

**Identifying Students Challenges in Solving Fraction Word Problems
at the End of Elementary School**

Mona Batoei Avarzaman¹, Maryam Mohsenpour^{*2}, Zahra Gooya³

¹Master of Educational Psychology

²Department of Educational Psychology, Faculty of Education and Psychology,
AlZahra University, Tehran, Iran

³Department of Mathematics, Faculty of Mathematical Sciences,
Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

Abstract: Ability to apply mathematical knowledge to problem solving is achieved by confronting students with real-life challenges in the context of word problems. Therefore, the ability of students to solve word problems is one of the goals of educational systems. In this regard, the present study sought to identify the challenges of solving the word problems of fractions in students at the end of elementary school. For this purpose, eight boys and girls, voluntarily participated in a study they were interviewed using task- based interview technique and the data collected through six mathematical word problems related to fraction. The data were analysed using inductive content analysis and sub-themes and themes, were explained accordingly. The themes and sub- themes helped to identify 10 main challenges that students were facing while solving fractions' word problems as major findings of this study. These challenges were changes in sentence structure, computational errors in fractions, misconceptions regarding fraction concept, students' beliefs about mathematical problems, limited views regarding problem solving, dominance of procedural learning over relational learning, low self-esteem about problem solving and effects of emotional factors in solving problems and conceptual difficulties. Based on these findings, the conclusion is that students face cognitive, emotional and linguistic challenges in solving fraction word problems. Thus the concluding remark is that to help students overcome these challenges, there is a need to make some in further reforms in mathematics curriculum and teaching methods, these challenges should be considered.

Keywords: Mathematical Word Problems, Fraction, Grade 6 Students, Task-Based Interview

* Corresponding Author, Email: m.mohsenpour@alzahra.ac.ir

شناسایی چالش‌های دانشآموزان در حل مسائل کلامی کسر در پایان دوره ابتدایی

مونا بطوبی آورزمان^۱، مریم محسن پور^{۲*}، زهرا گویا^۳

^۱کارشناسی ارشد روانشناسی تربیتی

^۲گروه روان شناسی تربیتی، دانشکده علوم تربیتی و روان شناسی، دانشگاه الزهرا، تهران، ایران

^۳گروه ریاضی، دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

چکیده: به کار بردن دانش ریاضی در حل مسائل از طریق مواجه ساختن دانشآموزان با چالش‌های زندگی واقعی در چارچوب مسائل کلامی، یکی از شاخص‌های کیفی ارزیابی توانایی آنان محسوب می‌شود. بنابراین، توانمند کردن دانشآموزان در حل مسائل کلامی، یکی از اهداف نظامهای آموزشی است. پژوهش حاضر به دنبال شناسایی چالش‌های حل مسائل کلامی کسرهای متعارفی در دانشآموزانی بود که دوره ابتدایی را به پایان رسانده بودند. بدین منظور با هشت دانشآموز دختر و پسر که داوطلب شرکت در پژوهش بودند و پایه ششم ابتدایی را تمام کرده بودند و آماده ورود به پایه هفتم ابتدایی بودند، مصاحبه‌ای با رویکرد کیفی و به روش مصاحبه مبتنی بر تکلیف صورت گرفت. محتوای تکالیف در مصاحبه، شش مسئله کلامی ریاضی در حوزه کسر بود. پس از پیاده سازی مصاحبه‌ها، به روش تحلیل محتوای استقرایی، زیر مضمون‌ها و مضمون‌ها تبیین شدند. طبق یافته‌های پژوهش، ۱۰ چالش دانشآموزان تحت عنوان‌های تغییر در ساختار جمله، اشتباه‌های محاسباتی در عملیات با کسرها، بدهمی در رابطه با کسرها، باور نامناسب نسبت به پاسخ یک مسئله ریاضی، محدود بودن تصور دانشآموزان نسبت به حل مسئله، غلبه یادگیری رویه‌ای بر یادگیری رابطه‌ای، پایین بودن اعتماد به نفس در رابطه با حل مسئله، نقش عوامل عاطفی در حل مسئله، مشکل مفهومی در درک مفاهیم ریاضی و مدل‌سازی شناسایی شد. در مجموع، نتایج نشان داد دانشآموزان در حل مسائل کلامی کسر، با چالش‌های شناختی، عاطفی و زبان‌شناختی مواجه هستند. لذا توصیه می‌شود در راستای رویارویی اصولی با این چالش‌ها و حل آنها، تغییراتی در برنامه‌های درسی، سبک‌های تدریس و محتوای آموزش‌ها صورت گیرد.

واژگان کلیدی: مسائل کلامی ریاضی، دانشآموزان پایان دوره ابتدایی، کسر متعارفی، مصاحبه مبتنی بر تکلیف

*نویسنده مسئول، رایانامه: m.mohsenpour@alzahra.ac.ir

ریاضی، مطالعه اعداد و نحوه ارتباط آن‌ها با یکدیگر در دنیای واقعی است. ریاضی به اندازه زبان مهم است، چون هر روز از آن برای گفتن زمان، بازی کردن، آشپزی کردن، ساخت اشیا و تقریباً برای انجام هر نوع کاری استفاده می‌شود (آرتوت، ۲۰۱۵). کاربردی بودن ریاضی و نقش آن در زندگی روزانه انسان و توانمندسازی افراد برای اداره زندگی موجب شده است که به آموزش ریاضی اهمیت بسیار داده شود (بالوگلو و کوچاک، ۲۰۰۶). به همین منظور است که در نظام آموزشی ایران هم توانایی به کارگیری ریاضی در حل مسائل روزمره و انتزاعی، از اهداف اساسی آموزش ریاضی به شمار می‌رود و آموزش‌ها در راستای توانمند کردن دانشآموزان در استدلال منطقی و قدرت تجزیه و تحلیل مسائل پیرامون زندگی قرار گرفته شده است (سنده برنامه درسی ملی، ۱۳۹۱). همچنین در ابتدای بخش «سخنی با معلم» از کتاب درسی ریاضی پایه ششم ابتدایی، کاربردی بودن ریاضی مورد تأکید قرار گرفته است و هدف اصلی کتاب‌های درسی ریاضی، پرورش قوه تفکر و تعقل و استدلال و رشد توانایی حل مسئله مطرح شده است (امیری و همکاران، ۱۳۹۶).

توانایی به کار بردن دانش ریاضی در حل مسائل، افق جدیدی را در تفکر ریاضی دانشآموزان ایجاد می‌کند و فرصتی برای درک ریاضی به آن‌ها می‌دهد. به همین خاطر است که مهارت‌های حل مسئله، به ابزاری مهم و اساسی برای ارزیابی تفکر ریاضی دانشآموزان تبدیل شده است (چارلزورس و لیلی، ۲۰۱۲). حل مسئله، فرایند شناختی-رفتاری است که توسط خود فرد هدایت می‌شود و فرد سعی می‌کند که با کمک آن، راه حل‌های مؤثر یا سازگارانه ای برای مسائل زندگی روزمره خویش پیدا کند. بنابراین حل مسئله یک فرایند آگاهانه، منطقی و هدفمند است که معلمان نظام‌های آموزشی از آن به عنوان یک ابزار آموزشی جهت توانمندسازی دانشآموزان استفاده می‌کنند (نزو، نزو و زوریلا، ۲۰۱۲). از طریق آموزش حل مسئله، دانشآموز قادر است در موقعیت‌های ناآشنا جهت انجام فعالیت‌های خارج از کلاس درس ریاضی، فکر کند، کنجدکاو باشد و با پشتکار و اعتماد به نفس عمل کند (شورای ملی معلمان ریاضی امریکا، ۲۰۰۰). یکی از راه‌های رسیدن به این مهم، مواجه ساختن دانشآموزان با چالش‌های زندگی واقعی در قالب حل مسئله کلامی ریاضی است.

