

## بازنمایی های چندگانه و نقش آن در یادگیری معنادار اندازه گیری

ملوک حبیبی<sup>۱</sup>، میلاد صادقی<sup>۲</sup>، وحید عالمیان<sup>۳</sup>

پذیرش: ۹۸/۵/۱۹

دریافت: ۹۸/۵/۱۵

### چکیده

هدف پژوهش حاضر تاثیر آموزش مبتنی بر بازنمایی های چندگانه بر یادگیری معنادار مفاهیم اندازه گیری طول، سطح و حجم، در دانش آموزان پایه ششم ابتدایی می باشد. بازنمایی چندگانه، به معنای معرفی یا نشان دادن یک مفهوم در وضعیت ها و شکل های گوناگون است که می تواند درک عمیقی در ذهن یادگیرنده ایجاد کند. روش پژوهش؛ نیمه آزمایشی، با دو گروه آزمایش و کنترل است. نمونه گیری به روش نمونه گیری در دسترس با تعداد ۶۰ نفر انتخاب و با پیش آزمون گرفته شده به دو گروه هم سطح آزمایش و گواه تقسیم شدند. در گروه آزمایش مفاهیم به شیوه مبتنی بر بازنمایی های چندگانه و در گروه کنترل به روش معمول و سنتی تدریس شد. در نهایت پس از آزمون با سوالاتی مفهومی از دانش آموزان هر دو گروه به عمل آمد. روایی این آزمون ها با روش CVR و با عدد ۰/۹ مورد تایید قرار گرفت و پایایی آزمون ها با روش آلفای کرونباخ برای پیش آزمون، ۰/۸۸۷ و برای پس آزمون، ۰/۷۲۷ بدست آمد و تایید گردید. نتایج پژوهش با استفاده از آزمون t تست برای دو گروه مستقل با استفاده از نرم افزار SPSS مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت. یافته های نشان داد که آموزش مبتنی بر بازنمایی های چندگانه بر یادگیری معنادار مبحث اندازه گیری تاثیر دارد.

**کلید واژه ها:** بازنمایی های چندگانه، یادگیری معنادار، اندازه گیری.

۱. استادیار دانشگاه فرهنگیان تهران، نویسنده مسئول، moloukhabibi@yahoo.com

۲. دبیر ریاضی شهریار، تهران، ایران.

۳. استادیار دانشگاه فرهنگیان، ایران.

## مقدمه

بیش تر اعدادی که در زندگی روزمره خود با آن ها مواجه می شویم، اندازه ها هستند. فاصله بین دو شهر، دمای محیط اطراف، گنجایش ظرف، جرم مواد خوراکی، سرعت اتومبیل، زمانی که برای رفتن از خانه به محل کار لازم است و نظایر این ها، همگی مثال هایی از (( اندازه)) های متنوعی هستند که روزانه با آن ها سر و کار داریم. فی<sup>۱</sup> (۱۹۹۰) ابراز می دارد که اندازه گیری مانند محاسبات، آن قدر در ریاضیات مدرسه ای آشنا و دارای سابقه طولانی است که درباره لزوم وجود آن، به سختی می توان شک کرد. یکی از علت های این آشنایی و سابقه طولانی این است که کودکان، حتی در سنین پیش از دبستان، با وجود این که چیزی راجع به واحدهای استاندارد نمی دانند، دانش غیر رسمی از اندازه دارند. در ((چارچوبی برای آموزش سواد عددی به بزرگسالان)) نیز آمده است که چون اندازه گیری، معمولاً در بسیاری زمینه ها به کار می رود، بسیاری از یادگیرندگان، اعتماد به نفس زیادی در مهارت های اندازه گیری دارند. بنابراین بهتر است که آموزش اندازه گیری از نقاط قوت یادگیرندگان شروع شود و برای آن ها فرصت هایی را به منظور ایجاد ارتباط بین تدریس و موقعیت های زندگی روزمره ایجاد کند (باکستر<sup>۲</sup> و همکاران، ۲۰۰۶، نقل شده در گویا و خسروشاهی، ۱۳۸۶)

یکی از روشهایی که می توان با آن، بین تجربیات و دانش غیررسمی کودکان با دانش رسمی ریاضی آنها در آموزش ریاضی ارتباط برقرار نمود، استفاده از بازنمایی های چندگانهی مفاهیم و ایده های ریاضی است. بازنمایی های چندگانه به معنای نشان دادن یا معرفی یک ایده یا یک مفهوم به شکل های مختلف است (کیل پاتریک و سوافورد<sup>۳</sup>، ۲۰۰۱، به نقل از دافعی، ۱۳۸۹).

بازنمایی ها نقش مهم و ضروری در آموزش و یادگیری ریاضی بازی می کنند. "راه هایی که ایده های ریاضی در آن ارائه می شوند، برای تشخیص این که افراد چگونه می توانند این ایده ها را درک کنند و از آن استفاده کنند، اساسی است" (NCTM، ۲۰۰۰). بازنمایی ها تبدیل به یکی از جنبه های مهم در تدریس و یادگیری ریاضی شده که تا کنون توسط بسیاری از نظریه پردازان مورد تأکید قرار گرفته است (ایوب<sup>۴</sup> و همکاران، ۲۰۱۳).

## بازنمایی های چندگانه

یکی از پنج استاندارد فرایندی که در سند شورای ملی معلمان ریاضی (NCTM، ۲۰۰۰) به آن اشاره شده ((بازنمایی<sup>۵</sup>)) است. در این سند، در مورد استاندارد بازنمایی چنین گفته شده است:

برنامه درسی ریاضی از (پیش دبستانی تا پیش دانشگاهی) باید همه دانش آموزان را به گونه ای آماده کند تا قادر به انجام موارد زیر شوند:

- ۱- خلق و استفاده از بازنمایی ها برای سازماندهی، ثبت و ارتباط دادن ایده های ریاضی؛
- ۲- انتخاب کردن، به کار بردن و تفسیر بازنمایی های ریاضی در حل مسائل؛
- ۳- استفاده از بازنمایی ها برای مدل سازی و تفسیر پدیده های ریاضی، اجتماعی و فیزیکی.

