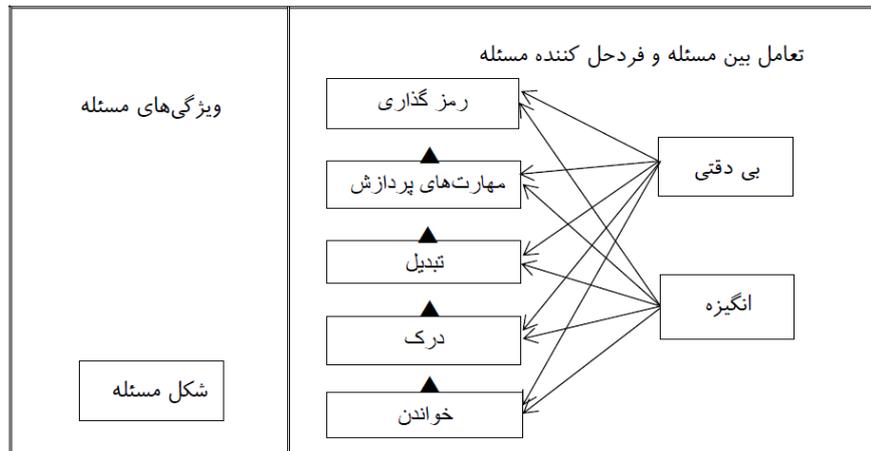
اقتباس‌ها از سلسله مراتب خطای نیومن

یک سال بعد از نیومن، فردی به نام کیسی^۱ (۱۹۷۸)، مدل خطای نیومن را کمی بسط داد. کیسی معتقد بود یک فرد در حل مسئله ریاضی می‌تواند در هر یک از مراحل مدل نیومن خطاهای زیادی داشته باشد. در مدل کیسی یک فرد زمانی که پاسخ اشتباه می‌دهد، باید راهنمایی شود و به مراحل قبلی رجوع داده شود تا دانش‌آموز متوجه مشکل شود و در صدد حل مشکل برآید. در این مطالعه، مصاحبه‌کنندگان به دانش‌آموزان کمک می‌کنند تا بر خطاها غلبه کنند، اگر دانش‌آموزان خطا را درک نمی‌کردند، مصاحبه‌کنندگان معنی سوال را برای آنها توضیح می‌دادند. اما در مدل نیومن، مصاحبه‌گر در روند حل مسئله دانش‌آموز دخالتی نداشته و زمانی که فرد، ناتوان در حل مسئله می‌شود مدل نیومن بیان می‌کرد که خطا در این سطح رخ داده است و تلاشی برای کمک به آزمودنی برای حل مسئله و پی بردن به خطای رخ داده نمی‌کرد. بنابراین مطالعه وی، یک دانش‌آموز را قادر می‌ساخت تعدادی خطا در یک سوال انجام دهد بنابراین مقایسه تفسیرهای آن با نیومن دشوار به نظر می‌رسد (گل کاشانی و همکاران، ۱۳۹۳).

اقتباس دوم توسط الرتون و کلمنتس (۱۹۹۷)، بیان شده است که در این اقتباس پیشنهاد شده است که از فرم اصلاح روش مصاحبه نیومن برای تحلیل پاسخ‌های دانش‌آموزان استفاده شود. در این روش تمامی پاسخ‌ها چه درست و نادرست مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفتند. پاسخ صحیح که پس از تجزیه و

۱. Casçy

تحلیل با شناخت کافی از مفاهیم اصلی و یا مهارت‌ها و یا روابط آزمایش شده در سوال مطابقت نداشت، با یک خطا همراه بود حتی اگر پاسخ درست بود. اصطلاحاتی که الرتون و کلمنتس انجام دادند منجر به پذیرش یک تعریف کمی متفاوت از خطای بی‌دقتی شد که قبلاً توسط کلمنتس (۱۹۸۲) ارائه شده بود (کلمنتس و الرتون، ۱۹۹۶). کلمنتس (۱۹۸۰) از طریق نمایش نمودار به شرح مناسبی از تکنیک نیومن پرداخته است.



شکل ۱. سلسله مراتب خطای نیومن (برگرفته از کلمنتس، ۱۹۹۶، ص ۹۱).

از دیدگاه کلمنتس (۱۹۸۰) گروهی از خطاها ناشی از قالب سوال هستند و گروهی از تعامل بین سوال و حل‌کننده مسئله، که اساساً باید بین آنها تمایز قائل شد (که در نمودار بالا قابل ملاحظه است). این دو خطا عبارتند از خطای بی‌دقتی^۱ و خطای انگیزه^۲ همچنان که در نمودار دیده می‌شود این دو خطا جدا از سلسله مراتب نیومن هستند و در عین حال می‌توانند در هر مرحله از حل مسئله رخ دهند. برای نمونه بی‌دقتی می‌تواند در خواندن مسئله رخ دهد، در درک و فهم سوال رخ دهد و یا موارد دیگر، به طور مشابه ممکن است مسئله حل‌کننده، مسئله را بخواند و آن را درک کند و برای یافتن جواب روشی را پیدا کند اما به دلیل فقدان انگیزه کافی از ادامه آن امتناع ورزد (راستی‌زاده و بهزادی، ۱۳۹۵).

مشتق

مشتق یکی از مهمترین مفاهیم ریاضی است که نقش مهمی در دیگر مفاهیم ریاضیات و همچنین کاربردهای قابل توجهی در علوم مختلف دارد. تعابیر مختلفی برای مشتق وجود دارد من جمله:

۱. مشتق به عنوان یک تابع
۲. مشتق به عنوان نرخ تغییرات
۳. مشتق به عنوان شیب خط مماس.

منظور از تعریف مشتق به دست آوردن مشتق تابع با استفاده از تعریف مشتق می‌باشد که به صورت زیر ارائه می‌گردد:

۱. Careless
۲. Motivation

فرض کنید $f(x)$ تابعی از x باشد. اگر حد $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ موجود و متناهی باشد، این حد را مشتق f در x می‌نامیم و می‌گوئیم f در x مشتق پذیر است.

بیان مسئله

حل مسئله یکی از مهم‌ترین رویکردهای یادگیری در ریاضی است به طوری که در برخی کشورها، آموزش دروس، مبتنی بر رویکرد حل مسئله است. علم الهادی (۱۳۸۸)، بیان می‌کند که اگر نگوییم که ریاضیات یعنی حل مسئله، باید اذعان نمود که حل مسئله باید بخش عمده‌ای از دانش و تجربه هر شاگردی در عرصه کار ریاضی باشد.

یکی از مهم‌ترین مسائل ریاضی، مسائل کلامی است. متأسفانه دانش‌آموزان اغلب در استفاده از مطالب ارائه شده در کلاس ریاضی موفق نیستند که مهمترین مشکل دانش‌آموزان در مسائل ریاضی، ناتوانی آنها در درک و فهم مسئله است، آنها نمی‌توانند به خوبی درک کنند که مسئله از آنها چه خواسته است و باید به دنبال چه چیزی باشند. در همین راستا نوراسیا^۱ (۲۰۰۲)، بیان می‌دارد که عمدتاً دانش‌آموزان در حل مسائل کلامی و در درک زبان ریاضیات مشکل دارند و در حل مسائل ریاضی با شکست مواجه می‌شوند که علت این شکست و عدم موفقیت آنها این است که آنها در درک زبان ریاضی و تفسیر جملات برای ادامه روند مهارت‌های پردازش و در نهایت حل مسئله مشکل دارند.

از سوئی یکی از مسائل کلامی رایج، مسائل مربوط به کاربرد مشتق است که یکی از پرکاربردترین مفاهیم ریاضی در مهندسی، اقتصاد و جامعه شناسی، دریانوردی، پزشکی و ... است که به صورت جلوه‌ای از مسائل واقعی و کلامی در ریاضیات بروز می‌کند. از طرفی هر جا مسئله وجود داشته باشد مسئله حل کن و خطاهائی که او در حل مسئله انجام می‌دهد نیز وجود دارد.