مسئله‌های کلامی ریاضی، تمرین‌هایی هستند که در غالب متن ارائه می‌شوند، از متنی که در صورت مسئله آمده است، یک یا چند سؤال مطرح می‌شود که با به کارگیری عملیات ریاضی و اطلاعات عددی موجود در متن، باید به آن‌ها پاسخ داده شود (لیو، ۱۹۹۲). تکلیف‌های چالش‌برانگیز مسائل کلامی، فرصتی برای پرورش درک مطلب، تفکر انتقادی، خلاقیت، آماده‌سازی برای زندگی و رویرو شدن با واقعیت زندگی را برای دانشآموزان فراهم کرده است و همین ویژگی، مسائل کلامی را از سایر انواع مسائل ریاضی متمایز می‌کند که معلمان، می‌توانند از آن‌ها به عنوان ابزاری برای تدریس ریاضی، استفاده کنند (مگلیکو، ۲۰۱۶). برای حل درست مسائل کلامی، لازم است قبل از آن که دانشآموزان از توانایی خود در انجام عملیات ریاضی استفاده کنند، صورت یا متن مسئله را به طور کامل، درک کرده باشند. از این‌رو، یک چالش اساسی برای حل کننده‌های مسائل کلامی، عدم درک کافی از جمله‌های مسئله است (بونن و همکاران، ۲۰۱۳).

با توجه به این که مسائل کلامی ریاضی، به واقع از کلمه ساخته شده اند، لازم است که برای حل آنها، قبل از آن که دانشآموز از مهارت محاسباتی خود استفاده کند، اقدام به خواندن مسئله ریاضی کند و از فهم کامل آن، اطمینان یابد. بدین سبب، تمرکز پژوهش‌های خارجی و داخلی متعددی بر این بوده است که بین حل مسئله و درک خواندن، رابطه ای جدی وجود دارد. به عنوان نمونه، نتیجه پژوهش شافلر (۲۰۱۸) با دانشآموزان پایه هشتم نشان داد ضعف دانشآموزان در مهارت خواندن، اثرات مضری بر توانایی حل مسائل کلامی آنها دارد و در نتیجه، حمایت از دانشآموزان در یادگیری خواندن و درک مسائل کلامی، ضروری است. همچنین در پژوهشی که ویلنيوس-توهیما، اونولا و نورمی (۲۰۰۸) با هدف بررسی رابطه بین عملکرد دانشآموزان پایه چهارم در حل مسائل کلامی ریاضی و درک مطلب انجام دادند، به این نتیجه رسیدند که ضعف دانشآموزان در درک مطلب و مهارت‌های خواندن، یکی از عوامل اصلی ضعف آنان در حل مسائل کلامی ریاضی است.

در پژوهش‌های داخلی هم، نتیجه پژوهش بزدانی (۱۳۹۶) با دانشآموزان پایه چهارم و پنجم نشان داد که دانشآموزان در فرایند حل مسئله ریاضی، نیازمند درک محتواهای کلامی یا متن سوال‌ها هستند. همچنین پژوهش احدپور (۱۳۹۶) بیانگر آنست که بالاترین خطای دانشآموزان دختر و پسر در پایه هشتم در حل مسائل کلامی معادلات خطی، مربوط به خواندن و درک مسئله بوده است. قبل از این نیز حقوقی (۱۳۹۳) به این نتیجه رسید که فهم ناقص مسائل نیز، یکی از مشکلات دانشآموزان دوره راهنمایی (پایه‌های ۶ تا ۸)، در حل مسئله کلامی است.

به دلیل اهمیتی که مسائل کلامی ریاضی دارند و در طیف وسیعی از مفاهیم ریاضی کاربرد دارند، پژوهشگران آموزش ریاضی دسته‌بندی‌هایی برای مسائل کلامی بر مبنای محتواهای ریاضی، ارائه کرده‌اند. به عنوان نمونه، ونگ، هسو، وو، لی و هسو (۲۰۰۷)، مسائل کلامی را در سه دسته حساب، جبر و هندسه قرار دادند. یکی از مفاهیمی که دانشآموزان در زندگی واقعی و در کلاس درس با آن روپرتو می‌شوند، مفهوم کسر^۱ است که بخش جدایی ناپذیر برنامه درسی ریاضی مدرسه‌ای است و با توجه به دسته‌بندی مسائل کلامی، در حیطه محتواهای مسائل کلامی حساب قرار دارد. دانشآموزان برای یادگیری کسر، باید دانش‌پیشین خود را درباره اعداد طبیعی، بسط دهنده و آن را بادانش مربوط به اعداد گویا، مطابقت دهنند. به این دلیل، مفهوم کسر جزو پیچیده‌ترین مباحث در آموزش ریاضی ابتدایی محسوب می‌شود. از این گذشته، کسر یکی از پایه‌های اصلی درک مفاهیم پیشرفته‌تر ریاضی مانند جبر است (کرامر و ویبرگ^۲، ۲۰۰۹). همچنین، مطالعه روند^۳ بهاءلو (۱۳۹۵) در رابطه با آموزش مبحث کسر، ارائه شده در کتاب‌های ریاضی پایه اول تا چهارم ابتدایی (۱۳۹۵) مشخص کرده است که اوچ شکل‌گیری مفهوم کسر، پایه چهارم ابتدایی است و اگر در این پایه، مفهوم کسر به‌طور صحیح آموزش داده نشود، دانشآموزان دچار بدفهمی‌های جدی در رابطه با مفهوم کسر و عملیات با کسرها می‌شوند که تا پایه‌های بالاتر، ادامه یافته و یادگیری ریاضی آنان را تحت تأثیر قرار می‌دهند. با این وجود، پژوهش‌های حوزه مسائل کسر، چالش‌های عملکرد دانشآموزان را در رابطه با مسائل کسر، نشان داده‌اند. به عنوان نمونه، پژوهش بخشعلی‌زاده (۱۳۹۲) که اشاره به چالش برانگیز بودن مفهوم تقسیم کسر دارد، علت آن را عدم درک دانشآموزان از منطق وارون کردن کسر دوم دانسته و همین امر، موجب شده که آنها، قاعده ضرب دو کسر را

¹ Fraction²Cramer & Wyberg³ Trend Study

به تقسیم دوکسر هم تعیین می‌دهند. همچنین در پژوهش اسکندری (۱۳۹۲)، عدم درک مفهوم کلی کسر یعنی جزء به کل بودن، چالشی در حل مسائل کسر بود که شناسایی شد. افزون بر این‌ها، در پژوهشی که توسط خدایاری (۱۳۹۲) با دانش‌آموزان پایه دوم راهنمایی انجام شد، نتایج نشان داد که دانش‌آموزان در درک مسئله، تشخیص راهبرد، مرتبط بودن آموخته‌ها با یکدیگر، عملیات ریاضی در حوزه کسر و ردیابی مسیر فکری خود در فرایند حل مسئله، با چالش مواجه هستند. در پژوهش‌های خارجی هم به چالش‌ها و خطاهای دانش‌آموزان در حل مسائل کسر اشاره شده است. برای مثال، عبدالله، عابدین و علی^۴ (۲۰۱۵) از طریق یک آزمون محقق‌ساخته با چهار مسئله کلامی در حوزه کسر برای دانش‌آموزان پایه راهنمایی، انجام دادند. داده‌های این پژوهش بر اساس الگوی نیومن انجام شد و نتایج آن نشان داد که بیشترین خطای دانش‌آموزان، مربوط به مراحل رمزگذاری، مهارت‌های پردازش، تبدیل و درک مطلب است. قبل از این نیز مطالعه یوسف و مالون^۵ (۲۰۰۳) که باهدف شناسایی خطاهای دانش‌آموزان پایه پنجم ابتدایی در حل مسائل کلامی کسر اجرا شد و داده‌های آن با استفاده از الگوی نیومن، تحلیل شدند. نتایج این پژوهش نشان داد که دانش‌آموزان در مراحل پردازش و تبدیل، بیشترین خطاهای را دارند.