<sup>۱</sup> Fey

<sup>۲</sup> Baxter

<sup>۳</sup> Kilpatrick & Swafford

<sup>۴</sup> Ayub

<sup>۵</sup> representation

این شورا معتقد است که بازنمایی های گوناگون، راه های متفاوتی برای فکر کردن و دست ورزی با اشیای ریاضی فراهم می کنند و یک شیء ریاضی، وقتی از دیدگاه های مختلف دیده می شود، بهتر فهمیده می شود. همچنین، بازنمایی ها استدلال کردن را تسهیل می کنند و ابزاری برای اثبات هستند. در واقع، دانش آموزان پایه های ابتدایی از بازنمایی های متنوع و ارتباط و اتصال بین مفاهیم، برای ساخت و ساز دانش ریاضی و بیان ایده های ریاضی خود استفاده می کنند و با این کار، فرایند حرکت به سمت تجرید را تسریع می کنند. آن ها همچنین، از بازنمایی ها برای سازماندهی تفکرشان استفاده می کنند. در نتیجه، با حرکت بین بازنمایی های مختلف یک ایده یا یک مفهوم، درک و استفاده از مفاهیم و رویه های ریاضی افزایش می یابد و ویژگی های مسئله های ریاضی بهتر دیده می شود. این شورا به استناد پژوهش های انجام شده، به این جمع بندی رسیده است استفاده از بازنمایی های مختلف برای درک عمیق تر مفاهیم ریاضی، بخش مهمی از فرایند یاددهی- یادگیری ریاضی را تشکیل می دهد (به نقل از گویا و امامی، ۱۳۹۲).

آموزشگران ریاضی مدل های مختلفی برای به کارگیری بازنمایی های چندگانه پیشنهاد داده اند. یکی از این مدل ها "مدل ترجمه های بازنمایی های چندگانه لَش"<sup>۱</sup> است که توسط لَش و همکاران (۱۹۸۷) پیشنهاد شده و براساس نظریه های پیاز، برنر، و دینس ساخته شده است. لَش و همکاران (۱۹۸۷)، بازنمایی را به عنوان تجسمات بیرونی از مفهوم سازی های درونی دانش آموزان تعریف کرده اند (قربانی، ۱۳۸۸، به نقل از اوپلوم، ۲۰۰۴). مدل لَش بر این نکته تاکید می کند که، درک عمیق ایده های ریاضی، در توانایی برای بازنمایی کردن این ایده ها در پنج شیوه مختلف، به علاوه توانایی برای ساختن اتصالات میان شیوه ها، بازتاب داده می شود (استیوارت<sup>۲</sup>، ۲۰۰۵، نقل شده در قربانی، ۱۳۸۸).

این پنج شیوه عبارتند از:

۱- وضعیت های دنیای واقعی<sup>۳</sup>: شرایط واقعی در جهان هستند که در آن دانش در رویدادهای "دنیای واقعی" سازمان می یابد.

۲- ابزار دست ورزی: عناصری که در سیستم معنی کمی دارند، اما "ساخته شده" در روابط و عملیات متناسب با بسیاری از شرایط روزمره است.

۳- تصاویر یا نمودارها: مدل های شکلی مشابهت داده شده.

۴- نمادهای گفتاری: برای مثال، می تواند زبان روزمره باشد.

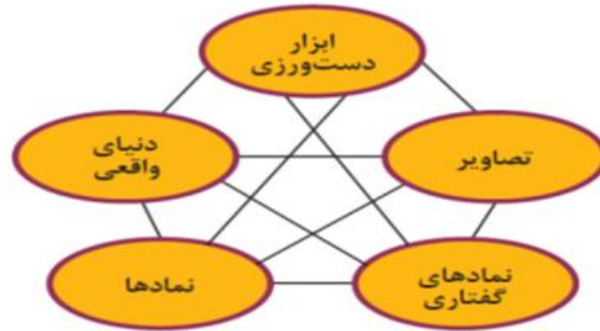
۵- نمادهای نوشتاری: شامل جملات و عبارات اختصاص یافته (لَش، ۱۹۸۷، نقل شده در ایوب و همکاران، ۲۰۱۳).

مدل لَش، فقط شامل پنج نوع متمایز از بازنمایی ها نیست بلکه شامل ترجمه های میان آن ها نیز می باشد. این ترجمه ها به این منظور است که یک دانش آموز برای توسعه درک عمیق تر مفاهیم، لازم است که بین یک شیوه بازنمایی و شیوه دیگر ارتباط برقرار کند (قربانی، ۱۳۸۸، به نقل از استیوارت، ۲۰۰۵).

<sup>۱</sup> Lesh multiple representations translation model

<sup>۲</sup> Stewart

<sup>۳</sup> Real-world situations



شکل ۱. مدل بازنمایی های چندگانه لش

### یادگیری معنادار<sup>۱</sup>

یکی از نظریه های شناختی که با یادگیری مدرسه ای مرتبط است، نظریه یادگیری معنادار کلامی آوزبل<sup>۲</sup> است. در این نظریه، یادگیری معنادار هنگامی اتفاق می افتد که بین مطالب جدید و مطالب از قبل آموخته شده، و ساخت شناختی یادگیرنده ارتباط صحیح و مناسبی برقرار شود. به عنوان مثال بر اساس این نظریه، از نظر آموزشی معلم باید تلاش کند ویژگی های ساخت شناختی یادگیرنده را بهبود و ارتقا بخشد به گونه ای که یادگیری و یادداری معنادار را به سطح مطلوب برساند (سیف، ۱۳۸۹، نقل شده در ریحانی، ۱۳۹۵).

یکی از راه هایی که می توان به وسیله آن، ویژگی های ساخت شناختی یادگیرنده را ارتقا بخشید، توجه به سبک های مختلف یادگیری در دانش آموزان و طراحی و تنظیم فرآیند آموزشی بر اساس آن ها است.