محقق که خود دبیر ریاضی بوده و در دبیرستان مشغول تدریس است بارها به عینه دیده است که دانش‌آموزان اگرچه تکنیک‌های مشتق‌گیری را به خوبی می‌دانستند و از عهده مشتق‌گیری بر می‌آمدند ولی وقتی به مسائل کاربرد مشتق می‌رسیدند، نمی‌توانستند به خوبی از پس این نوع سوالات برآیند و خطاهائی در حل این نوع سوالات مرتکب می‌شدند، پس بر آن شد با الگوی تحلیل خطائی که توسط آنی نیومن در دهه ۷۰ میلادی معرفی شد و الگوی تحلیل خطای نیومن (NEA) نامیده شد به تحلیل خطاهای دانش‌آموزان، میزان شیوع آنها و ارتباط آنها با عملکرد دانش‌آموزان در مسائل کلامی کاربرد مشتق پردازد.

پرسش‌های تحقیق

با توجه به اهمیت کاربرد مشتق در ریاضیات و همچنین خطاهای به وجود آمده در این زمینه، این مطالعه تلاش می‌کند تا به سوالات زیر پاسخ دهد:

۱. آیا بین خطای خواندن و عملکرد دانش‌آموزان چهارم تجربی در حل مسائل کلامی کاربرد مشتق رابطه وجود دارد؟
۲. آیا بین خطای درک و عملکرد دانش‌آموزان چهارم تجربی در حل مسائل کلامی کاربرد مشتق رابطه وجود دارد؟
۳. آیا بین خطای تبدیل و عملکرد دانش‌آموزان چهارم تجربی در حل مسائل کلامی کاربرد مشتق رابطه وجود دارد؟
۴. آیا بین خطای مهارت‌های پردازش و عملکرد دانش‌آموزان چهارم تجربی در حل مسائل کلامی کاربرد مشتق رابطه وجود دارد؟

^۱. Norasiah

۵. آیا بین خطای رمزگذاری و عملکرد دانش‌آموزان چهارم تجربی در حل مسائل کلامی کاربرد مشتق رابطه وجود دارد؟
۶. آیا بین عملکرد دانش‌آموزان و خطاهای آنها در سه نوع ساختار مفهومی^۱، کاربردی^۲ و محاسباتی^۳ رابطه وجود دارد؟
۷. آیا بین خطاهای دانش‌آموزان در مقایسه دو به دو ساختار سوالات رابطه وجود دارد؟
۸. میزان شیوع خطاها در حل مسائل کلامی کاربرد مشتق چه اندازه است؟

پیشینه تحقیق

تحقیقات داخلی

از پژوهش‌هایی که در زمینه بررسی خطاهای نیومن در کشورمان صورت گرفته است می‌توان به پژوهش‌های زیر اشاره کرد:

۱. سمیه سلطانی‌دزکی (۱۳۹۲)، پژوهشی با عنوان بررسی خطاهای دانش‌آموزان پایه پنجم ابتدایی در حل مسائل کلامی ریاضی بر اساس الگوی تحلیل خطاهای نیومن صورت داد. نتیجه این پژوهش بیانگر این مطلب است که بالاترین میانگین خطا در بین دانش‌آموزان، مربوط به خطای درک با ۲۴٫۷٪ و کمترین خطا با ۳٫۵٪ فراوانی مربوط به خطای تبدیل در بین دانش‌آموزان بوده است.
۲. اسماعیلی و رفیع‌پور (۱۳۹۳)، در پژوهشی در مورد تحلیل خطاهای نیومن روی دانش‌آموزان پایه پنجم ابتدایی به این نتیجه رسیدند که، حدود ۷۱٪ از خطاهای دانش‌آموزان مربوط به خواندن، درک و تبدیل و فقط ۱٫۶٪ از خطاها مربوط به مهارت‌های فرآیندی و کدگذاری بوده است.
۳. مجدی و همکاران (۱۳۹۵)، پژوهشی تحت عنوان تحلیل خطای حل مسائل کلامی دانش‌آموزان کلاس چهارم ابتدایی انجام داده‌اند. بررسی پاسخ دانش‌آموزان نشان داد مانند مطالعات سایر کشورها، بیشتر خطای آنها در مرحله سوم (تبدیل) بوده و این نشان می‌دهد که مشکل آنها مربوط به سواد ریاضی آنها نمی‌باشد.
۴. سمیه اسدنژاد و نرگس یافتیان (۱۳۹۵)، پژوهشی تحت عنوان ارزیابی خطاهای دانش‌آموزان در حل مسائل کلامی بر اساس تحلیل نیومی بر روی دانش‌آموزان پایه چهارم ابتدایی انجام دادند. نتایج حاصل از این پژوهش نشان داد نتایج این پژوهش نشان داد که اغلب خطاهای دانش‌آموزان، در سه سطح اول یعنی مربوط به خطای خواندن، درک و تبدیل بود.
۵. عنایت‌الله راستی‌زاده و محمدحسن بهزادی (۱۳۹۵)، پژوهشی تحت عنوان "بررسی تاثیر آموزش حل مسائل کلامی ریاضی بر کاهش خطاهای دانش‌آموزان بر اساس مدل نیومن" انجام دادند. نتایج حاصل از این پژوهش نشان داد که آموزش حل مسائل کلامی ریاضی با رویکرد استفاده از مثال‌ها و تأکید بر روش‌ها در کاهش خطاهای دانش‌آموزان، تفاوت معناداری ایجاد کرده است.
۶. مجدی و همکاران (۱۳۹۵)، پژوهشی تحت عنوان تحلیل خطای حل مسائل کلامی دانش‌آموزان کلاس چهارم ابتدایی انجام دادند. بررسی پاسخ دانش‌آموزان نشان داد که بیشتر خطای آنها در مرحله سوم یا تبدیل بوده و این نشان می‌دهد که مشکل دانش‌آموزان مربوط به سواد ریاضی آنها نمی‌باشد.

۱. Conceptual Structure

۲. Practical Structure

۳. Computational Structure

پیشینه تحقیقات خارجی

در دهه ۱۹۸۰ و ۱۹۹۰، تجزیه و تحلیل خطاهای نیومن عمدتاً توسط کلمنتس (۱۹۸۰؛ ۱۹۸۲؛ ۱۹۸۴) و با همکاری الرتون (کلمنتس و الرتون، ۱۹۹۲؛ ۱۹۹۳؛ ۱۹۹۵) و (الرتون و کلمنتس، ۱۹۹۱؛ ۱۹۹۶؛ ۱۹۹۷) به طور عمده در استرالیا مورد حمایت قرار گرفت. دیگرانی نیز وجود داشتند که تجزیه و تحلیل خطاهای نیومن را به طور گسترده در سراسر منطقه آسیا و اقیانوس آرام گسترش داده‌اند. تعدادی از مطالعات در زمینه تحلیل خطاهای نیومن در مدارس جنوب شرقی آسیا انجام شده است. کشورهای آسیایی که این مطالعات را انجام داده‌اند به این نتیجه رسیدند که درصد زیادی از خطاهای حل مسئله در مرحله تبدیل و ما قبل از آن انجام شده است که در زیر به نمونه‌هایی از این تحقیقات اشاره می‌کنیم.

۱. ماریناس و کلمنتس^۱ (۱۹۹۰)، مطالعه‌ای را روی دانش‌آموزان سال هفتم در مالزی انجام دادند و به این نتیجه رسیدند که ۷۱٪ خطاها در مرحله تبدیل و ما قبل آن انجام شده است.

۲. سینگاتات^۲ (۱۹۹۱)، در مطالعه‌ای روی دانش‌آموزان تایلندی دریافت که ۶۸ درصد از خطاها در سه مرحله اول سلسله مراتب نیومن بود (نقل در وایت، ۲۰۱۰).

۳. کلمنتس و الرتون (۱۹۹۶)، پژوهشی تحت عنوان تجزیه و تحلیل خطاهای نیومن و مقایسه دانش‌آموزان سال هفتم مالزی و استرالیا انجام دادند نتایج این پژوهش نشان داد که خطای کلی برای دانش‌آموزان مالزی و استرالیا نسبتاً مشابه بود اما تفاوت‌هایی نیز وجود داشت که نشان می‌دهد که دانش‌آموزان استرالیایی بهتر از هم‌تایان مالزیایی خود مسائل کلامی را حل کرده‌اند.