در مجموع، بررسی پژوهش‌های انجام‌شده در داخل کشور در حوزه مسائل کلامی ریاضی نشان داد که بیشتر پژوهش‌ها، با رویکرد کمی انجام‌شده‌اند و جای خالی پژوهش‌های کیفی و بررسی عمیق عملکرد دانش‌آموزان در زمینه مسائل چالش‌برانگیز کلامی ریاضی به چشم می‌خورد. همچنین، باتوجه به پیشینه عملکرد ضعیف دانش‌آموزان در حل مسائل کسر، با توجه به اهمیت درک مفهوم کسر برای مباحث مهمی چون جبر، لازم است شرایطی برای شناسایی چالش‌های دانش‌آموزان در مبحث کسر در دوره ابتدایی فراهم شود تا دانش‌آموزان در پایه‌های بالاتر، برای فهمیدن مباحث مرتبط با کسرها، دچار مشکل نشوند. به همین منظور، هدف کلی از انجام پژوهش حاضر این است که با رویکردی کیفی، چالش‌های دانش‌آموزان در حل مسائل کلامی کسر در پایان دوره ابتدایی، شناسایی شوند.

روش پژوهش

با توجه به هدف پژوهش، از روش «مصاحبه مبتنی بر تکلیف»^۶ برای جمع‌آوری داده‌ها، استفاده شد. پژوهشگران حوزه آموزش ریاضی، از روش «مصاحبه مبتنی بر تکلیف» به عنوان یک روش آموزشی در راستای شناخت رفتارهای حل مسئله و استدلال‌کردن آن‌ها استفاده می‌کنند (کویچو و هارل^۷، ۲۰۰۷). راسموسن^۸ (۲۰۰۱) معتقد است که در حل مسائل ریاضی، باوجودی که بعضی از دانش‌آموزان عملیات را به درستی انجام می‌دهند، ولی در درک روابط آن، با چالش‌های اساسی روبرو هستند. در این روش، تکلیف‌هایی به مصاحبه‌شوندگان داده می‌شود تا انجام دهنند و با توجه به این که این نوع مصاحبه، یک روش آموزشی نیز محسوب می‌شود، مصاحبه‌کننده و مصاحبه‌شونده در هین حل مسئله یا بلافاصله پس از آن، به تعامل با یکدیگر می‌پردازند.

^۴ Abdullah, Abidin & Ali

^۵ Yusof & Malone

^۶ Task-based interview

^۷ Koichu & Harel

^۸ Rasmussen

شرکت کنندگان در این پژوهش، هشت دانش آموز دختر و پسر (۴ دختر و ۴ پسر) از شهر تهران بودند که پایه ششم ابتدایی را در سال تحصیلی ۱۳۹۷-۱۳۹۸ به اتمام رسانده و آماده ورود به پایه هفتم بودند. به منظور انتخاب شرکت کنندگان، پژوهشگران چهار منطقه را به صورت تصادفی از میان مناطق آموزش و پرورش انتخاب کرده و سپس از هر منطقه دو مدرسه دخترانه و پسرانه را به طور تصادفی شناسایی کرده و با همانگی مدیریت مدرسه، در روز دادن کارنامه دانش آموزان به اولیا، به هر یک از مدارس منتخب مراجعه کردند و دانش آموزانی که والدین شان همکاری با پژوهشگران را پذیرفتند، شناسایی شدند. به دلیل این که انجام مصاحبه در هر مدرسه، نیازمند دریافت معرفی نامه رسمی بود، نویسنده اول مقاله پس از مراجعه به اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران و تأیید و مهر کردن شش تکلیف طراحی شده برای مصاحبه، مجوز صدور معرفی نامه را برای ناحیه‌های آموزشی دریافت کرد. در گام بعدی و برای گرفتن معرفی نامه برای مدارس، به اداره آموزش و پرورش ناحیه‌های آموزشی مورد نظر رفت و سپس از دانش آموزانی که تمایل به شرکت در پژوهش را داشتند، به شرط گرفتن رضایت‌نامه از والدین‌شان، وقت مصاحبه گرفت و در موعد مشخص شده، به آن مدرسه‌ها رفت و مصاحبه‌ها را انجام داد. مصاحبه‌ها به صورت انفرادی انجام شد و برای یکسان بودن شرایط اجرا، همه مصاحبه‌ها در مدرسه‌ها برگزار شد. مدت زمان اجرای هر مصاحبه به طور میانگین، ۹۰ دقیقه بود. در پایان هر مصاحبه نیز، جهت رفع خستگی، از شرکت کننده پذیرایی شد و هدیه‌ای^۹ به‌رسم یادبود و قدردانی بابت شرکت در پژوهش، داده شد. برای حفظ محرومیت شرکت کنندگان، به هر یک از آن‌ها یک شماره اختصاص داده شد. علاوه بر این، به منظور نشان‌دادن تمایز جنسیت^{۱۰} شرکت کنندگان، نشانگرهای ۱ و ۲ که به ترتیب بیانگر جنسیت پسر و دختر بود، در زیر شماره هر کدام، قرار گرفت.

برای انتخاب تکلیف‌های این پژوهش، جستجوی گسترده‌ای در منابع مختلف و پیشینهٔ پژوهش‌ها که دارای مسئله‌های کلامی کسر بودند، انجام شد. سؤال‌ها بر اساس سه معیار انتخاب شدند که شامل مسائل کلامی در محدوده متناسب با برنامه و کتاب درسی پایه ششم با تأکید بر مبحث کسرها و دارای زمینه زندگی واقعی بود. با این سه معیار، ۱۴ مسئله از کتاب «۵۰۱ مسئله کلامی ریاضی^{۱۱}» (مک‌کیبن^{۱۲}، ۲۰۱۲) و سه سؤال هم از «سنند مرکز الپاسو برای تعالی آموزشی» (۲۰۰۷، نقل شده در اسکندری، ۱۳۹۲) انتخاب و ترجمه کلمه‌به‌کلمه^{۱۳} شدند. از بین این ۱۷ مسئله، پس از مشورت با همکاران پژوهشی و بازنگری آن‌ها با توجه به سه معیار گفته شده، هشت سؤال با سه سطح آسان، متوسط و دشوار برای تکلیف پژوهش حاضر در نظر گرفته شد.

به منظور بررسی روایی محتوایی، مجموعه سؤال‌های انتخاب شده برای ۱۰ معلم ریاضی در دسترس که در پایه ششم دبستان تدریس می‌کردند، ارسال شد. آن‌ها پس از آشنایی با موضوع پژوهش برای هریک از سوال‌ها، تناسب بین سؤال و توانمندی دانش آموزان در پاسخگویی به آن بر اساس دانش کسب شده از مبحث کسر (مناسب بودن سؤال) و میزان پوشش دهنده محتوای سؤال از مبحث کسر را تعیین کردند. پس از ارزیابی سؤال‌ها توسط معلمان، بر مبنای مناسب یا

^۹ یک بسته لوازم التحریر شامل دفترچه یادداشت، خودکار فانتزی و تخته طراحی مناسب با جنسیت دانش آموزان هدیه داده شد.