### سبک های یادگیری

از موثرترین رویکردها در مطالعه یادگیری، سبک های یادگیری است که در سال های اخیر با تاکید بر آن، چارچوبی نسبتاً<sup>۳</sup> نوین در زمینه یادگیری تدوین شده است. سبک های یادگیری ترجیحات فرد هستند نه توانایی های یادگیری. به همین سبب است که به این ویژگی های افراد، سبک های یادگیری گفته می شود نه توانایی یادگیری. سبک های یادگیری به عنوان بخشی از ویژگی های ورودی یادگیرندگان به حساب می آید. از این رو معلم در برخورد با یادگیرندگان مختلف باید پذیرند که هر یک از آنان ممکن است با یک سبک خاصی از یادگیری به انجام تکالیف درسی و یادگیری موضوع های مختلف پردازند. تحقیقات دهه های گذشته در آموزش، نشان می دهد که دانش آموزان، از سبک های یادگیری فردی استفاده می کنند (فلور<sup>۳</sup>، ۱۹۹۶). در نتیجه، آموزش باید چند بعدی باشد تا در برگزیده ی سبک های یادگیری گوناگون باشد (وزیری هامانه، ۱۳۹۲).

در باب تنوع سبک های یادگیری و شناختی دانش آموزان، تئوری های گوناگونی وجود دارد، براساس یکی از این تئوری ها مجاری شناخت حسی دانش آموزان، به پنج حس محدود می شود که از میان آن ها حس بینایی، حس شنوایی، و حس لامسه در ارتباط با جهان خارج و یادگیری، بر دیگر حس ها غلبه دارند. این سه حس به ترتیب مبنای سه تفکر تصویری، کلامی و دست ورزی هستند. هر چند مهارت های تفکر دانش آموزان طیفی بین سه مهارت تفکر است، اما معمولاً در دانش آموزان

<sup>۱</sup> meaningful learning

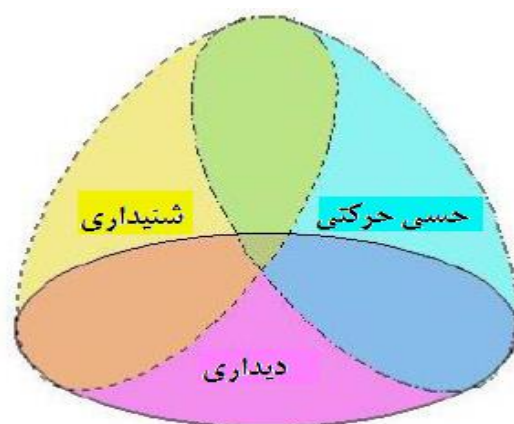
<sup>۲</sup> Ausubel

<sup>۳</sup> Felor

یکی از این سه سبک یادگیری بر دیگران غلبه دارد. این سه مهارت تفکر سه سبک یادگیری کلامی، تصویری و دست ورزی را به دست می آورند:

- سبک یادگیری کلامی از شنیدن نشات می گیرد،
- سبک یادگیری تصویری از دیدن نشات می گیرد، و
- سبک یادگیری دست ورزی از لمس کردن نشات می گیرد (وزیری همامه، ۱۳۹۲).

در شکل زیر، ضمن ارائه سبک های مختلف یادگیری، نشان داده می شود که بسیاری از یادگیرندگان از ترکیبی از سبک ها استفاده می نمایند. (نقل شده در نوری افشار و همکاران، ۱۳۹۶).



شکل ۲. بازنمایی سبک های یادگیری مختلف و دلالت نمایی کاربرست تلفیقی سبک ها توسط بسیاری از یادگیرندگان

علیرغم وجود سبک های یادگیری مختلف و تصدیق تاثیر مهم سبک های یادگیری بر فرآیند یادگیری بر فرآیند یادگیری، پژوهشگران موفق به ایجاد اجماع در خصوص تعیین مجموعه واحدی از اصول مقبول در این مورد نگردیده اند. (نقل شده در نوری افشار و همکاران، ۱۳۹۶).

طراحی آموزشی باید از ظرفیت پاسخگویی به روابط پیچیده موجود میان فعالیت یادگیری، فرآیندهای شناختی یادگیرنده و روش ادراک مولفه های مختلف رسانه ای برخوردار باشد. به همین ترتیب، آموزشگران نیز باید از فنون تدریس و ارائه ای استفاده نمایند که منجر به تسهیل تعامل دانش پژوهان با مطالب یادگیری گردیده و الزامات مختلف یادگیری دانش پژوهان برآورده سازد (لیه ژوان<sup>۱</sup>، ۱۹۹۷). (نقل شده در نوری افشار و همکاران، ۱۳۹۶).

با توجه به مطالب ارائه شده، به نظر می آید که آموزش با رویکرد بازنمایی های چندگانه می تواند با ایجاد محیط چند بعدی و ارتباط و اتصال بین مفاهیم، در برگزیده سبک های مختلف یادگیری و پاسخگوی الزامات مختلف یادگیری دانش آموزان باشد و در نهایت منجر به ایجاد یادگیری معنادار در دانش آموزان شود.

<sup>۱</sup> Lih-Juan

## اندازه گیری

اندازه گیری، نسبت دادن مقداری عددی به خصیصه ای از شیء است. در سطوح خیلی پیشرفته تر، اندازه گیری شامل نسبت دادن یک مقدار عددی برای یک مشخصه از یک موقعیت نیز می باشد (NCTM<sup>۱</sup>، ۲۰۰۰). بایز و دمور<sup>۲</sup> (۲۰۰۵)، نقل شده در گویا و خسرو شاهی، (۱۳۸۶) اندازه گیری را مرتب کردن جهان اطراف با استفاده از اعداد تعریف می کنند که به وسیله آن می توان جهان اطراف را بهتر کنترل کرد.

اندازه گیری نقش مهمی در برنامه درسی ریاضیات دارد. این مبحث در کمک به کودکان برای درک این موضوع است که ریاضیات در زندگی روزمره مفید است و به آن ها کمک می کند تا ایده ها و مهارت های ریاضی فراوان ابداع کنند. شورای ملی معلمان ریاضی (۱۹۸۹). (یورگنسن و دال<sup>۳</sup>، ۲۰۱۱).