۴. وایت (۲۰۱۰)، پژوهشی تحت عنوان تجزیه و تحلیل خطاهای نیومن در شمارش و حساب بر روی ۱۲۱۳ دانش‌آموز سیدنی انجام داد. نتایج این پژوهش نشان داد که ورود تجزیه و تحلیل خطاهای نیومن یک ارزیابی تشخیصی قدرتمند در کلاس‌ها و همچنین یک ابزار آموزشی مناسب برای ارزشیابی، تجزیه و تحلیل و پذیرش دانش‌آموزانی است که با مسائل کلامی ریاضی مشکل دارند.

۵. ایوان جونادی و همکاران (۲۰۱۵)، پژوهشی تحت عنوان علل خطاهای دانش‌آموزان در حل مسائل ریاضیات گسسته بر اساس مدل نیومن به عنوان یک ابزار ارتقاء خلاقیت انجام دادند. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد خلاقیت دانش‌آموزان را می‌توان با آماده سازی ابزارهای تحقیق پیشرفته و آموزش مناسب توسعه داد. بر اساس تجزیه و تحلیل خطاهای نیومن از بین این دانش‌آموزان ۱ نفر خطای خواندن ۲ نفر خطای درک ۳ نفر خطای تبدیل ۱۲ نفر خطای پردازش و ۹ نفر خطای رمزگذاری داشتند، خطای بی‌دقتی وجود نداشته، ۳ نفر بدون خطا بوده و ۲ نفر هم خطای زبان داشتند.

۶. جی ها (۲۰۱۲)، پژوهشی بر روی خطاهای نیومن انجام داد، طبق نتایج تحقیقات وی، بیشتر خطاهای دانش‌آموزان در درک و تبدیل و کمترین خطاها مربوط به خواندن بوده است.

۷. ترنس^۳ (۲۰۱۳)، مشکلات دانشجویان مهندسی را در رابطه با حل مسائل کلامی مورد بررسی قرار داده است. نتایج این پژوهش نشان داد که بیش از ۷۰٪ خطاهای دانشجویان، مربوط به خطاهای درک و تبدیل بوده است.

^۱. Marinas & Clements

^۲. Singhatat

^۳. Trance

رخیمه و همکاران^۲(۲۰۱۵)، در دانشگاه ایالتی سمارانگ پژوهشی تحت عنوان تجزیه و تحلیل خطاهای دانش‌آموزان در حل مسائل کلامی ریاضی در دنیای واقعی بر اساس مدل نیومن انجام دادند، در این پژوهش بیشترین خطاهایی که توسط دانش‌آموزان گروه بهتر انجام شد عبارتند از درک، تبدیل و مهارت‌های پردازش، و اشتباهات گروه میانی عبارت بودند از درک، تبدیل، مهارت‌های پردازش و بی‌دقتی، و خطاهای گروه ضعیف تر عبارت بودند از خطای خواندن و درک.

روش و طرح تحقیق

این پژوهش از نظر هدف کاربردی و از نظر اجرا توصیفی همبستگی می‌باشد. این تحقیق از آن جایی که به بررسی وضع موجود می‌پردازد، در قلمرو تحقیقات توصیفی قرار دارد و از آن جایی که محقق درصدد بررسی تحلیل عملکرد دانش‌آموزان با سلسله مراتب خطاهای نیومن می‌باشد در قلمرو همبستگی قرار می‌گیرد.

جامعه آماری این پژوهش شامل کلیه دانش‌آموزان چهارم تجربی شهرستان سمیرم به تعداد ۱۶۰ نفر بود که در سال تحصیلی ۹۶-۱۳۹۵ در این شهرستان مشغول به تحصیل بودند. حجم نمونه با استفاده از فرمول حجم نمونه کوکران^۳ ۱۱۲ نفر به دست آمد. در تحقیق حاضر، از روش نمونه‌گیری تصادفی طبقه‌ای متناسب با حجم استفاده شد.

در این پژوهش داده‌ها و اطلاعات به دو روش کتابخانه‌ای و میدانی گردآوری شده است. سوالات اولیه آزمون توسط ۵ نفر از اساتید دانشگاه و ۱۵ نفر از دبیران باتجربه ریاضی تایید شد.

ضریب آلفای کرونباخ^۴ نشان داد میزان پایایی هر یک از سوالات و پایایی کل در سطح خطای ۰/۰۵ معنادار است و پایایی آزمون مورد تایید است.

چگونگی اجرای تحقیق

برای مشخص کردن خطای دانش‌آموزان در حل مسائل کاربرد مشتق، از یک آزمون، شامل شش مسئله ریاضی بر اساس محتوای کاربرد مشتق کلاس چهارم تجربی که روائی و پایایی آنها مورد تایید قرار گرفته بود استفاده گردید. ۴۵ دقیقه وقت به دانش‌آموزان داده شد تا به سوالات پاسخ دهند. سپس با تمامی دانش‌آموزان بر اساس الگوی نیومن مصاحبه گردید.

پس از پرسیدن سوالات توسط مصاحبه‌گر، خطاهای آنان در هر مرحله طبق جداول طراحی شده مشابه جدول ۱ برای سوال ۵ برای همه سوالات تشخیص و ثبت شد.

۲. Rokhimah et al

۳. Cochran

۴. Cronbachs Alpha

جدول ۱ شاخصهای تعیین نوع خطا در سوال ۵

نوع خطا ←	شاخص ↓	خواندن	درک	تبدیل	برداشت	روگرگذاری
	در خواندن صورت سوال دچار خطا می گردد.	✓				
	عدد ۴۰۰ را به عنوان مساحت زمین درک نمی کند. منظور از حداقل مقدار دیوار چینی را متوجه نمی شود.		✓			
	فرمول محیط یا مساحت مستطیل را نمی داند. رابطه بین حداقل محیط و مشتق را نمی داند.			✓		
	در به دست آوردن یک متغیر بر حسب دیگری از رابطه مساحت دچار مشکل است. در جایگذاری مقدار $\frac{400}{x}$ به جای y یا $\frac{400}{y}$ به جای x در فرمول محیط دچار مشکل است. نمی داند که باید محیط را بر حسب یک متغیر بنویسد. نمی داند که از رابطه به دست آمده برای محیط باید مشتق بگیرد. در محاسبه مشتق توابع کسری دچار خطا می گردد. نمی داند وقتی کسری صفر می شود صورت کسر باید صفر باشد.				✓	
	نمی داند که برای به دست آوردن اکستریم باید مقدار مشتق را برابر صفر قرار دهد. در محاسبه نهائی متغیر اول دچار خطا می شود. در جایگذاری متغیر اول در تابع مساحت برای به دست آوردن مقدار متغیر دوم دچار اشتباه می شود. در جواب نهائی مقدار منفی را به عنوان یک جواب غیر قابل قبول برای طول و عرض زمین تشخیص نمی دهد. در ساده کردن محاسبات عددی ساده یا محاسباتی که کاملاً تسلط دارد اشتباه می کند. مقدار متغیر اول را حساب کرده ولی مقدار متغیر دوم را حساب نکرده است. بدون اینکه مقدار مشتق را برابر صفر قرار دهد به حل آن پرداخته است.					✓

یافته‌های تحقیق

پس از برگزاری امتحان و انجام مصاحبه و تحلیل خطاهای دانش‌آموزان نتایج زیر به دست آمد.