^{۱۰} اگرچه بررسی عملکرد دانش آموزان در پایان پایه ششم و بر اساس جنسیت، هدف این مطالعه نبود، با این وجود این تمایز رديابی شد که در صورت دیده شدن پدیده‌ای جدید، در پژوهش‌های بعدی مورد توجه قرار گیرد و این داده‌ها با آن نقطه تمرکز، تحلیل ثانویه شوند.

¹¹ 501 math word problems

¹² McKibben

¹³ Verbatim

نامناسب بودن سؤال‌ها، ضریب روایی محتوایی^{۱۴} برای هر سؤال محاسبه شد. با در نظر گرفتن ضریب روایی هر سؤال ۲ سؤال حذف شد. در تعیین ضریب محتوایی، از روش لاشه^{۱۵} استفاده شد. درنهایت شاخص روایی محتوایی^{۱۶} کل سوال‌ها که میانگین ضریب‌های روایی همه سؤال‌ها بود، برای شش سؤال منتخب، عدد ۰/۸۵ را نشان داد که بیانگر مناسب بودن سؤال‌های آزمون بود. همچنین، پس از بررسی و تحلیل نظرات معلمان، ترجمه سؤال‌ها بر اساس زمینه‌های اجتماعی و فرهنگی در ایران، ویرایش شد. برای نمونه، اسمای افراد و واحد پول، به معادله‌ای ایرانی تغییر یافت و مواد خوراکی مانند «شکر قهوه‌ای و ماهی»، به «شکر و مرغ» که مصرف متداول‌تری برای خانوار ایرانی دارد، تبدیل شد (پیوست الف).

تمام مصاحبه‌ها ضبط و پیاده‌سازی شدند و تحلیل متن مصاحبه‌ها به روش تحلیل محتوای استقرایی انجام شد. در تحلیل داده‌های این پژوهش، ابتدا متن مصاحبه‌ها با دقت خوانده شد، سپس برای نشان‌دارکردن بخش‌هایی از داده‌های متنی توسط نمادها، کلمات توصیفی یا نام‌های مقوله‌ای (جانسون و کریستینسن، ۲۰۱۴)، به واحدهای تحلیلی معنadar (گزاره‌ها) بخش‌بندی شدند و فرایند کدگذاری انجام شد. در این پژوهش، از کدهای طبیعی (زنده)^{۱۷} در فرایند کدگذاری استفاده شد^{۱۸} و نقل قول‌های مستقیم، در داخل گیوه قرار داده شد. در مرحله بعد، با توجه به اشتراک‌ها، کدها در هم ادغام شدند و از درون آن‌ها، زیرمضمون‌ها استخراج شدند و بعد، مضمون‌ها^{۱۹} تبیین شدند. در واقع تجزیه و تحلیل داده‌ها، در چهار مرحله «استخراج گزاره‌ها» (از متن مصاحبه‌های فردی)، «کدگذاری گزاره‌ها»، «استخراج زیرمضمون‌ها» و «تبیین مضمون‌ها» انجام شد.

علاوه بر این، به منظور قابلیت اعتماد بودن یافته‌های پژوهش حاضر، از همسوسازی (مثلثی‌سازی^{۲۰}) استفاده شد. در جمع‌آوری داده‌های کیفی، دو نفر از پژوهشگران این مطالعه در چندین مصاحبه حضور یافتند. فرایند تجزیه و تحلیل داده‌ها و کدگذاری متن مصاحبه‌ها و استخراج مضمون‌ها به طور مستقل، توسط پژوهشگران این مطالعه انجام شد. این فعالیت، نشان داد که همخوانی بالایی در اغلب تحلیل‌های پژوهشگران دیده شد و پس از این تأیید، با یک توافق نهایی، توصیف نتایج شروع شد. همچنین جهت روایی نظری^{۲۱}، میزان همخوانی نتایج حاصل از تجزیه و تحلیل داده‌ها با مؤلفه‌های «چارچوب ورزیدگی ریاضی» (کیل‌پاتریک، سوافورد و فیندل، ۲۰۰۵) سنجیده شد

یافته‌ها

پس از تحلیل و بررسی محتوای متن مصاحبه‌ها، آنچه که موجب توقف یا انحراف دانش‌آموز از ارائه پاسخ درست در حل مسئله شده بود، به عنوان «گزاره» استخراج شد.

^{۱۴} Content Validity Ratio (CVR)

^{۱۵} Lawshe

^{۱۶} Content Validity Index(CVI)

^{۱۷} In Vivo Code

^{۱۸} در کدهای طبیعی (زنده) عیناً از جمله‌بندی یا واژگان شرکت‌کنندگان که در متن مصاحبه ثبت شده است، استفاده خواهد شد.

^{۱۹} Themes

^{۲۰} Triangulation

^{۲۱} این نوع روایی به میزانی که تبیین نظری با داده‌های پژوهش همخوانی دارد، اشاره می‌کند (جانسون و کریستینسن، ۲۰۱۴).

دانش آموزی در فرایند خواندن صورت مسئله، برخی واژه‌ها را مانند واژه «یک» از جمله اول و «در» از جمله دوم نخواند؛ همچنین فعل «صرف کند»، در جمله آخر واضح را بیان نکرد. او بعد از خواندن، گفت که «می خود یه کیک درست کنه، شکر اون سه چهارم فنجونه. چون می خود دستور پخت کیک رو سه برابر کنه، پس مقدار شکرم باید سه برابر بشه». پژوهشگر از او خواست، راه حل مسئله را بنویسد. شکل (۱) پاسخ نوشتاری او را نشان می دهد.

$$\frac{3}{1} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{1} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4} = \frac{3}{1}$$

شکل ۱. ساده کردن کسر

طبق شکل ۱، دانش آموز ساده کردن حاصل ضرب عدد صحیح در کسر و ساده سازی اعداد کسری را به درستی انجام نداد. با توجه به آن که پژوهشگر، اشتباهاتی در محاسبه های او دید، پرسید که «خودت گفته دستور کیک سه برابر شده، حالا چی شده که دو عدد ۳ رو با هم ساده کردی؟». دانش آموز مجدد شروع به حل مسئله کرد و پاسخ را مطابق شکل ۲ نوشت.

$$\frac{3}{1} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} = \frac{3}{1}$$

شکل ۲. ساده کردن در حاصل ضرب کسر

در هر دو راه حل دیده می شود که این دانش آموز، یادگرفته که در کسرها، اعداد مشابه را ساده کند که در دو شکل بالا، عدد ۳ است. در این راه حل، غلبه یادگیری رویه ای بر یادگیری مفهومی مشهود است که در آن، اجرای قاعده بیش از درک و فهم اهمیت دارد، همان طور که این دانش آموز، به موقعیت قرار گیری عددها توجهی نداشت. در عوض، چیزی که طبق رویه آموخته بود، «ساده کردن» صورت و مخرج کسر، در صورت وجود عدد مشابه بود. برای اطمینان از این برداشت، مصاحبه کننده از او پرسید:

مصاحبه کننده: اونجا که ۳ ضرب در ۴ نوشته، چرا کسر دوم رو معکوس کردی؟

مصاحبه شونده: معلمون به ما یه شعر یاد داده که می گه «آقا هه تنبک می زنه، میمونه پشتک می زنه! کسر اول آقا هه- اس که تنبک می زنه و کسر دوم میمونه س که باید پشتک بزن! وقتی که می خوایم ضرب کنیم، کسر اول رو نگه می داریم و کسر دوم رو وارون می کنیم. الان ۳ و ۴ تو یه ضرب هستن و به هم، ساده می شن، یعنی اگه ۶ هم بود، به هم ساده می شدن! پس جواب ما می شه ۴. یعنی اگه سه برابر کنه، باید ۴ فنجون شکر بریزه!