در کل، مبحث اندازه گیری به چند دلیل بخش جدایی ناپذیر برنامه درس ریاضیات می باشد که شامل دلایل زیر می باشد:

- اندازه گیری در تجربیات روزمره دانش آموزان کاربرد دارد.
- اندازه گیری در فضای خارج از مدرسه کاربرد دارد.
- اندازه گیری به سایر زمینه ها و حوزه های برنامه درسی ریاضی کمک می کند.
- اندازه گیری به سایر حوزه های برنامه درسی کمک می کند.
- اندازه گیری دربرگیرنده تجربیات فعال و عمل یادگیری می باشد.
- اندازه گیری ارتباط محکمی با حل مسئله دارد. (یورگنسن و دال، ۲۰۱۱).

تحقیقات متعدد در مورد آموزش و یادگیری اندازه گیری نشان می دهد که دانش آموزان در یادگیری اندازه گیری مشکل دارند و به ویژه در حوزه های اندازه طول، مساحت و حجم، دارای درک سطحی و ضعیفی هستند. (بخشعلی زاده، ۱۳۹۲؛ تان سیسمان<sup>۴</sup> و آکسو<sup>۵</sup>، ۲۰۱۶).

## هدف و سوال تحقیق

هدف کلی در این تحقیق، تعیین اثر آموزش مبتنی بر بازنمایی های چندگانه روی یادگیری دانش آموزان پایه ششم ابتدایی در مبحث اندازه گیری می باشد. بنابراین سوال تحقیق به صورت زیر است:

آیا رویکرد آموزشی مبتنی بر بازنمایی های چندگانه، روی یادگیری معنا دار مفهوم اندازه گیری در دانش آموزان پایه ششم تأثیر دارد؟

## روش تحقیق

با توجه به این که این پژوهش، تاثیر یک رویکرد آموزشی بر یادگیری دانش آموزان در یک مبحث درسی را مورد مطالعه قرار می دهد، لذا پژوهش حاضر به روش شبه آزمایشی و با استفاده از دو گروه (آزمایش و گواه) صورت پذیرفته است. به منظور سنجش بهتر و دقیق تر از ویژگی های آزمودنی ها و اطمینان از این که وضعیت آن ها از جنبه های مختلف مورد ارزیابی

<sup>۱</sup> National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)

<sup>۲</sup> Buys and De Moor

<sup>۳</sup> Jorgensen and Dole

<sup>۴</sup> Tan sisman

<sup>۵</sup> Aksu

قرار گیرد، در این پژوهش، تلفیقی از روش کمی و کیفی استفاده گردیده است. بخش کمی آن مربوط به دو آزمون کتبی است که قبل و بعد از فرآیند تدریس از دانش آموزان گرفته شد و نمرات آن ارزیابی گردید و در ادامه برای پاسخ گویی بهتر و دقیق تر به سوالات تحقیق، از مصاحبه به عنوان ابزاری کیفی و مکمل برای آزمون ها استفاده گردید. تحقیق از نظر هدف، جزء پژوهش های کاربردی محسوب می شود.

جامعه آماری این تحقیق شامل کلیه دانش آموزان پسر پایه ششم ابتدایی شهر شهریار است که در سال تحصیلی ۹۶-۱۳۹۵ مشغول به تحصیل بودند. نمونه های انتخاب شده برای این پژوهش، دو کلاس از یک مدرسه عادی هستند که نمونه در دسترس می باشند. از هر کلاس یک گروه ۳۰ نفره برای انجام فرآیند تحقیق در نظر گرفته شد.

به منظور جمع آوری اطلاعات لازم برای این پژوهش از دو ابزار آزمون کتبی و مصاحبه استفاده شد. آزمون ها قبل و بعد از فرآیند تدریس، در دو شکل پیش آزمون و پس آزمون از آزمودنی های هر دو گروه به عمل آمد و از تجزیه و تحلیل داده های حاصل از آن ها برای آزمون فرضیه تحقیق و پاسخ به سوال آن استفاده شد. سوالات این آزمون ها به گونه ای طراحی شدند که متناسب با محتوای مشترک تدریس شده، از جمله مهم ترین چالش ها و مشکلات دانش آموزان در مبحث اندازه گیری و نیز در بردارنده حالت های مختلفی از تبدیل و انتقالات بین بازنمایی ها باشند و یادگیری مفهومی دانش آموزان را مورد ارزیابی قرار دهند. به منظور بررسی و ارزیابی دقیق تر یادگیری دانش آموزان، تایید و اطمینان بخشی نتایج آزمون های کتبی، از تعداد پنج نفر از دانش آموزان هر گروه مصاحبه ای صورت پذیرفت. این دانش آموزان به گونه ای انتخاب گردیدند که نمونه ای از سطوح مختلف دانش آموزان باشند. در طرح پرسش های مصاحبه ها، مواردی که در مشاهدات و آزمون ها جلب توجه نموده و ابهام انگیز بوده اند مد نظر قرار گرفت به گونه ای که کار مصاحبه بتواند مکمل کار مشاهدات و آزمون ها باشند و نواقص سنجش آن ها را برطرف نماید.

پس از تنظیم آزمون ها و تهیه جدول هدف- محتوا، روایی محتوایی سوالات این آزمون ها با مشورت با اساتید و ۵ نفر از دبیران ریاضی مجرب، با روش CVR سنجیده شد و با مقدار ۰/۹۹ مورد تایید قرار گرفت. برای برآورد و تخمین ضریب پایایی آزمون ها از روش آلفای کرونباخ استفاده شد. بعد از اجرای آزمایشی آزمون ها، ضریب پایایی سوالات این آزمون با استفاده از نرم افزار آماری SPSS و روش آلفای کرونباخ محاسبه گردید. مقدار آلفای کرونباخ در پیش آزمون با تعداد ۱۲ سوال ۰/۸۸۷ و در پس آزمون با تعداد ۲۳ سوال ۰/۷۲۷ محاسبه شد که این مقادیر از نظر آماری معنادار هستند.