جدول ۲ تحلیل تعداد کل خطاهای دانش‌آموزان به تفکیک سطح دانش‌آموزان

متغیر	خواندن		درک		تبدیل		پردازش		رمزگذاری		مجموع خطا	کل دانش‌آموزان
	تعداد	درصد	تعداد	درصد	تعداد	درصد	تعداد	درصد	تعداد	درصد		
خوب	۰	۰	۷	۱۱,۱۱	۱۳	۲۰,۹۳	۱۵	۲۳,۷۱	۷۸	۴۴,۴۵	۹۳	۲۲
متوسط	۰	۰	۵۹	۲۲,۵۲	۹۳	۳۴,۰۴	۷۰	۲۶,۷۲	۷۰	۲۶,۷۲	۲۶۲	۵۸
ضعیف	۲	۱,۱۸	۷۰	۴۱,۴۲	۵۰	۲۹,۵۹	۳۰	۱۷,۷۵	۱۷	۱۰,۰۵	۱۶۹	۳۲
کل	۲	۰,۴	۱۳۶	۲۷,۵۳	۱۲۶	۲۵,۵۱	۱۱۵	۲۳,۷۸	۱۱۵	۲۳,۷۸	۴۹۴	۱۱۲

در مجموع از کل شش سوال به ازای هر دانش‌آموزان خوب ۲,۸۶ خطا وجود داشت. به ازای هر دانش‌آموزان متوسط ۴,۵۲ خطا وجود داشت و دانش‌آموزان ضعیف با داشتن ۵,۲۸ خطا در کل سوالات بیشترین خطا را به خود اختصاص دادند. این آمار برای کل دانش‌آموزان عدد ۴,۴۱ را نشان می‌دهد. به طور میانگین ۵۲,۲۷٪ از دانش‌آموزان خوب خطائی در حل سوالات نداشتند و ۴۷,۷۳٪ از آنها در حل سوالات دچار خطا بودند که کمترین خطای آنها در مرحله خواندن با ۰٪ و بیشترین خطای آنها در مرحله رمزگذاری با ۴۴,۵٪ بود. این آمار به این معناست که دانش‌آموزان خوب، مراحل بیشتری را با موفقیت پشت سر گذاشته‌اند و تعداد دانش‌آموزانی که توانسته‌اند به مراحل پایانی حل سوالات برسند بیشتر بود. به طور میانگین ۲۴,۷۱٪ از دانش‌آموزان متوسط خطائی در حل سوالات نداشتند و ۷۵,۲۹٪ از آنها در حل سوالات دچار خطا بودند که کمترین خطای آنها در مرحله خواندن با ۰٪ و بیشترین خطای آنها در مراحل پردازش و رمزگذاری با ۲۶,۷۲٪ بود. ۱۲٪ دانش‌آموزان ضعیف خطائی در حل سوالات نداشتند. این در حالیست که ۸۸٪ آنها در حل سوالات دچار خطا بودند. که کمترین خطای آنها در مرحله خواندن با ۱,۱۸٪ و بیشترین خطای آنها در مراحل درک با ۴۱,۴۲٪ بود. این به این معناست که اکثر دانش‌آموزان ضعیف یا موفق به حل مسئله نشده و یا در همان مراحل اولیه متوقف شده‌اند. در مجموع همه سوالات برای کلیه دانش‌آموزان ۲۶,۵٪

دانش آموزان خطائی در حل سوالات نداشتند و ۷۳,۵٪ از آنها در حل سوالات دچار خطا شدند. کمترین خطا مربوط به مرحله خواندن با ۰,۴٪ و بیشترین خطا مربوط به مرحله درک با ۲۷,۵۳٪ بود.

جدول ۳ تحلیل خطاهای دانش آموزان به تفکیک سواد غیر ریاضی و ریاضی

تعداد خطا	سواد ریاضی (پردازش و رمزگذاری)		سواد غیر ریاضی (خواندن-درک و تبدیل)		نوع سوالات
	درصد	تعداد	درصد	تعداد	
۱۹۶	۶۸,۲۵	۴۳	۳۱,۷۵	۲۰	خوب
۱۲۹	۵۳,۴۴	۱۴۰	۴۶,۵۶	۱۲۲	متوسط
۱۶۹	۲۷,۸۱	۴۷	۷۲,۱۹	۱۲۲	ضعیف
۴۹۴	۴۶,۵۶	۲۳۰	۵۳,۴۴	۲۶۴	کل

از جدول فوق می توان نتیجه گرفت که در مجموع، دانش آموزان خوب، کمترین خطا را در سه مرحله اول خطاهای سلسله مراتبی نیومن (سواد غیر ریاضی) و دانش آموزان ضعیف، بیشترین خطا را این مراحل داشتند. در این قسمت آمار استنباطی مربوط به متغیرها در جداول فوق آورده شده است.

تحلیل استنباطی

جدول ۴ توزیع نرمال میزان خطاها

شاپیرو-ویک			کالیموگروف-اسمیرنوف			متغیر
Sig	df	آماره	Sig	df	آماره	
۰,۰۰	۱۱۲	۰,۰۰	۰,۰۰	۱۱۲	۰,۰۰	عملکرد

طبق جدول ۴ توزیع نرمال داده‌ها نشان داد با توجه به سطح معناداری، داده‌های خطاهای دانش آموزان، نرمال نیست و باید از آزمون‌های ناپارامتریک استفاده کرد.

سوال ۱. آیا بین خطای خواندن و عملکرد دانش آموزان چهارم تجربی در حل مسائل کلامی کاربرد مشتق رابطه وجود دارد؟

جدول ۵ تحلیل توصیفی رابطه بین خطای خواندن با عملکرد

کل	عملکرد			متغیر خواندن	
	خوب	متوسط	ضعیف		
۱۰۶	۴۹	۴۰	۱۷	بدون خطا	خواندن
۶	۱	۱	۴	با خطا	
۱۱۲	۵۰	۴۱	۲۱	کل	

جدول ۵ نشان داد اکثریت دانش آموزان با سطوح عملکرد متفاوت، در زمینه خواندن خطای کمی داشتند.

جدول ۶ آزمون کای اسکوتر جهت تعیین رابطه بین خطای خواندن با عملکرد

متغیر	کای اسکوتر	Df	Sig
خواندن با عملکرد	۹,۴۷	۲	۰,۰۰۰

طبق جدول شماره ۶:

$$\chi^2_{(2)} = ۹.۴۷ \text{ محاسبه شده جدول}, \quad \chi^2_{(2)} = ۵.۹۹$$

بنابراین رابطه معنادار بین خطای خواندن و عملکرد دانش‌آموزان در سطح خطای ۰,۰۵ تایید می‌گردد.

سوال ۲. آیا بین خطای درک و عملکرد دانش‌آموزان چهارم تجربی در حل مسائل کلامی کاربرد مشتق رابطه وجود دارد؟

جدول ۷ تحلیل توصیفی رابطه بین خطای درک با عملکرد

کل	عملکرد			متغیر
	خوب	متوسط	ضعیف	
۷۴	۴۳	۳۰	۱	بدون خطا
۳۸	۷	۱۱	۲۰	با خطا
۱۱۲	۵۰	۴۱	۲۱	کل

جدول ۷ نشان داد بیشترین میزان خطای درک مربوط به دانش‌آموزان با عملکرد ضعیف به میزان ۲۰ خطا بوده است.

جدول ۸ آزمون کای اسکوتر جهت تعیین رابطه بین خطای درک با عملکرد

متغیر	کای اسکوتر	Df	Sig
درک با عملکرد	۴۴,۹۸	۲	۰,۰۰

طبق جدول شماره ۸:

$$\chi^2_{(2)} = ۴۴.۹۸ \text{ محاسبه شده جدول}, \quad \chi^2_{(2)} = ۵.۹۹$$

بنابراین فرضیه پژوهشگر مبنی بر رابطه مثبت و معنادار بین خطای درک و عملکرد دانش‌آموزان در سطح خطای ۰,۰۵ تایید می‌گردد.

سوال ۳. آیا بین خطای تبدیل و عملکرد دانش‌آموزان چهارم تجربی در حل مسائل کلامی کاربرد مشتق رابطه وجود دارد؟

جدول ۹ تحلیل توصیفی رابطه بین خطای تبدیل با عملکرد

کل	عملکرد			متغیر
	خوب	متوسط	ضعیف	
۷۶	۴۷	۱۸	۱۱	بدون خطا
۳۶	۳	۲۳	۱۰	با خطا
۱۱۲	۵۰	۴۱	۲۱	کل

جدول ۹ نشان داد بیشترین میزان خطای تبدیل مربوط به دانش آموزان با عملکرد متوسط به میزان ۲۳ خطا بوده است.

جدول ۱۰ آزمون کای اسکوئر جهت تعیین رابطه بین خطای تبدیل با عملکرد

متغیر	کای اسکوئر	Df	sig
تبدیل با عملکرد	۲۸,۷۴	۲	۰,۰۰

طبق جدول شماره ۱۰:

$$\chi^2_{(2)} = 28.74 \text{ محاسبه شده جدول} \quad , \quad \chi^2_{(2)} = 5.99$$

بنابراین رابطه مثبت و معنادار بین خطای تبدیل و عملکرد دانش آموزان در سطح خطای ۰,۰۵ تایید می گردد.