مصاحبه‌کننده:

علم‌مومون گفته اگه تو امتحان اوهد و اسه این که یادتون نره، این شعر رو بگین. ما بیشتر تو ضرب انجام

می‌دیم، ولی تو تقسیم می‌شه اینکارو کرد!

باتوجه به متن مصاحبه فوق ۶ گزاره «حروف‌های اضافه» (یک) و «در» از جمله اول و دوم، خوانده نشد.».

$$\text{حاصل ضرب } \frac{1}{4} * \frac{3}{4} = \frac{3}{16}$$

را نوشت و گفت: «۳ و ۴ تو یه مضرب هستن و به هم ساده می‌شن! حتی اگه عددی مثل ۶ هم

$$\frac{3}{4} * \frac{4}{4} = \frac{1}{1}$$

بود، به هم ساده می‌شدن.»، «برای ساده‌شدن کسر نوشت $\frac{4}{4}$ »، «در محاسبه حاصل ضرب کسرها، نوشت $\frac{4}{1} = \frac{1}{3}$

$$\frac{3}{1} * \frac{4}{4} = \frac{1}{1}$$

»، (علم‌مومون به ما یه شعر یاد داده که می‌گه «آقا‌هه تبک می‌زنه، می‌مونه پشتک می‌زنه! کسر اول آقا‌هه‌اس که تبک

می‌زنه و کسر دوم می‌مونه‌س که باید پشتک بزنه!»، «درباره استفاده از رویه حفظی تقسیم کسرها گفت که «علم‌مومون گفته اگه تو امتحان تقسیم کسر اوهد و اسه این که راه حلش یادتون نره، این شعر رو بگین!» را می‌توان استخراج کرد.

پس از استخراج گزاره‌های مصاحبه هر هشت شرکت‌کننده و ادغام آن‌ها، فرایند کدگذاری بر مبنای «معرف بودن^{۲۲} گزاره‌ها انجام شد و در مجموع، ۲۶۷ گزاره به دست آمد و برای آن‌ها، یک کد در نظر گرفته شد. از این‌رو، تکرار برخی چالش‌های شرکت‌کنندگان موجب کاهش نظام‌وار گزاره‌ها شد. بعد از فرایند کاهش‌ها و ادغام‌های کدها، درنهایت ۱۳۰ گزاره کدگذاری شده تعیین شد. در این میان، گزاره‌های «محاسبه نامناسب نصف یک کسر»، «بیان نامناسب فرمول مساحت‌ها»، «تأکید بر رویه حفظی برای تبدیل واحدها» و «موقعیت نامناسب برای مخرج مشترک‌گیری در کسرها»، از پر تکرارترین کدها بودند. از مجموع کدها ۲۵ «زیرمضمون» استخراج شد و در آخرین مرحله، ۱۰ «مضمون» فرآگیر، تبیین شد.

دو معیار برای تفکیک کدها و تعیین زیرمضمون‌ها در نظر گرفته شد؛ یکی «ماهیت چالش‌ها از نظر حوزه شناختی، زبان‌شناختی و عاطفی» و دیگری، «دسته‌بندی چالش‌های هر حوزه بر مبنای شباهت بین کدها» بود. ۲۵ زیرمضمون شامل یک زیرمضمون «زبان‌شناختی»، ۱۳ زیرمضمون «عاطفی» و ۱۱ زیرمضمون «شناختی» استخراج شد. با مراجعه مجدد به کدگذاری‌ها و زیرمضمون‌ها، ۱۰ مضمون فرآگیر تبیین شد. در جدول ۱، فرایند تبیین مضمون‌ها از زیرمضمون‌ها به همراه مصادق‌های آن‌ها، آورده شده است.

جدول ۱. نمایش مضمون‌ها و زیرمضمون‌های استخراج شده از متن مصاحبه‌ها

مضمون	زیر مضمون	مثال
تغییر در ساختار جمله	▪ تغییر در ساختار جمله‌ها در فرایند خواندن مسئله یا تفسیر پاسخ	○ اضافه شدن واژه «که» و «مجموع وزن» به صورت سؤال
	(حذف یا اضافه کردن واژه‌ها)	○ جایگزین کردن واژه «متر» به جای «متر مربع» در فرایند خواندن

²²Representative

یعنی ضرب، پس یعنی توانی ۳ ضرب شده»

- «علمهمون به ما یه شعر یاد داده که می‌گه، آقاhe تنبک می‌زنه، میمونه پشتک می‌زنه! کسر اول آقاhe س که تنبک می‌زنه و کسر دوم میمونه س که باید پشتک بزنه!»
- «علمهمون می‌گه این مسائلو با شکل حل کنین!»

▪ تأکید بر به کارگیری راهبردهای یادگیری رابطه‌ای

- حل مسئله‌ای که از سوی معلم برای حل برخی مسائل کسر معرفی شده
- مانند رسم شکل

○ «من از ریاضی خیلی بدم میاد! دوس دارم مدرسه باشه، ولی ریاضی نباشه!»

- «آخه دوست دارم بنویسم که برگم سفید نباشه که علمهمون بدونه یه چیزی نوشتم و فک نکنه که بی عرضه‌ام!»
- پس از ناتوانی در محاسبه نصف کسر، گفت

▪ نقش عوامل عاطفی در نگرش منفی نسبت به ریاضی

- داشتن جهت‌گیری هدفی - اجتنابی
- حل نامناسب و اظهار ناتوانی در حل مسئله منشأ بروز حالات
- عاطفی منفی از دیدگاه دانش آموزان

○ «ازین که مسئله رو اشتباه حل کردم، ناراحتم!»

- وقتی پاسخ درست به مسئله می‌دم، «اعتماد به نفس پیدا می‌کنم!»
- «آخه معلم ما، خیلی متربع رو برای ما توضیح نداده!»

▪ حل درست مسئله، منشأ بروز حالات عاطفی مثبت از دیدگاه دانش آموزان

○ «شایدم یه فراموشی خیلی ریز باعث شد دوتا صفر کم بذارم!»

- «حواسم پرت شد تو محاسبه تقسیم!»
- «در حل مسائل گروهی، واسه این که امتیاز گروه بالا بره، جوابای غلطو درستش می‌کنیم. گروهی می‌شینیم دوباره باهم فکر می‌کنیم.»

▪ عوامل شناختی درونی به عنوان منشأ اشتباه منشأ اشتباه در حل مسائل از دیدگاه دانش آموزان

- عوامل عاطفی درونی به عنوان منشأ دیدگاه دانش آموزان
- عوامل عاطفی درونی به عنوان منشأ اشتباه در حل مسائل از دیدگاه دانش آموزان

▪ هدایت به سوی جهت‌گیری هدفی -

▪ عملکردی در یادگیری

○ «چون تو مسئله گفته متربع، پس حتماً شکل سالن مربعه.»