### فرآیند تحقیق

به منظور سنجش میزان دانش اولیه (پیش نیاز) دانش آموزان و اطمینان از برابری سطح دو گروه، آزمونی از مطالب و مفاهیم اساسی مربوطه که دانش آموزان از قبل آموخته اند، انجام گرفت. سوالات این آزمون بر اساس شواهدی که پژوهشگر از قبل در مورد چالش ها و اشکالات دانش آموزان داشته و نیز با نظرخواهی از چند نفر از همکاران و مشاهدات و تجربیاتی که آنان در طول سال های تدریس در کلاس های خود داشته اند، تنظیم گردید و روایی آن با روش CVR مورد تایید قرار گرفت. این آزمون در یک جلسه برگزار گردید. در گروه کنترل مفاهیم به شیوه سنتی تدریس شد، به این صورت که بازنمایی های مختلف هر مفهوم به دانش آموزان معرفی شد اما به صورت گسسته و جدا از هم. به عبارت دیگر، هیچ گونه اتصالی بین این بازنمایی ها برقرار نگردید. در گروه آزمایش با ارائه مفهوم در قالب فعالیت هایی تنظیم شده، بازنمایی های مختلف آن مفهوم و ارتباط بین این بازنمایی ها نیز مطرح گردید. چارچوب اجرایی فعالیت ها در جدول های زیر بیان شده است.

جدول الف: چارچوب اجرایی فعالیت های مفهوم طول

دانش آموزان به طور تجربی با استفاده از واحدهای غیر استاندارد مانند گیره، مداد و ... و پس از آن با استفاده از ابزار اندازه گیری (خط کش، متر) و واحد استاندارد طول اشیای مختلف را اندازه گیری می کنند.	دست ورزی	طول
در مورد مفهوم طول، واحدهای آن، ارتباط بین واحدها و چگونگی اندازه گیری و ... از طریق پرسش و پاسخ از دانش آموزان توضیحاتی ارائه می شود، همچنین در هر مرحله از فعالیت ها از دانش آموزان خواسته می شود که در مورد نحوه کار و پاسخ های خود توضیحاتی بیان کنند.	کلامی	
برای ایجاد ذهنیت مناسب در مورد مفهوم طول، درک مفهوم واحد و چگونگی به کار گیری واحد برای بیان اندازه طول شکل هایی نمایش داده می شود. همچنین در فعالیت های مختلف از دانش آموزان خواسته می شود که برای مفهوم مورد نظر شکل رسم کنند.	تصویری	
از دانش آموزان خواسته می شود که در مورد اندازه های مختلفی که داده می شود مثال های واقعی بیان کنند و همچنین در مورد مثال های واقعی مختلف حدس بزنند که اندازه آن ها چقدر است.	واقعی	
از دانش آموزان خواسته می شود که اندازه های مختلف را همراه با واحد مربوطه بنویسند، رابطه بین واحدهای مختلف به صورت نمادین نوشته می شود.	نمادین	

جدول ب: چارچوب اجرایی فعالیت های مفهوم سطح

برای شکل گیری درست مفهوم سطح تصاویری ارائه می شود تا دانش آموزان مفهوم سطح، واحد مربع، ابعاد، رابطه بین سطح و ابعاد، و ... را ببینند. همچنین در بخش های مختلف از دانش آموزان خواسته می شود که برای بیان توضیحات خود از شکل استفاده کنند.	تصویری	سطح
در هنگام نمایش تصاویر، در مورد هر یک از مفاهیم و چگونگی شکل گیری اندازه سطح از دانش آموزان پرسش و پاسخ می شود و همچنین در هر مرحله از فعالیت ها از دانش آموزان خواسته می شود که در مورد کار یا پاسخ خود توضیح دهند.	کلامی	
از دانش آموزان خواسته می شود با استفاده از مقواهای رنگی شکل های مختلف را بکشند و واحدهای آن را قسمت بندی کنند و برش بدهند، و یا با استفاده از واحدهای مشخص، سطح یک شکل را پر کنند. همچنین سطح اشیای مختلف را اندازه گیری نمایند.	دست ورزی	
در بخش های مختلف از فعالیت ها از دانش آموزان خواسته می شود که برای اندازه های مختلف از سطوح، مثال واقعی پیدا کنند و یا بالعکس در مورد اندازه سطوح مختلف واقعی حدس بزنند. یعنی در واقع دانش آموزان اندازه های مختلف را با سطوح واقعی مختلف تطبیق می دهند.	واقعی	



..... بازنمایی های چندگانه و نقش آن در یادگیری...

پس از اطمینان از درک صحیح در مورد هریک از مفاهیم شکل نمادین آن ها اعم از به کارگیری واحد، روابط بین ابعاد و اندازه سطح، روابط بین واحدهای های مختلف، به صورت نمادین در می آید و نوشته می شوند.	نمادین	
--	--------	--

جدول ج : چارچوب اجرایی فعالیت های مفهوم حجم

از دانش آموزان خواسته می شود تا با استفاده از مکعب های واحد مانند چینه یا حبه های قند حجم هایی را پر کنند و با حجم هایی را بسازند، و همچنین حجم اجسام مختلف را اندازه گیری کنند.	دست ورزی	حجم
در هر مرحله از کار برای هدایت و ارائه مفاهیم، از دانش آموزان پرسش و پاسخ می شود و همچنین در هر بخش از آن ها خواسته می شود که در مورد پاسخ یا کار خود توضیح دهند.	کلامی	
برای شکل گیری مفهوم حجم و تبدیل واحدهای آن از شکل ها و تصاویری استفاده می شود، همچنین در بخش های مختلف از آن ها خواسته می شود که از شکل استفاده کنند.	تصویری	
در حین انجام هر بخش از فعالیت ها، مثال هایی واقعی بیان می شود و از دانش آموزان نیز خواسته می شود که اندازه های مختلف را با اشیای مختلف واقعی تطبیق دهند و بالعکس در مورد اندازه اشیای مختلف حدس بزنند.	واقعی	
پس از اطمینان از درک معنادر مفاهیم، شکل نمادین آن ها مانند به کارگیری واحد برای اندازه، روابط بین ابعاد، سطح و حجم، روابط بین واحدهای مختلف و ...، به صورت نمادین نوشته می شوند.	نمادین	

فرآیند تدریس در طی ۶ جلسه انجام گرفت. پس از آموزش مفاهیم مربوطه توسط معلم (محقق)، آزمونی کتبی با سوالات مفهومی از محتوای مشترک تدریس شده در گروه تنظیم و پس از تایید روایی آن با روش CVR از دانش آموزان هر دو گروه به عمل آمد. هدف از این آزمون بررسی و مقایسه وضعیت یادگیری دو گروه می باشد. پس از این آزمون، پنج دانش آموز از هر گروه به عنوان نمونه برای شرکت در مصاحبه های فردی انتخاب می شوند تا در این مصاحبه ها چگونگی پاسخگویی آن ها به سوالات مختلف مورد ارزیابی قرار گیرد.