سوال ۴. آیا بین خطای پردازش و عملکرد دانش آموزان چهارم تجربی در حل مسائل کلامی کاربرد مشتق رابطه وجود دارد؟

جدول ۱۱ تحلیل توصیفی رابطه بین خطای پردازش با عملکرد

کل	عملکرد			متغیر پردازش
	خوب	متوسط	ضعیف	
۷۶	۴۷	۲۱	۸	بدون خطا
۳۶	۳	۲۰	۱۳	با خطا
۱۱۲	۵۰	۴۱	۲۱	کل

جدول ۱۱ نشان داد بیشترین میزان خطای پردازش مربوط به دانش آموزان با عملکرد متوسط به میزان ۲۰ خطا بوده است.

جدول ۱۲ آزمون کای اسکوئر جهت تعیین رابطه بین خطای پردازش با عملکرد

متغیر	کای اسکوئر	df	Sig
پردازش با عملکرد	۲۹,۳۹	۲	۰,۰۰

طبق جدول ۱۲:

$$\chi^2_{(2)} = 29.39 \text{ محاسبه شده جدول} \quad , \quad \chi^2_{(2)} = 5.99$$

پس رابطه مثبت و معنادار بین خطای پردازش و عملکرد دانش آموزان در سطح خطای ۰,۰۵ تایید می گردد.

سوال ۵. آیا بین خطای رمزگذاری و عملکرد دانش آموزان چهارم تجربی در حل مسائل کلامی کاربرد مشتق رابطه وجود دارد؟

جدول ۱۳ تحلیل توصیفی رابطه بین خطای رمز‌گذاری با عملکرد

کل	عملکرد			متغیر	
	خوب	متوسط	ضعیف		
۳۹	۱۳	۱۴	۱۲	بدون خطا	رمز‌گذاری
۷۳	۳۷	۲۷	۹	با خطا	
۱۱۲	۵۰	۴۱	۲۱	کل	

جدول ۱۳ نشان داد بیشترین میزان خطای رمز‌گذاری مربوط به دانش‌آموزان با عملکرد خوب به میزان ۳۷ خطا بوده است.

جدول ۱۴ آزمون کای اسکوئر جهت تعیین رابطه بین خطای رمز‌گذاری با عملکرد

متغیر	کای اسکوئر	Df	sig
رمز‌گذاری با عملکرد	۶,۳۳	۲	۰,۰۰

طبق جدول شماره ۱۴:

$$\chi^2_{(2)} = 6.33 \text{ محاسبه شده جدول}, \quad \chi^2_{(2)} = 5.99$$

چون $\chi^2_{(2)} > \chi^2_{(2)} = 5.99$ محاسبه شده جدول پس فرض H_0 رد و فرضیه H_1 پژوهشگر مبنی بر رابطه مثبت و معنادار بین خطای رمز‌گذاری و

عملکرد دانش‌آموزان در سطح خطای ۰,۰۵ تایید می‌گردد.

سوال ۶. آیا بین عملکرد دانش‌آموزان و خطاهای آنها در سه ساختار مفهومی، کاربردی و محاسباتی رابطه وجود دارد؟

جدول ۱۵ رابطه بین خطاهای دانش‌آموزان در سه ساختار مفهومی، کاربردی و محاسباتی با عملکرد آنها

متغیر	تعداد	رابطه	معناداری
مفهومی و عملکرد	۱۱۲	-۰/۵۶	۰/۰۰۰
کاربردی و عملکرد	۱۱۲	-۰/۵۹	۰/۰۰۰
محاسباتی و عملکرد	۱۱۲	-۰/۲۱	۰/۰۳

ضریب همبستگی نشان داد بین خطاهای دانش‌آموزان در سه نوع ساختار مفهومی، کاربردی و محاسباتی با عملکرد آنها، رابطه منفی، معکوس و

معنادار وجود دارد و هر چه خطاهای دانش‌آموزان در سه ساختار مفهومی، کاربردی و محاسباتی افزایش یابد به همان میزان عملکرد دانش‌آموزان

کاهش می‌یابد. بیشترین رابطه منفی بین ساختار کاربردی و عملکرد به میزان ۰/۵۹ بود.

سوال ۷. آیا بین خطاهای دانش‌آموزان در مقایسه دو به دو ساختار سوالات رابطه وجود دارد؟

جدول ۱۶ ضریب همبستگی بین سه ساختار مفهومی، کاربردی و محاسباتی

متغیر	مفهومی	کاربردی	محاسباتی
مفهومی	۱	۰,۳۸	۰,۰۰۸
کاربردی	۰,۳۸	۱	-۰,۱۱
محاسباتی	۰,۰۰۸	-۰,۱۱	۱

ضریب همبستگی نشان داد بین ساختار مفهومی با ساختار کاربردی ۰/۳۸ رابطه مثبت و معنادار، بین مفهومی و محاسباتی ۰/۰۰۸ رابطه مثبت و غیر معنادار و بین محاسباتی و کاربردی ۰/۱۱ رابطه منفی و غیر معنادار وجود دارد.

جدول ۱۷ تحلیل توصیفی میانگین خطاهای دانش آموزان بر حسب ساختار سوالات

متغیر	تعداد	میانگین	انحراف معیار
مفهومی	۱۱۲	۰/۸۸	۰/۲۵
کاربردی	۱۱۲	۰/۵۸	۰/۳۸
محاسباتی	۱۱۲	۰/۷۵	۰/۲۹

تحلیل توصیفی فوق نشان می دهد که میانگین خطا در ساختار مفهومی نسبت به دو گروه دیگر بیشتر است.

جدول ۱۸ مقایسه خطاهای دانش آموزان بر حسب نوع سوال

متغیر	مجذور مربعات	Df	میانگین مربعات	F	معناداری
بین گروهی	۴/۹	۲	۲/۴۵	۲۵/۶	۰/۰۰۰
درون گروهی	۱۰/۶۶	۱۱۱	۰/۰۹۶		
کل	۱۵/۵۶	۱۱۳			

آزمون تحلیل واریانس نشان داد بین میزان خطاهای دانش آموزان بر حسب نوع سوال تفاوت معنادار وجود دارد. به عبارتی نوع سوال در افزایش یا کاهش خطا، تاثیر گذار است.

جدول ۱۹ آزمون توکی جهت مقایسه خطاهای دانش آموزان بر حسب نوع سوال

متغیر	تفاوت میانگین ها	خطای استاندارد	معناداری
مفهومی	کاربردی	۰/۲۹	۰/۰۰۰
	محاسباتی	۰/۱۲	۰/۰۱
کاربردی	مفهومی	-۰/۲۹	۰/۰۰۰
	محاسباتی	-۰/۱۷	۰/۰۰۰
محاسباتی	مفهومی	-۰/۱۲	۰/۰۱
	کاربردی	۰/۱۷	۰/۰۰۰

آزمون توکی نشان داد بین خطاهای دانش آموزان بر حسب نوع سوال و مقایسه دو به دو سوالات، تفاوت معنادار وجود دارد.

یافته‌ها

۱. آیا بین خطای خواندن و عملکرد دانش‌آموزان چهارم تجربی در حل مسائل کلامی کاربرد مشتق رابطه وجود دارد؟

طبق یافته‌های جدول ۷، بین خطای خواندن و عملکرد دانش‌آموزان رابطه مثبت و معنادار وجود دارد و فرض ادعای پژوهش‌گر در سطح خطای ۰/۰۵ تایید شد. طبق جدول ۲ از مجموع ۴۹۴ خطای رخ داده در شش سوال توسط ۱۱۲ دانش‌آموز مورد مطالعه، تنها ۶ خطا مربوط به خطای خواندن بوده که این میزان خطا برابر با ۱،۲۱٪ از کل خطاها بود، که در ساختار مفهومی، چهار خطا، و در ساختارهای کاربردی و محاسباتی هر کدام یک خطا رخ داد. جدول ۵ نشان داد اکثریت دانش‌آموزان با سطوح متفاوت، در زمینه خواندن، خطای کمی داشتند و کمترین خطا به خطای خواندن تعلق داشت و بیشترین خطای خواندن در ساختار مفهومی انجام پذیرفت.