▪ مشکل مفهومی در درک بدفهمی در واحدهای اندازه‌گیری (نظیر متر، متربع، گرم و کیلوگرم)

▪ مفاهیم ریاضی

○ «یه کیلو ۱۰۰ گرمه! حالا برای این که به کیلوگرم تبدیلش کنیم، باید توانی ۱۰ ضرب کنیم.»

▪ بدفهمی در مبحث مساحت

○ «زمین فوتبال مدرسه ما یه مریع کشیده‌س!»

<p>○ «مساحت مربع می‌شه، طول×عرض. بقیشو نمی- دونم!»</p> <p>○ در محاسبه نصف کسر گفت: «نصف کسر $\frac{1}{7}$ می- $\frac{1}{7}$ شه، $\frac{1}{7}$. البته اشتباه کردم! باید مخرج جسم نصف می‌کردم. نصف کسر $\frac{1}{7}$ می‌شه $\frac{1}{3/5}$»</p> <p>○ در تفسیر پاسخ $\frac{1}{2}$ گفت: «یعنی دو فنجونو بریزیم، یه چار مم از یه فنجون دیگه. یه چار مش یعنی یه ذره تو یه فنجون! مثلاً یه قاشق!»</p>	<p>مدل‌سازی</p> <p>عدم توانایی در تبدیل مسئله دنیای واقعی به دنیای ریاضی و بر عکس</p>
--	---

جدول ۱، چالش‌های دانش‌آموزان را در حل مسائل کلامی کسر، در قالب ۱۰ مضمون «تغییر در ساختار جمله»، «اشتباه‌های محاسباتی در عملیات با کسرها»، «بدهمی در رابطه با کسرها»، «باور نامناسب نسبت به پاسخ یک مسئله ریاضی»، «محدود بودن تصور دانش‌آموزان نسبت به حل مسئله»، «غلبه یادگیری رویه‌ای بر یادگیری رابطه‌ای»، «پایین بودن اعتماد به نفس در رابطه با حل مسئله»، «نقش عوامل عاطفی در حل مسئله»، «مشکل مفهومی در درک مفاهیم ریاضی» و «مدل‌سازی»، نشان می‌دهد.

سپس برای تعیین روایی نظری، ارتباط مضمون‌های تبیین شده از چالش‌های دانش‌آموزان با مؤلفه‌های چارچوب ورزیدگی ریاضی که شامل «فهم و درک مفهومی»، «سهولت رویه‌ای»، «شایستگی استفاده از راهبردها»، «استدلال سازگار» و «تمایل به تولید» هستند، بررسی شد. در جدول ۲، همخوانی مضمون‌ها با مؤلفه‌های ورزیدگی ریاضی نشان داده شده است.

جدول ۲. همخوانی مضمون‌ها در مؤلفه‌های چارچوب ورزیدگی ریاضی

مضمون‌های تبیین شده از چالش‌های دانش‌آموزان	مؤلفه‌های چارچوب ورزیدگی ریاضی
بدهمی در رابطه با کسرها	مشکل مفهومی در درک مفاهیم ریاضی
اشتباه‌های محاسباتی در عملیات با کسرها	سهولت رویه‌ای
مدل‌سازی	شایستگی استفاده از راهبردها
غلبه یادگیری رویه‌ای بر یادگیری رابطه‌ای	استدلال سازگار
باور نامناسب نسبت به پاسخ یک مسئله ریاضی	تمایل به تولید
محدود بودن تصور دانش‌آموزان نسبت به حل مسئله	

پایین بودن اعتماد به نفس در رابطه با حل مسئله

نقش عوامل عاطفی در حل مسئله

تغییر در ساختار جمله

بحث و نتیجه گیری

پژوهش حاضر، با هدف شناسایی چالش‌های دانش‌آموزان پایه ششم در حل مسائل کلامی کسر و براساس محتوای پایان دوره ابتدایی، انجام شد. یافته‌های این مطالعه نشان داد که حذف و اضافه کردن واژه یا عبارت در فرایند خواندن صورت مسئله، مانع از موفقیت دانش‌آموزان در درک صحیح مسئله به عنوان گام اول حل مسئله می‌شود برهمن اساس، «تغییر در ساختار جمله» به عنوان یکی از چالش‌های دانش‌آموزان شناسایی شد. همچنین، یکی دیگر از چالش‌های مستخرج از تحلیل مصاحبه‌ها، مضمون «مشکل مفهومی در درک مفاهیم ریاضی» بود که مشکل از زیرمضمون‌های «بدفهمی در واحدهای اندازه‌گیری» و «بدفهمی در مبحث مساحت» بود و هر دو در حل مسئله دانش‌آموزان، متداول بود. علاوه بر این، با وجود تأکید کتاب‌های درسی ریاضی شش پایه دوره ابتدایی به آموزش مبحث واحدهای اندازه‌گیری و مساحت نتایج این پژوهش نشان داد که دانش‌آموزان در پایان دوره ابتدایی، در درک واحد اندازه‌گیری متوجه و مساحت مستطیل مشکل دارند. این مشکل، ریشه در فقدان درک مفهومی مباحث متزمانی و مساحت، تأکید بر حفظ کردن فرمول‌های ریاضی، غلبه آموزش‌های رویه‌ای بر یادگیری رابطه‌ای، ارائه راهبردهای طوطی وار برای تبدیل واحدها و عدم انتقال فواید و کاربرد این مفاهیم در زندگی واقعی دارد.

از دیگر مضمون‌های تبیین شده، «بدفهمی در رابطه با کسرها» بود که بیان‌گر ضعف دانش‌آموزان در درک مفاهیم اعداد مخلوط، مخرج مشترک‌گیری، ساده کردن کسرها و تصورات متفاوت از کسر اعشاری و کسر متعارفی است. بر اساس یافته‌های این پژوهش، دانش‌آموزان در محاسبه جمع و تفریق کسرها، به مشترک بودن یا نبودن مخرج‌ها کمتر توجه می‌کنند و گاهی صورت‌ها و مخرج‌های کسرها را دو عدد طبیعی دانسته و به انجام عملیات ریاضی می‌پردازنند. بعضی‌ها هم برای مقایسه کسرها، بدون یکسان‌سازی مخرج و تنها با مشاهده عدد بزرگ‌تر در صورت کسر، آن را به عنوان کسر بزرگ‌تر در نظر می‌گرفتند. یکی از عوامل اثرگذار بر این نابسامانی مفهومی دانش‌آموزان، مربوط به توزیع نامناسب تمرین‌های هر بخش از کسر در کتاب درسی ریاضی است. از این گذشته، بهاء‌لو (۱۳۹۵) در تحلیل محتوای کتاب درسی ریاضی پایه چهارم به این جمع‌بندی رسید که سازمان‌دهی محتوای کسر، دارای تسلیل منطقی نیست و توجه به مفهوم جزء به کل در کتاب، بیشتر از مفاهیم خارج قسمت، اندازه، عملگر و نسبت است.

مضمون «اشتباه‌های محاسباتی در عملیات با کسرها»، از دیگر چالش‌های شناسایی شده در این پژوهش بود. با وجود تسلط دانش‌آموزان در مفهوم ضرب و تقسیم کسرها، خطای محاسباتی و عدم تسلط بر مباحث پیشین ریاضی‌مانند اعداد اعشاری و تقسیم اعشاری، مانع رسیدن آن‌ها به پاسخ درست می‌شود. این امر باعث می‌شود که در بعضی مواقع، دانش‌آموزان قادر نباشند بین دانش پیشین خود با مسئله‌ای که می‌خواهند حل کنند، ارتباط برقرار کنند.