### یافته های پژوهش

برای تجزیه و تحلیل داده ها از روش های آماری توصیفی و استنباطی استفاده شد. در تجزیه و تحلیل استنباطی داده های مربوط به آزمون های مفهومی، از آزمون t استفاده شد و برای بررسی نرمال بودن داده ها از آزمون کولموگروف – اسمیرنوف استفاده شد و در تجزیه و تحلیل توصیفی نیز آماره هایی از قبیل: میانگین، چولگی، کشیدگی، دامنه، بیشترین، کمترین، مد، انحراف استاندارد، واریانس و نمودار هیستوگرام داده ها مورد بررسی قرار گرفتند. داده های به دست آمده از طریق مصاحبه نیز به صورت کیفی بررسی و تحلیل شدند.

## یافته های توصیفی

جدول ۱. آمار توصیفی پیش آزمون گروه گواه

پیش آزمون	میانگین	چولگی	کشیدگی	دامنه	بیشترین	کمترین	مد	انحراف استاندارد	واریانس
	۱۴/۱۳	-۰/۴۵۲	-۱/۰۴۲	۱۵	۱۹/۵	۴/۵	۱۹	۴/۵۴	۲۰/۶۲۰

جدول ۱ آمار توصیفی متغیر پیش آزمون گروه گواه را نشان می دهد. میانگین پیش آزمون ۱۴/۱۳ و انحراف استاندارد ۴/۵۴ می باشد. همچنین مشاهده میشود که دامنه نمرات از ۴/۵ تا ۱۹/۵ گسترده شده است.

جدول ۲: آمار توصیفی متغیر پیش آزمون گروه آزمایش

پیش آزمون	میانگین	چولگی	کشیدگی	دامنه	بیشترین	کمترین	مد	انحراف استاندارد	واریانس
	۱۳/۷۵	-۰/۵۶۴	-۱/۳۶۰	۱۵	۱۹/۵	۴/۵	۱۸	۵/۴۵	۲۹/۷۲۰

جدول ۲ آمار توصیفی متغیر پیش آزمون گروه آزمایش افراد شرکت کننده در تحقیق را نشان می دهد. بر این اساس مشاهده می شود میانگین پیش آزمون گروه آزمایش ۱۳/۷۵ و انحراف استاندارد ۵/۴۵ می باشد. همچنین مشاهده میشود که دامنه نمرات از ۴/۵ تا ۱۹/۵ گسترده شده است.

جدول ۳: آمار توصیفی متغیر پس آزمون گروه گواه

پیش آزمون	میانگین	چولگی	کشیدگی	دامنه	بیشترین	کمترین	مد	انحراف استاندارد	واریانس
	۱۵/۰۵	-۰/۰۶۹	-۱/۲۸۱	۲۳	۲۵/۵	۲/۵	۲۲/۷۵	۶/۷۷	۴۵/۹۲۴

جدول ۳ آمار توصیفی متغیر پیش آزمون گروه گواه را نشان می دهد. میانگین پیش آزمون ۱۵/۰۵ و انحراف استاندارد ۶/۷۷ می باشد. همچنین مشاهده میشود که دامنه نمرات از ۲/۵ تا ۲۵/۵ گسترده شده است.

جدول ۴: آمار توصیفی متغیر پس آزمون گروه آزمایش

پیش آزمون	میانگین	چولگی	کشیدگی	دامنه	بیشترین	کمترین	مد	انحراف استاندارد	واریانس
	۱۶/۸۲	-۰/۱۹۸	-۱/۶۳۳	۲۴/۵	۲۸/۲۵	۳/۷۵	۶	۸/۵۷	۷۳/۵۲

جدول ۴ آمار توصیفی متغیر پس آزمون گروه آزمایش افراد شرکت کننده در تحقیق را نشان می دهد. بر این اساس مشاهده می شود میانگین پس آزمون گروه آزمایش ۱۶/۸۲ و انحراف استاندارد ۸/۵۷ می باشد. همچنین مشاهده میشود که دامنه نمرات از ۳/۷۵ تا ۲۸/۲۵ گسترده شده است.

جدول ۵: آمار توصیفی اختلاف نمرات پیش آزمون از پس آزمون در گروه گواه

میانگین	دامنه	بیشترین	کمترین	مد	انحراف استاندارد	واریانس
۰/۹۱۶	۱۱	۶/۷۵	-۴/۲۵	-۱	۲/۸۵۵	۸/۱۵۲

اختلاف نمرات<sup>۰</sup>

جدول ۵ نشان می دهد که همه شاخص های آمار توصیفی (به جز مد و کمترین نمره) در پیش آزمون کمتر بوده است.

جدول ۶: آمار توصیفی اختلاف نمرات پیش آزمون و پس آزمون در گروه آزمایش

میانگین	دامنه	بیشترین	کمترین	مد	انحراف استاندارد	واریانس
۳/۰۷۵	۱۲	۸/۷۵	-۳/۲۵	۱	۳/۶۳۱	۱۳/۱۹۰

اختلاف نمرات<sup>۰</sup>

جدول ۶ نشان می دهد که همه شاخص های آمار توصیفی (به جز کمترین نمره) در پیش آزمون کمتر بوده است. بنابراین بر اساس یافته های توصیفی در گروه گواه با توجه به جداول ۳ و ۱ می توان نتیجه گرفت میانگین نمرات پیش آزمون ۱۴/۱۳ بوده که در پس آزمون ۱۵/۰۵ شده و با توجه به جدول ۵ اختلاف میانگین نمرات گروه گواه در پیش آزمون و پس آزمون ۰/۹۱۶ است و این در حالی است که در گروه آزمایش با توجه به جداول ۴ و ۲ میانگین نمرات پیش آزمون ۱۳/۷۵ بوده که در پس آزمون به ۱۶/۸۲ افزایش یافته است و با توجه به جدول ۶ اختلاف نمرات پس آزمون و پیش آزمون در گروه آزمایش ۳/۰۷۵ می باشد که نشان می دهد توجه به بازنمایی ها و ارتباط آنها در آموزش موضوع اندازه گیری تاثیر دارد.