۲. آیا بین خطای درک و عملکرد دانش‌آموزان چهارم تجربی در حل مسائل کلامی کاربرد مشتق رابطه وجود دارد؟

طبق یافته‌های جدول ۸، بین خطای درک و عملکرد دانش‌آموزان رابطه مثبت و معنادار وجود دارد و فرض ادعای پژوهش‌گر در سطح خطای ۰/۰۵ تایید شد. طبق جدول ۲، از مجموع ۴۹۴ خطای رخ داده در شش سوال توسط ۱۱۲ دانش‌آموز مورد مطالعه، ۱۳۶ خطا مربوط به خطای درک بوده که این میزان خطا برابر با ۲۷،۵۳٪ از کل خطاها بود. ۱۱،۱۱٪ از خطاهای دانش‌آموزان خوب، ۲۲،۵۲٪ از خطاهای گروه متوسط و ۴۱،۴۲٪ از خطاهای دانش‌آموزان ضعیف در این مرحله قرار داشت.

خطای درک دانش‌آموزان در ساختار مفهومی ۳۶،۲۲٪، در ساختار کاربردی ۳۱،۷۸٪ و در ساختار محاسباتی ۱۴،۲٪ بود که نشان می‌دهد دانش‌آموزان در درک سوالات مفهومی و کاربردی با خطای بیشتری مواجهند. قابل ذکر است که بیشترین خطایی که توسط دانش‌آموزان انجام شده بود به این مرحله تعلق داشت.

بر اساس نتیجه فوق توصیه می‌شود که:

۱. در زمینه درک فرمول‌ها بیشتر کار شود، بدین معنا که فرمول‌ها را درک کنند و نه اینکه تنها آنها را حفظ کنند.
۲. در زمینه افزایش توانایی دانش‌آموزان برای درک و فهم زبان ریاضی و تفسیر کلمات کلیدی در دنیای واقعی بیشتر تلاش شود تا دانش‌آموزان درک و فهم بهتر و کاملتری از سوال پیدا کنند و بتوانند کاربرد این کلمات کلیدی را در سوال و نیز دنیای واقعی پیدا کنند.

۳. آیا بین خطای تبدیل و عملکرد دانش‌آموزان چهارم تجربی در حل مسائل کلامی کاربرد مشتق رابطه وجود دارد؟

طبق جدول ۱۰، بین خطای تبدیل و عملکرد دانش‌آموزان رابطه مثبت و معنادار وجود دارد و فرض ادعای پژوهش‌گر در سطح خطای ۰/۰۵ تایید شد. طبق جدول ۲ از مجموع ۴۹۴ خطای رخ داده در شش سوال توسط ۱۱۲ دانش‌آموز مورد مطالعه، ۱۲۶ خطا مربوط به خطای تبدیل بوده که این میزان خطا برابر با ۲۵،۵۱٪ از کل خطاها بود. ۲۰،۶۳٪ از خطاهای دانش‌آموزان خوب، ۲۴،۰۴٪ از خطاهای گروه متوسط و ۲۹،۵۹٪ از خطاهای دانش‌آموزان ضعیف در این مرحله قرار داشت. خطای تبدیل دانش‌آموزان در ساختار مفهومی ۳۲،۶۵٪، در ساختار کاربردی ۳۴،۱۱٪ و در ساختار محاسباتی ۱۰،۶۵٪ بود که نشان می‌دهد دانش‌آموزان در تبدیل سوالات کاربردی و سپس مفهومی با خطای بیشتری مواجهند. قابل ذکر است که پس از مرحله درک، بیشترین خطایی که توسط دانش‌آموزان انجام شده بود به این مرحله تعلق داشت.

۴. آیا بین خطای پردازش و عملکرد دانش‌آموزان چهارم تجربی در حل مسائل کلامی کاربرد مشتق رابطه وجود دارد؟

طبق جدول ۱۲، بین خطای پردازش و عملکرد دانش‌آموزان رابطه مثبت و معنادار وجود دارد و فرض ادعای پژوهش‌گر در سطح خطای ۰/۰۵ تایید شد. طبق جدول ۳، از مجموع ۴۹۴ خطای رخ داده در شش سوال توسط ۱۱۲ دانش‌آموز مورد مطالعه، ۱۱۵ خطا مربوط به خطای پردازش بوده که این میزان

خطا برابر با ۲۳٫۲۸٪ از کل خطاها بود. ۲۳٫۸۱٪ از خطاهای دانش‌آموزان خوب، ۲۶٫۷۲٪ از خطاهای گروه متوسط و ۱۷٫۷۵٪ از خطاهای دانش‌آموزان ضعیف در این مرحله قرار داشت. هر چند در نگاه اولیه به نظر می‌رسد که دانش‌آموزان ضعیف، خطای پردازش کمتری نسبت به دو گروه دیگر دارند ولی با نگاه دقیق‌تر می‌توان فهمید که دلیل کمتر بودن درصد خطای دانش‌آموزان ضعیف در این است که تعداد بیشتری از این گروه در مراحل اولیه متوقف شده‌اند و به مراحل بالاتر حل مسئله نرسیده‌اند. ضرب المثل «کسی که کاری انجام نمی‌دهد، اشتباهی هم نمی‌کند» نیز موید همین نکته است.

خطای پردازش دانش‌آموزان در ساختار مفهومی ۱۷٫۳۵٪، در ساختار کاربردی ۱۴٫۷۳٪ و در ساختار محاسباتی ۳۶٫۶۹٪ بود.

از طرفی ۳۶٫۶۹٪ از دانش‌آموزان در حل مسائل محاسباتی دچار خطا شده‌اند که نشان از حجم محاسبات بیشتر و در نتیجه خطای بیشتر در حل این مسائل دارد. این مرحله پس از مرحله درک و تبدیل، بیشترین خطای انجام شده توسط دانش‌آموزان را به خود اختصاص دادند. به عبارت دیگر، خطاهای مرحله پردازش از مرحله خواندن و رمزگذاری، بیشتر و از مراحل درک و تبدیل کمتر بود.

۵. آیا بین خطای رمزگذاری و عملکرد دانش‌آموزان چهارم تجربی در حل مسائل کلامی کاربرد مشتق رابطه وجود دارد؟

طبق جدول ۱۴، بین خطای رمزگذاری و عملکرد دانش‌آموزان رابطه مثبت و معنادار وجود دارد و فرض ادعای پژوهش‌گر در سطح خطای ۰/۰۵ تایید شد. طبق جدول ۲ از مجموع ۴۹۴ خطای رخ داده در شش سوال توسط ۱۱۲ دانش‌آموز مورد مطالعه، ۱۱۱ خطا مربوط به خطای رمزگذاری بوده که این میزان خطا برابر با ۲۲٫۴۷٪ از کل خطاها بود. ۴۲٫۸۶٪ از خطاهای دانش‌آموزان خوب، ۲۶٫۵۴٪ از خطاهای گروه متوسط و ۸٫۸۸٪ از خطاهای دانش‌آموزان ضعیف در این مرحله قرار داشت. در واقع دلیل زیادتر شدن خطای دانش‌آموزان متوسط و خوب نسبت به دانش‌آموزان ضعیف و حتی میانگین، در این نکته نهفته است که تعداد بیشتری از این دانش‌آموزان به مراحل پایانی حل مسئله می‌رسند و یقیناً تعداد بیشتری از آنان نیز در حل مسئله دچار خطا می‌گردند. نکته ای که در جدول ۲ نیز به وضوح قابل مشاهده است. این مرحله پس از مرحله درک و تبدیل و پردازش، بیشترین خطای انجام شده توسط دانش‌آموزان را به خود اختصاص داد. به عبارت دیگر، خطاهای مرحله رمزگذاری از مرحله خواندن بیشتر و از خطاهای مراحل درک و تبدیل و پردازش کمتر بود هر چند تفاوت چشمگیری بین آنها مشاهده نمی‌شود.

خطای رمزگذاری دانش‌آموزان در ساختار مفهومی ۱۱٫۷۳٪، در ساختار کاربردی ۱۸٫۶٪ و در ساختار محاسباتی ۳۷٫۸۷٪ بود.