یافته‌های این پژوهش معلوم کرد که در مضمون «مدل‌سازی» که از زیرمضمون «عدم توانایی در تبدیل مسئله دنیای واقعی به دنیای ریاضی و بر عکس» تبیین شد، گاهی دانش‌آموزان قادر نیستند عبارت کلامی را به عملیات ریاضی تبدیل

کنند و با همین مشکل، شروع به حل مسئله می‌کنند و پس از ناتوانی در پیدا کردن راه حل مناسب، مسئله را رها می‌کنند. ضعف دانشآموزان در تبدیل مسائل دنیای واقعی به مسائل ریاضی در پژوهش‌های روحانی‌فر (۱۳۹۸)؛ مجیدی، مالمیرو آشنا (۱۳۹۵)؛ اسد نژاد (۱۳۹۵) و یوسف و مالون (۲۰۰۳) نیز مشاهده شد.

از این گذشته، مضمون «غلبه یادگیری رویه‌ای بر یادگیری رابطه‌ای»، از دو زیرمضمون «ارائه رویه‌های طوطی‌وار» در آموزش و تأکید بر «به کارگیری صرف راهبرد حل مسئله» که از سوی معلم برای حل برخی مسائل کسر، تبیین شد. به کارگیری رویه‌های حفظی در موقعیت‌های نامناسب، بیان‌گر عدم درک آن رویه‌ها است.

تبیین مضمون «نقش عوامل عاطفی در حل مسئله»، از هشت زیرمضمون، گواهی براین است که علاوه بر عوامل شناختی و روش‌های نادرست آموزش و یادگیری، عواملی مانند اضطراب، عدم دقت و توجه، ازدحام کلاسی، توضیح ناکافی معلم هنگام آموزش برخی مباحث ریاضی نیز، فرucht یادگیری را از دانشآموزان می‌گیرند و مانع برای حل مناسب مسئله‌ها می‌شوند. بنابراین، ایجاد نگرشی مثبت نسبت به ریاضی، کاهش اضطراب دانشآموزان در کلاس‌های ریاضی و قبل از امتحان ریاضی و اطمینان از فراغیری کامل مباحث توسط دانشآموزان، از جمله مواردی است که نقش مؤثری در تقویت عملکرد دانشآموزان در حل مسئله دارد.

چالش دیگری که در این پژوهش شناسایی شد، «پایین بودن اعتماد به نفس در رابطه با حل مسئله» با زیرمضمون «باور نداشتن به توانایی‌های حل مسئله» بود. دانشآموزی که باور دارد در ریاضی ضعیف است، عملکرد مناسبی هم در حل مسئله ندارد.

مضمون «باور نامناسب نسبت به پاسخ یک مسئله ریاضی» که از زیرمضمون «عادت نداشتن به حل مسائل با روش‌های غیر از اعداد صحیح» تبیین شد، از جمله چالش‌هایی است که موجب می‌شود دانشآموز با دیدن صورت مسئله‌هایی که دارای اعداد غیرصحیح و کسری هستند، از اقدام به حل مسئله، اجتناب کند، یا این که به خاطر پاسخ‌هایی که شامل اعداد اعشاری یا کسری باشند، به راهبرد حل مسئله خود شک کند. این پژوهش آشکار کرد که در تمرین‌های طراحی شده برای دانشآموزان دوره ابتدایی، لازم است مسائلی با اعداد غیرصحیح نیز گنجانده شوند. چالش «محدود بودن تصور دانشآموزان نسبت به حل مسئله»، براساس تمایل دانشآموزان به استفاده از «راهبردهای حل مسئله با محاسبه‌های کمتر»، «اجتناب دانشآموزان از حل مسئله به دلیل ضعف در محاسبات ریاضی» و «ضعف در استدلال ریاضی و محتواهای آموزشی غیرمشابه» شناسایی شد

سخن پایانی

- پژوهش حاضر نشان داد عوامل تأثیرگذار بر حل مسائل کلامی کسر توسط دانشآموزان در دوره ابتدایی، چند لایه، پیچیده و درهم‌تنیده شناختی، عاطفی و زبان‌شناختی هستند. در نتیجه به عنوان سخن پایانی این پژوهش، چند پیشنهاد مبتنی بر نتایج به دست آمده، برای ارتقای توانایی‌های حل مسئله‌های کلامی کسر در دوره ابتدایی، ارائه می‌شود.
- خشی از آموزش کلاسی به ارتقای مهارت‌های خواندن و درک متن فارسی صورت مسئله‌ها توسط دانش‌آموزان، اختصاص یابد.
- برای ارتقای فهم مسئله و روانی در انجام عملیات ریاضی، از روش‌های خلاق و مفهومی استفاده گردد و از سازوکارهای طوطی‌وار و فاقد ارزش مفهومی، پرهیز شود.

- در کلاس درس، از راهبردهای متنوع در حل یک مسئله استفاده شود و به جای تأکید بر راحت‌ترین راه حل، بر اهمیت کاربرد هریک از راهبردها، توجه شود.
- بخشی از آموزش، به کاربرد مسائل ریاضی در زندگی واقعی و تفسیر مسائل ریاضی در دنیای واقعی اختصاص یابد تا دانش آموزان در حل مسئله‌های کلامی کسر، با چالش کمتری مواجه شوند.
- برنامه‌ریزان درسی و مؤلفان کتاب‌های درسی ریاضی دوره ابتدایی، نسبت به اهمیت دوره گذار از اعداد صحیح به اعداد کسری، آگاهانه‌تر عمل کنند و در مورد تعمیم نادرست مفاهیم و عملیات از اعداد صحیح به اعداد کسری توسط دانش آموزان، توجه ویژه‌ای داشته باشند.
- در کلاس درس، به عوامل عاطفی مانند اضطراب، حواس پرتی، بازخورد نامناسب معلم، نگرش منفی نسبت به ریاضی، عدم علاقه، خجالت کشیدن از توانستن و ترس از بروز اشتباه در پاسخ که موانعی برای حل مسئله دانش آموزان ایجاد می‌کنند، توجه شود و برای کاستن آن‌ها، برنامه‌ریزی شود.

منابع فارسی

- احدپور، اسرافیل (۱۳۹۶). تحلیل خطای دانش آموزان دختر و پسر پایه هشتم در حل مسائل کلامی معادلات خطی بر اساس الگوی نیومن. پایان نامه منتشرنشده کارشناسی ارشد آموزش ریاضی. دانشگاه فرهنگیان.
- اسدنشاد پروج، سمیه (۱۳۹۵). بررسی توانایی حل مسئله کلامی دانش آموزان پایه چهارم ابتدایی با استفاده از مدل تحلیل خطای نیومن. پایان نامه منتشرنشده کارشناسی ارشد آموزش ریاضی. دانشگاه فرهنگیان.
- اسکندری، ناصر (۱۳۹۲). مطالعه بدفهمی دانش آموزان در رابطه با اعداد کسری و تبیین راهکارهایی برای رفع آنها. پایان نامه منتشرنشده کارشناسی ارشد آموزش ریاضی. دانشگاه شهید بهشتی.
- امیری، حمیدرضا و همکاران (۱۳۹۶). ریاضی ششم دبستان. سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.
- بخشعلی‌زاده، شهرناز (۱۳۹۲). شناسایی بدفهمی‌های رایج دانش آموزان پایه چهارم ابتدایی در حوزه محتواهای ریاضی. طرح پژوهشی در پژوهشگاه مطالعات آموزش و پرورش، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.
- بهاء‌لوهوره، مریم (۱۳۹۵). درک دانش آموزان پایه چهارم ایران از مفهوم کسر. پایان نامه منتشرنشده کارشناسی ارشد آموزش ریاضی. دانشگاه شهید بهشتی.
- جانسون، آر. بورک؛ کریستینسن، لری (۲۰۱۴). پژوهش آموزشی: رویکردهای کمی، کیفی و ترکیبی. ترجمه علیرضا کیامنش، نیلوفر اسماعیلی، صبا حسنوندی، مریم دانای طوس، محمدرضا فتحی و مریم محسن پور (۱۳۹۵). تهران: نشر علم.
- حق وردی، مجید (۱۳۹۳). ویژگی‌های مسائل کلامی ریاضی دوره راهنمایی و راهکارهای تسهیل فرایندهای حل آن‌ها. دو فصلنامه نظریه و عمل در برنامه درسی، ۲(۳)، ۴۶-۲۵. دانشگاه خوارزمی.
- خدایاری، مهسا (۱۳۹۲). چالش‌های یادگیری دانش آموزان پایه دوم راهنمایی در حل مسائل کسر. پایان نامه منتشرنشده کارشناسی ارشد آموزش ریاضی. دانشگاه شهید بهشتی.