### تحلیل استنباطی یافته های پژوهش

برای بررسی نرمال بودن متغیرها از آزمون کولموگروف-اسمیرنوف استفاده شده است. برای آزمون همگونی واریانس<sup>۱</sup> در دو گروه آزمایش و گواه از آزمون لون<sup>۲</sup> استفاده شده است.

جدول ۷: نتایج آزمون لون

سطح معناداری	F
۰/۰۶۷	۳/۴۸۵

با توجه به جدول ۷ و سطح معناداری ۰/۰۶۷ که بیشتر از ۰/۰۵ است، می توان واریانس دو گروه را همگون در نظر گرفت. با توجه به آزمون کولموگروف-اسمیرنوف که توزیع متغیر اختلاف پیش آزمون از پس آزمون را نرمال گزارش میکند، از آزمون تی برای گروه های مستقل<sup>۳</sup> استفاده شد که نتایج آن در جدول ۸ نمایش داده شده است.

<sup>۱</sup> Test of Homogeneity of Variances

<sup>۲</sup> Levene

<sup>۳</sup> Independent Samples T-Test

جدول ۸: نتایج آزمون تی برای دو گروه مستقل

متغیر	گروهها	میانگین	درجه آزادی	t	معنی‌داری
اختلاف نمرات پیش آزمون از	گروه آزمایش	۳/۰۷۵	۵۸	/۵۵۹	۰/۰۱۳
پس آزمون	گروه گواه	۰/۹۱۶			

با توجه به جدول ۸ و سطح معناداری آزمون تی، می‌توان دریافت، نمرات پس آزمون اختلاف معناداری با نمرات پیش آزمون در دو گروه دارد. بنابراین فرض صفر رد شده و فرضیه پژوهش که بیان می‌کند "میانگین نمرات دانش‌آموزانی که با رویکرد آموزشی مبتنی بر بازنمایی‌های چندگانه آموزش می‌بینند بیشتر از میانگین نمرات دانش‌آموزانی است که با رویکرد سنتی آموزش داده می‌شوند" تایید می‌شود.

در بررسی نتایج پیش آزمون به عمل آمده از هر دو گروه آزمایش و کنترل مشخص گردید که تفاوت معناداری بین میانگین‌های نمرات دو گروه وجود ندارد، همچنین این آزمون نشان دهنده عملکرد ضعیف هر دو گروه و مشکلات مختلفی از عدم درک صحیح و کامل مفاهیم از پیش آموخته شده بود. اما بررسی‌های مربوط به نتایج پس آزمون نشان داد میانگین نمرات دانش‌آموزانی که با رویکرد مبتنی بر بازنمایی‌های چندگانه آموزش دیده بودند به طور معناداری بیشتر از دانش‌آموزان گروه کنترل می‌باشد. مصاحبه صورت گرفته بعد از اجرای آزمون نهایی و نیز مشاهدات کلاسی که محقق (معلم) در حین اجرای فرآیند تدریس داشته، تایید کننده یافته‌های کمی بودند، بنابراین در پاسخ به سوال می‌توان گفت: رویکرد آموزشی مبتنی بر بازنمایی‌های چندگانه بر روی یادگیری بهتر مفهوم اندازه‌گیری در دانش‌آموزان پایه ششم تاثیر قابل توجهی دارد.

### بحث و نتیجه‌گیری

با توجه به پیشینه پژوهشی و نیز یافته‌های به دست آمده در این پژوهش می‌توان نتیجه گرفت که دانش‌آموزان، دارای هوش‌های مختلف و ترجیحات و سبک‌های متفاوتی در یادگیری هستند و بنابراین طراحی آموزشی باید به گونه‌ای باشد که پاسخگوی این تفاوت‌ها (فرآیندهای شناختی و روش‌های ادراک یادگیرنده) و نیازهای دانش‌آموزان باشد. استفاده از یک یا دو حالت بازنمایی نمی‌تواند درک مفهومی و کاملی را برای یادگیرندگان فراهم کند و یادگیری را به سمت درک رویه‌ای پیش خواهد برد. در روش تدریس معمول و رایج در بین معلمان عموماً مطالب به صورت رویه‌ای و با یکی دو حالت از بازنمایی‌ها (عموماً جبری) ارائه می‌گردد و این موضوع نه تنها منجر به درک ناقص و سطحی از مفاهیم برای دانش‌آموزان خواهد شد، بلکه از توسعه بلندمدت ساختار و تفکر ریاضی دانش‌آموز جلوگیری می‌کند. بازنمایی‌های چندگانه ضمن ایجاد روشی فعال و سازنده‌گرا در یادگیری، و بهره‌گیری از همه کانال‌های حسی و روشن ساختن ابعاد و جلوه‌های مختلف یک مفهوم برای یادگیرندگان، موقعیتی را فراهم می‌آورد که فراگیران بتوانند به فراخور هوش و سبک یادگیری خود با مفاهیم درسی ارتباط برقرار کنند و به این صورت آن‌ها را به سمت درک مفهومی هدایت کند. بازنمایی‌های چندگانه این موقعیت را فراهم می‌آورد که بین سبک‌های مختلف یادگیری و نحوه درک دانش‌آموزان تعادل برقرار نماید. نکته بسیار مهم دیگری که از نتایج این تحقیق و تحقیقات مشابه حاصل می‌شود این است که به کارگیری حالت‌های مختلف بازنمایی بدون مرتبط و متصل کردن آن‌ها نمی‌تواند موجب یادگیری مفهومی و عمیق در دانش‌آموزان شود و عدم اتصال و ارتباط این بازنمایی‌ها حتی خود ممکن است سبب ایجاد تعارضات و بدفهمی‌هایی در دانش‌آموزان گردد.