سوال ۶. آیا بین عملکرد دانش‌آموزان و خطاهای آنها در سه ساختار مفهومی، کاربردی و محاسباتی رابطه وجود دارد؟

ضریب همبستگی نشان داد بین خطاهای دانش‌آموزان در سه ساختار مفهومی، کاربردی و محاسباتی با عملکرد آنها، رابطه منفی، معکوس و معنادار وجود دارد. بیشترین رابطه منفی بین ساختار کاربردی و عملکرد به میزان ۰٫۵۹ بود که نشان دهنده عملکرد بهتر دانش‌آموزان در ساختار کاربردی می‌باشد. در مجموع سه ساختار، هر چه خطاهای دانش‌آموزان در سه ساختار مفهومی، کاربردی و محاسباتی افزایش یابد به همان میزان عملکرد دانش‌آموزان کاهش می‌یابد.

در این رابطه هیچ پژوهش مشابهی یافت نشد.

سوال ۷. آیا بین خطاهای دانش‌آموزان در مقایسه دو به دو ساختار سوالات رابطه وجود دارد؟

تحلیل توصیفی جدول ۱۷، نشان می‌دهد که میانگین خطا در ساختار مفهومی نسبت به دو گروه دیگر سوالات بیشتر است. همچنین ضریب همبستگی نشان داد بین ساختار مفهومی با ساختار کاربردی ۰٫۳۸، رابطه مثبت و معنادار، بین ساختار مفهومی و محاسباتی ۰٫۰۰۸، رابطه مثبت و غیر معنادار و بین ساختار محاسباتی و کاربردی ۰٫۱۱، رابطه منفی و غیر معنادار وجود دارد.

مثبت بودن رابطه بین ساختار مفهومی و کاربردی به این معناست که هر چقدر مفاهیم اولیه بهتر درک شوند پاسخ دادن به سوالات بهتر و بیشتر انجام می‌پذیرد و هر چقدر مفاهیم اولیه بهتر و بیشتر درک شده باشند پاسخ گوئی به سوالات کاربردی بهتر انجام می‌پذیرد و اگر مفاهیم اولیه به خوبی درک نشده باشند توانائی پاسخ گوئی به سوالات کاربردی کمتر انجام می‌پذیرد.

اما منفی و غیر معنادار بودن رابطه بین ساختار کاربردی و محاسباتی حکایت جداگانه ای دارد. این معنادار نبودن رابطه را می‌توان اینگونه معنا کرد که رابطه بسیار ضعیفی بین توانائی محاسبات فرد و درک و پاسخ به سوالات کاربردی وجود دارد. غیر معنادار بودن رابطه بین ساختار مفهومی و محاسباتی نشان از رابطه بسیار ضعیف درک سوال با توانائی محاسبات دارد به این معنا که توانائی محاسبات فرد روی مفاهیم اولیه تاثیرگذار نیست و نیز دانستن یا ندانستن مفاهیم روی توانائی محاسبات چندان تاثیر چشمگیری ندارد. این نتیجه گواه بر این مطلب است که پاسخگوئی دانش‌آموزان به سوالات رابطه ضعیفی با درک آنها از مفاهیم دارد به عبارت دیگر دانش‌آموزان بدون درک مفاهیم اولیه و تنها با اتکا بر شیوه های تست زنی و راه حل های میانبر و تکنیک های حل مسئله اقدام به حل سوالات می‌کنند. این نتیجه می‌تواند موید این نکته باشد که دانش‌آموزان تکنیک را جدای از مفهوم و مستقل از آن به کار می‌برند و توانائی آنها در انجام محاسبات ریاضی دلیل بر فهم کامل آنها از مفاهیم ریاضی نیست. توانائی تست زدن بدون فهم و درک کامل سوال و تنها با تکیه بر تکنیک های حل سوال (تبلیغات صدا و سیما در مهارت های تست زنی بدون حل مفهومی سوال و کنار گذاشتن راه حل های مفهومی به بهانه طولانی بودن راه حل آنها) گواهی بر این مدعاست.

آزمون تحلیل واریانس نیز نشان از معنادار بودن میزان خطاهای دانش‌آموزان بر حسب ساختار سوالات، داشت. به عبارت دیگر نوع سوال در افزایش یا کاهش خطا، تاثیرگذار است.

آزمون توکی نیز نشان داد بین خطاهای دانش‌آموزان بر حسب نوع سوال و مقایسه دو به دو ساختار سوالات، تفاوت معنادار وجود دارد.

در این رابطه هیچ پژوهش مشابهی یافت نشد.

سوال ۸. میزان شیوع خطاها در حل مسائل کلامی کاربرد مشتق چه اندازه است؟

شمارش خطاها نشان می‌دهد که در مجموع همه سوالات ۲۶,۴۹٪ پاسخ درست و ۷۳,۵۱٪ پاسخ همراه با خطا وجود داشته است.

همچنین شمارش خطاها به تفکیک نوع خطاها نشان می‌دهد که ۱,۲۱٪ خطای خواندن، ۲۷,۵۳٪ خطای درک، ۲۵,۵۱٪ خطای تبدیل، ۲۳,۲۸٪ خطای پردازش و ۲۲,۴۷٪ خطای رمزگذاری وجود داشت. به عبارت دیگر بیشترین خطا مربوط به مرحله درک و کمترین خطا مربوط به مرحله خواندن مشاهده شد.

شمارش خطاها به تفکیک سواد ریاضی و غیر ریاضی نیز نشان می‌دهد که خطاهای دانش‌آموزان در سواد غیرریاضی در سوالات مفهومی ۷۰,۹۲٪، کاربردی ۶۶,۶۷٪ و محاسباتی ۲۵,۴۴٪ و در کل سوالات ۵۴,۲۵٪ می‌باشد که دانش‌آموزان در سوالات مفهومی و کاربردی، بیشترین خطا را در سواد غیر ریاضی و در سوالات محاسباتی بیشترین خطا را در سواد ریاضی دارند.

این اطلاعات نشان از آن دارد که بیشترین شیوع خطاهای دانش‌آموزان در سه مرحله اول خطاهای نیومن (سواد غیرریاضی) می‌باشد که نشان دهنده آن است که بیشترین خطاهای دانش‌آموزان و بدفهمی آنها نه در حوزه و سواد ریاضی بلکه در حوزه و سواد غیر ریاضی شکل می‌گیرد و باید دلیل حل نکردن سوال را نه فقط در حوزه ریاضی که در حوزه غیر ریاضی جستجو کرد و برای رفع خطاهای دانش‌آموزان باید به سواد غیرریاضی و مهارت‌های اولیه خواندن، درک و تبدیل، توجه ویژه‌ای کرد و همکاری های مناسب و البته گسترده تری را با دیگر علوم مرتبط انجام داد. دانش‌آموزی که در قسمت خواندن

و درک سوال خطا داشته است در واقع نتوانسته است به درک مناسبی از سوال دست یابد و یا دانش آموزی که توانایی و مهارت انتخاب راه حل را ندارد نمی تواند به حل مسئله پردازد.

- در مجموع ۵۳,۴۴٪ از خطاهای کل دانش آموزان در سواد غیر ریاضی بود و ۴۶,۵۶٪ از خطاهای کل دانش آموزان در سواد ریاضی بود. به عبارت دیگر بیشترین شیوع خطاهای دانش آموزان در سه مرحله اول خطاهای نیومن (سواد غیر ریاضی) می باشد که نشان می دهد برای رفع خطاهای دانش آموزان باید به سواد غیر ریاضی و مهارت های اولیه خواندن، درک و تبدیل، توجه ویژه ای داشت. یافته های این پژوهش با یافته های نیومن (۱۹۷۷)، کیسی (۱۹۷۸)، ماریناس و کلمنتس (۱۹۹۰)، ترنس (۲۰۱۳)، رخیمه و همکاران (۲۰۱۵)، اسدنژاد و یافتیان (۱۳۹۵)، مجدی و همکاران (۱۳۹۵) همسو بوده و نتایج تحقیق فوق را تایید می کند.