روحانی فر، محبوبه (۱۳۹۸). شناسایی و تحلیل خطاهای دانش آموزان پایه نهم در حل مسائل مربوط به سواد ریاضی. پایان نامه منتشرنشده کارشناسی ارشد روان‌شناسی تربیتی. دانشگاه الزهرا.

سنند برنامه درسی ملی جمهوری اسلامی ایران. (۱۳۹۱). وزارت آموزش و پرورش.

مجدى، زهراء مالمير، سمانه و آشنا، امیرحسین (۱۳۹۵، شهریور). تحلیل خطای حل مسائل کلامی دانش آموزان کلاس چهارم ابتدایی. مقاله ارائه شده در چهاردهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران، شیراز.

یزدانی، صفیه (۱۳۹۶). رابطه مهارت خواندن و حل مسئله ریاضی دانش آموزان پایه‌های چهارم و پنجم ابتدایی شهر مردوست در سال تحصیلی ۹۷-۱۳۹۶. پایان نامه منتشرنشده کارشناسی ارشد علوم تربیتی. دانشگاه پیام نور استان بیزد.

- Abdullah, A. H., Abidin, N. L. Z., and Ali, M. (2015). Analysis of students' errors in solving Higher Order Thinking Skills (HOTS): problems for the topic of fraction. *Asian Social Science*, 11(21), ۱۳۳-۱۴۲.
- Artut, P. D. (2015). Preschool childrens skills in solving mathematical word problems. *Educational Research and Reviews*, 10 (18), 2539-2549.
- Baloglu, M., and Kocak, R. (2006). A multivariate investigation of the differences in mathematics anxiety. *Personality and Individual Differences*, 40(7), 1325-1335.
- Boonen, A. J., van der Schoot, M., van Wesel, F., de Vries, M. H., and Jolles, J. (2013). What underlies successful word problem solving? A path analysis in sixth grade students. *Contemporary Educational Psychology*, 38(3), 271-279. Elsevier.
- Charlesworth, R., and Leali, S. A. (2012). Using problem solving to assess young children's mathematics knowledge. *Early Childhood Education Journal*, 39(6), 373-382. Springer.
- Cramer, K., and Wyberg, T. (2009). Efficacy of different concrete models for teaching the part-whole construct for fractions. *Mathematical thinking and learning*, 11(4), 226-257. Taylor & Francis.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., and Findell, B. (2005). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. National research council (Ed.). Washington, DC: National Academy Press.
- Koichu, B., & Harel, G. (2007). Triadic interaction in clinical task-based interviews with mathematics teachers. *Educational Studies in Mathematics*, 65(3), 349-365. Springer.
- Lave, J. (1992). Word problems: A microcosm of theories of learning. *Context and cognition: Ways of learning and knowing*, 74-92. books.google.com.
- Maglicco, R. (2016). Can Singapore's Model Method Improve Elementary Student Problem-Solving Performance? A Single Case Study. Northcentral University.
- McKibbe, M. A. (2012). *501 Math Word Problems* (3rd). United States by Learning Express LLC •New York.
- Nezu, A. M., Nezu, C. M., and D'Zurilla, T. (2012). *Problem-solving therapy: A treatment manual*. Springer Publishing Company.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics* NCTM, Reston, VA. The Author.
- Rasmussen, R. (2001). Quantification on the LightCycler. In *Rapid cycle real-time PCR*. Springer. , Berlin, Heidelberg. 21-34.
- Schaffler, K. L. (2018). Mathematics Word-Based Problem-Solving Strategies in 8th Grade Students with Varying Reading Levels. (Doctoral dissertation). Northcentral University.
- Vilenius-Tuohimaa, P. M., Aunola, K., and Nurmi, J. E. (2008). The association between mathematical word problems and reading comprehension. *Educational Psychology*, 28(4), 409-426. Taylor & Francis.

- Wong ,W, Hsu ,S-C, Wu ,S-H, Lee ,C-W, and Hsu ,W-L. (2007). LIM-G: Learner-initiating instruction model based on cognitive knowledge for geometry word problem comprehension. *Computers & Education* ,48(4), 582-601. Elsevier.
- Yusof, J., and Malone, J. (2003). Mathematical errors in fractions: A case of Bruneian primary 5 pupils. In 26th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia: MERGA.

پیوست الف

سؤالهای مصاحبه مبتنی بر تکلیف

۱. مریم تصمیم گرفته است یک کیک شکلاتی درست کند. در دستورالعمل اصلی تهیه کیک، مقدار شکر $\frac{3}{4}$ فنجان است. اگر او دستور پخت کیک را سه برابر کند، چند فنجان شکر باید مصرف کند؟
۲. آقای اکبری می‌خواهد سالن فوتبال مدرسه پسرانه‌ای را کف‌پوش کند. طول سالن $21\frac{1}{2}$ متر و عرض آن $14\frac{1}{2}$ متر است. مساحت سالن فوتبالی که او قرار است کف‌پوش کند چند مترمربع است؟
۳. مادر امین برای تولد او یک کیک پخت. $\frac{4}{5}$ کیک در روز تولد خورده شد. روز بعد، امین نصف آنچه باقی‌مانده بود را خورد. امین چه کسری از کیک را خورد؟ درنهایت چه کسری از کیک باقی ماند؟
۴. برای درست کردن شربت پرتقال، ترکیب ۳ لیوان آب و ۲ لیوان عصاره پرتقال شیرین‌تر می‌شود یا ۴ لیوان آب و ۳ لیوان عصاره پرتقال؟ یا اینکه شربت با هردو ترکیب، به یک اندازه شیرین می‌شود؟ پاسخ خود را توضیح دهید.
۵. علی در هفته گذشته $32\frac{1}{2}$ ساعت کارکرده است و ۱۹۵,۰۰۰ تومان دست مزد گرفته است. به ازای هریک ساعت کار به او چند تومان پرداخت شده است؟
۶. مینا خانم مرغ‌هایی با وزن $\frac{1}{2} \text{ و } \frac{1}{3}$ کیلوگرم خریده است. درکل وزن مرغ‌هایی که او خریده است چند گرم است؟ او می‌خواهد مرغ‌ها را بسته‌بندی کند و تصمیم گرفته است هر بسته حاوی $\frac{1}{4}$ وزن کل باشد؛ وزن هر بسته که او درست کرده است، چند گرم است؟