همچنین بررسی پیشینه پژوهشی و نیز شواهد به دست آمده در طول این تحقیق نشان دهنده درک ضعیف و سطحی دانش آموزان در اندازه گیری است. از مهم ترین دلایل در شکل گیری این وضعیت می توان به موارد زیر اشاره نمود:

- ❖ مفاهیم به شکلی معنادار آموخته نمی شوند و بیشتر از روش های رویه ای استفاده می شود.
- ❖ دانش آموزان از بسیاری از مفاهیم تجربه عملی و واقعی ندارند.
- ❖ ارتباط درونی بین مفاهیم مختلف اندازه گیری را نمی دانند.
- ❖ ارتباط بین مفاهیم آموزشی با زندگی روزمره و کاربرد آن ها را به خوبی درک نمی کنند.
- ❖ در مورد بعضی از مفاهیم ذهنیت و تصور درست و دقیقی ندارند.

نتایج مطالعات نشان داده است که اکثر معلمان مفاهیم اندازه گیری را به صورت رویه ای ارائه می کنند در صورتی که طبق چارچوبی که در برنامه درسی ریاضی مدرسه ای آمده است فعالیت های واقعی اندازه گیری، استفاده از تجربیات زندگی روزمره در واحدهای غیراستاندارد، گفتگو برای درک لزوم واحدهای استاندارد، معیارهای مورد استناد شخصی، تخمین و ... جزء جدا نشدنی یک برنامه درسی اندازه گیری هستند که بازنمایی های چندگانه می تواند به خوبی زمینه را برای تحقق این معیارها و ایجاد درک مفهومی فراهم آورد.

یافته های مطالعه حاضر نشان داد که رویکرد آموزشی مبتنی بر بازنمایی های چندگانه در آموزش مبحث اندازه گیری تاثیر قابل توجهی در یادگیری بهتر دانش آموزان دارد و باعث کاهش مشکلات آن ها در این زمینه می گردد.

یافته های این تحقیق، با نتایج تحقیقات قربانی (۱۳۸۸)، نگهبانی (۱۳۹۲)، اکاس (۲۰۰۹)، نیزارودین (۲۰۱۴)، شاتیلو و همکاران (۲۰۱۶)، که تاثیر بازنمایی های چندگانه بر یادگیری دانش آموزان را به ترتیب در مباحث کسر در پایه چهارم، تابع در دوره دوم متوسطه، عملکرد جبری در پایه هفتم، حل مسئله، مشتق در دوره دوم متوسطه، مورد مطالعه قرار دادند همسو می باشد.

## منابع

۱. بخشعلی زاده، شهرناز (۱۳۹۲). شناسایی بدفهمی های رایج دانش آموزان پایه چهارم ابتدایی در حوزه محتوایی ریاضی، پژوهشگاه مطالعات آموزش و پرورش، صص ۴۷-۴۴.
۲. دافعی، حمید (۱۳۸۹). بازنمایی های چندگانه در آموزش ریاضی. مجله رشد آموزش ریاضی. سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی. وزارت آموزش و پرورش، شماره ۱۰۰.
۳. ریحانی، ابراهیم (۱۳۹۵). تحلیل خط مشی ها، اسناد مصوب، پژوهش ها و منابع مرتبط با حوزه ی یادگیری ریاضی. سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.
۴. گویا، زهرا و امامی، علی (۱۳۹۲). بازنمایی ها و نقش آن در درک مفهوم تابع. مجله رشد آموزش ریاضی. سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی. وزارت آموزش و پرورش. شماره ۱۱۴.
۵. گویا، زهرا و قدک ساز خسروشاهی، لیلا (۱۳۸۶). غفلت از اندازه تا چه اندازه؟. مجله رشد آموزش ریاضی، دوره بیست و پنجم، شماره ۲. صص ۱۹-۴.
۶. قربانی سی سخت، زینب (۱۳۸۸). بررسی اثر آموزش مبتنی بر بازنمایی های چندگانه روی درک دانش آموزان پایه چهارم ابتدایی از کسرها. پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی تهران.
۷. نگهبانی، مژده (۱۳۹۴). بررسی تاثیر آموزش مبتنی بر بازنمایی های چند گانه بر میزان درک دانش آموزان از مفهوم تابع در دوره دوم متوسطه شهرستان مهر. پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه آزاد واحد مرودشت.
۸. نوری افشار، مهریار و حق وردی، مجید و کمیجانی، علی (۱۳۹۶). بازنمایی های چندگانه در آموزش و یادگیری: انعکاس تجربیات عملی. فصلنامه علمی پژوهشی رهیافتی نو در مدیریت آموزشی، سال هشتم، شماره ۳، پیاپی ۳۳.
۹. وزیري هامانه، مریم سادات (۱۳۹۲). سبک های یادگیری در کتاب ریاضی دوم دبستان. پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه آزاد واحد علوم و تحقیقات.
۱۰. یورگنسن، روبین و دال، شلی (۲۰۱۱). آموزش ریاضیات در دبستان. ترجمه امیرحسین آشنا. (۱۳۹۳). تهران: نشر بینش نو.
۱۱. Akkus, O & Cakiroglu, E. (۲۰۱۰). The effect of multiple representations-based instruction on seventh grade students algebra performance. *Proceedings of CERME ۶*.
۱۲. Akkus, O. (۲۰۰۴). The effects of multiple representations-based instructions on several grade students' algebra performance, attitude toward mathematics, and representation preference. *Doctoral dissertation, Middle east technical university*.
۱۳. Ayub, A., Ghazali, M & Othman, A. (۲۰۱۳). Preschool Children's Understanding of Numbers from the Multiple Representation Perspective. *Journal Of Humanities And Social Science*. Volume ۱۴, Issue ۶, PP ۹۳-۱۰۰.
۱۴. National Council of Teachers of Mathematics, Principles and standards for school mathematics, (NCTM, ۲۰۰۰).
۱۵. Nizarudin. (۲۰۱۴). Role of multiple representation in mathematical problem solving. *International conference on mathematics, science, and education (ICMSE ۲۰۱۴)*.
۱۶. Shatila, H., Habre, S & Osta, I. (۲۰۱۶). *۲۸th International Conference on Technology in Collegiate Mathematics (ICTCM)*.

۱۷. Tan Sisman, G & Aksu, M. (۲۰۱۶). A Study on Sixth Grade Students' Misconceptions and Errors in Spatial Measurement: Length, Area, and Volume. *Article in International Journal of Science and Mathematics Education* .