- ۱) اسدنژاد پروج، سمیه؛ یافتیان، نرگس. (۱۳۹۵). ارزیابی خطاهای دانش‌آموزان در حل مسائل کلامی بر اساس تحلیل نیومنی. چهاردهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران، شیراز، شهریور ۹۵.
- ۲) اسماعیلی، مریم؛ رفیع پور، ابوالفضل. (۱۳۹۳). تحلیل خطاهای دانش‌آموزان پایه پنجم در حل مسائل کلامی با استفاده از روش نیومن. سیزدهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران، شهریور ۹۳.
- ۳) علم‌الهدایی، حسن. (۱۳۸۸). اصول آموزش ریاضی. چاپ اول، انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد.
- ۴) پولیا، جورج. (۱۹۶۲). خلاقیت ریاضی. ترجمه پرویز شهریاری، نشر: فاطمی.
- ۵) راستی زاده، عنایت‌الله؛ بهزادی، محمدحسن. (۱۳۹۵). بررسی تأثیر آموزش حل مسائل کلامی ریاضی بر کاهش خطاهای دانش‌آموزان بر اساس مدل نیومن. چهاردهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران، شیراز، شهریور ۹۵.
- ۶) ریاضی پیش دانشگاهی تجربی، ۹۵-۱۳۹۴. وزارت آموزش و پرورش، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی اداره کل کتاب‌های درسی.
- ۷) سلیمی، مسعود. (۱۳۹۳). مقایسه تأثیر آموزش راهبردهای تصویرسازی ذهنی، تفکر بلند، بازنمایی کتبی و بازنمایی حرکتی بر عملکرد دانش‌آموزان ابتدایی در حل مسائل کلامی ریاضی. پژوهش در برنامه ریزی درسی، شماره ۱۴، ۲۲-۱۲.
- ۸) راستی‌زاده، عنایت‌الله؛ بهزادی، محمدحسن. (۱۳۹۵). بررسی تأثیر آموزش حل مسائل کلامی ریاضی بر کاهش خطاهای دانش‌آموزان بر اساس مدل نیومن. چهاردهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران، شیراز، شهریور ۹۵.
- ۹) قدمی، صابر. (۱۳۹۳). دوزبانگی و حل مسائل کلامی ریاضی. فصل‌نامه رشد آموزش ریاضی، شماره ۱۱۵، ۳۷-۳۰.
- ۱۰) کلمنتس، کن؛ التون، نریدا اف. (۱۹۹۶). پژوهش در آموزش ریاضی گذشته، حال و آینده با رویکرد آسیا-اقیانوسیه. ترجمه امیرحسین آشنا. تهران: نشر اندیشه آفرینش
- ۱۱) مجدی، زهرا؛ آقایان گل کاشانی، فائزه؛ آشنا، امیرحسین. (۱۳۹۵). تحلیل خطای نیومن در تایلند. چهاردهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران، شیراز، شهریور ۹۵.
- ۱۲) مجدی، زهرا؛ المیر، سمانه؛ آشنا، امیرحسین. (۱۳۹۵). تحلیل خطای حل مسائل کلامی دانش‌آموزان کلاس چهارم ابتدایی. چهاردهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران، شیراز، شهریور ۹۵.
- ۱۳) یورگنسن، دال. (۲۰۱۱). آموزش ریاضیات در دبستان. ترجمه امیرحسین آشنا. تهران: نشر بینش نو.

۱) Acosta-Tello, A. (۲۰۱۰). *Making Mathematics Word Problems Reliable Measures of Student Mathematics Abilities*. Journal of Mathematics Education, ۲۶-۱۵, (۱)۳.

۲) Adu, E & Assuah, Ch & Asiedu, S. (۲۰۱۵). *Students' errors in solving linear equation word problems: Case study of a Ghanaian senior high school*. African Journal of Educational Studies in Mathematics and Sciences, (۱۱), ۱۷-۲۹.

۳) Ahmad, A & Tarmizi, R.A & Nawawi, M. (۲۰۱۰). *Visual Representations in Mathematical Word Problem-Solving Among Form Four Students in Malacca*. Procedia Social and Behavioral Sciences, ۸, ۳۵۶-۳۶۱.

- ۴) Budiyo. (۲۰۰۸). Kesalahan Mengerjakan Soal Cerita dalam Pembelajaran Matematika. *Paedagogia*. ۱۱(۱): ۱-۸. Tersedia di eprints.uns.ac.id [diakses ۱۷-۱-۲۰۱۵].
- ۵) Casey, D. P. (۱۹۷۸). *Failing students: A strategy of error analysis*. In Costell. (Ed.) *Aspects of motivation* (PP. ۲۹۵-۳۰۶) Melbourne: Mathematical Association of Victoria.
- ۶) Clements M.A. & Ellerton. N.F. (۱۹۹۶). *Newman Error Analysis: A Comparative Study Involving Year ۷ Students in Malaysia and Australia*. Edith Cowan University and The University of Newcastle.
- ۷) Clements, M. A. (۱۹۸۰). *Analysing children's errors on written mathematical tasks*. *Educational Studies in Mathematics*, ۱۱ (۱), ۱-۲۱.
- ۸) Ellerton, N. F. & Clements, M. A. (۱۹۹۷). *Pencil and paper tests under the microscope*. In F. Biddulph & K. Carr (Eds.), *People in mathematics education* (pp. ۱۵۵-۱۶۲). Waikato, NZ: Mathematics Education Research Group of Australasia.
- ۹) Griffiths, H. B. & Howson, A. G. (۱۹۷۴). *Mathematics, Society and Curricula* (Vol. II). London: Cambridge University Press.
- ۱۰) Junaedi, I. & Suyitno, A. & Sugiharti, E & Eng, E. (۲۰۱۵). *Disclosure Causes of Students Error in Resolving Discrete Mathematics Problems Based on NEA as A Means of Enhancing Creativity*. *International Journal of Education*, ۷(۴), ۳۱-۴۲.
- ۱۱) Marinas, B. & Clements, M. A. (۱۹۹۰). *Understanding the problem: A prerequisite to problem solving in mathematics*. *Journal for Research in Science and Mathematics Education in Southeast Asia*, ۱۳(۱), ۱۴-۲۰.
- ۱۲) National Council of Teachers of Mathematics. (۲۰۰۰). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- ۱۳) Newman, M. A. (۱۹۷۷). *An analysis of sixth-grade pupils' errors on written mathematical tasks*. *Victorian Institute for Educational Research Bulletin*, ۳۹, ۳۱-۴۳.
- ۱۴) Newman, M. A. (۱۹۸۳). *Strategies for diagnosis and remediation*. Sydney: Harcourt, Brace Jovanovich.
- ۱۵) Palm, T. (۲۰۰۹). *Theory of Authentic Task Situations*. In L. Verschaffel, B. Greer, W. Van Dooren, & S. Mukhopadhyay (Eds), *Words and World: Modelling Verbal Descriptions of Situation*. Rotterdam, Netherlands: Sense Publishers. (pp. ۳-۱۹).
- ۱۶) Prakitipong, N., Nakamura, S. (۲۰۰۶). *Analysis of Mathematics Performance of Grade Five Students in Thailand Using Newman Procedure*. *Journal of International Cooperation in Education*, Vol. ۹, No. ۱, ۱۱۱- ۱۲۲
- ۱۷) Rokhimah, S. & Suyitno, A. Sukestiyarno, Y.L. (۲۰۱۵). *Students Error Analysis in Solving Math Word Problems of School Arithmetic Material For Grade Based On Newman Procedure*. Department of Mathematics, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Semarang State University.
- ۱۸) Trance, N. J. C. (۲۰۱۳). *Process Inquiry Analysis of Oral Problem-Solving Skills in Mathematics of Engineering Students*. Online Submission, ۳(۲), ۷۳-۸۲.
- ۱۹) Verschaffel, L. & Greer, B. & De Corte, E. (۲۰۰۰). *Making sense of word problems*. Lisse, Netherland: Swets & Zeitlinger.
- ۲۰) White, A. L. (۲۰۰۵). *Active Mathematics In Classrooms: Finding Out Why Children Make Mistakes - And Then Doing Something To Help Them*. Square One, ۱۵(۴), ۱۵-۱۹.

۲۱) Zakaria, E. & Yusoff. N.(۲۰۰۹). *Attitudes and Problem-Solving Skills in Algebra among Malaysian Matriculation College Students*. European Journal of Social Sciences, ۲۳۶-۲۳۲, (۲)۸.