



ORIGINAL RESEARCH PAPER

The Effectiveness of Using a Concept Map on the Students' Understanding of Exponential and Logarithm Functions

Nafiseh Azadi^{*1}, Ali Shiravani Shiri²

1 Ph.D. Student, Mathematics group, Shahid Rajaei Teacher Training University, Tehran, Iran.

2 Department of Educational Sciences, Farhangian University, P.O.Box 14665-889, Tehran, Iran.

ABSTRACT

Keywords:

Conceptual map
Exponential and Logarithm,
Meaningful learning

1 .Corresponding author

✉ nafise.azadi@sru.ac.ir

Received: 2021/11/28

Reviewed: 2022/05/26


Accepted: 2022/07/13

Background and Objectives: The conceptual map becomes meaningful with the connection between the new concepts and the existing concepts in the cognitive structure. By using the concept map, the students connect the contents and realize the connection between the concepts. The purpose of the current research is the effectiveness of using concept maps on students of representation and logarithm functions and identifying their misunderstandings. **Methods:** The research method is a combination of quantitative and qualitative methods. The statistical population is 30 students of the 11th grade of experimental sciences and available sampling was used. The students were divided into three groups, the first group answered the questions of the concept map test first and then the questions of the written test, and the second group answered the questions of the written test first and then the questions of the concept map test and the third group only answered the questions of the written test. Students are not allowed to return to previous questions. Finally, to evaluate the effect of using concept maps on students' learning, all students answered the questions of the overall test. **Findings:** The findings show that the concept map can be a suitable tool for teaching the concept of exponential functions and logarithms to the 11th grade students of experimental sciences and make learning more meaningful. **Conclusion:** The concept map gives us a better possibility to identify students' misunderstandings in the concept of exponential functions and logarithms than written tests, in this way teachers can improve the teaching-learning process and strengthen meaningful learning. Also, with the help of the findings of this study, students' misunderstandings in the concept of exponential and logarithm functions were classified into four categories.

ISSN (Online): 2645-8098

DOI: [10.48310/PMA.2024.10304.3123](https://doi.org/10.48310/PMA.2024.10304.3123)

Citation (APA): Azadi, N., & Shirvani Shiri, A. (2024). The effectiveness of using a concept map on students' understanding of exponential and logarithm functions. *Educational and Scholastic studies*, 13 (1), 71 - 86 .

 <https://doi.org/10.48310/PMA.2024.10304.3123>



اثربخشی کاربرد نقشه مفهومی بر درک دانش آموزان از توابع نمایی و لگاریتم

مقاله پژوهشی / مروری

نقیسه آزادی*، علی شیروانی شیرینی^۲

۱. دانشجوی دکتر آموزش ریاضی، دانشکده علوم پایه، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران، ایران.

۲. گروه آموزشی علوم تربیتی، دانشگاه فرهنگیان، صندوق پستی ۸۸۹ - ۱۴۶۶۵، تهران، ایران.

چکیده

پیشینه و اهداف: نقشه مفهومی با برقراری ارتباط بین مفاهیم جدید و مفاهیم موجود در ساختار شناختی منجر به یادگیری معنادار می‌شود. دانش آموزان با استفاده از نقشه مفهومی مطالب بسیاری را باهم ترکیب می‌کنند و به ارتباط درونی بین مفاهیم پی می‌برند. هدف پژوهش حاضر اثربخشی کاربرد نقشه مفهومی بر درک دانش آموزان از توابع نمایی و لگاریتم و شناسایی بدفهمی‌های آنان است. **روش‌ها:** روش پژوهش تلفیقی از دو روش کمی و کیفی است. جامعه آماری ۳۰ دانش آموز کلاس یازدهم رشته علوم تجربی بودند و از نمونه‌گیری در دسترس استفاده شد. دانش آموزان به سه گروه تقسیم شدند که گروه نخست، ابتدا به پرسش‌های آزمون نقشه مفهومی و سپس به پرسش‌های آزمون کتبی و گروه دو، ابتدا به پرسش‌های آزمون کتبی و سپس به پرسش‌های آزمون نقشه مفهومی و گروه سه، تنها به پرسش‌های آزمون کتبی پاسخ دادند. دانش آموزان اجازه بازگشت به پرسش‌های قبلی را نداشتند. در نهایت برای ارزیابی تأثیر استفاده از نقشه مفهومی بر یادگیری، تمامی دانش آموزان، به پرسش‌های آزمون مجموعی پاسخ دادند. **یافته‌ها:** یافته‌ها نشان داد نقشه مفهومی می‌تواند یک ابزار مناسب در جهت یاددهی مفهوم توابع نمایی و لگاریتم به دانش آموزان پایه یازدهم رشته علوم تجربی باشد و یادگیری را معنی‌دارتر کند. **نتیجه‌گیری:** نقشه مفهومی امکان بهتری برای شناسایی بدفهمی‌های دانش آموزان در مفهوم توابع نمایی و لگاریتم نسبت به آزمون‌های کتبی به ما می‌دهد که از این طریق معلمان می‌توانند فرایند یاددهی - یادگیری را اصلاح نموده و یادگیری معنی‌دار را تقویت نمایند. همچنین به کمک یافته‌های این مطالعه، بدفهمی‌های دانش آموزان در مفهوم توابع نمایی و لگاریتم در چهار دسته طبقه‌بندی شدند.

از دستگاه خود برای اسکن و خواندن مقاله به صورت آنلاین استفاده کنید.

واژه‌های کلیدی:

نقشه مفهومی

نمایی و لگاریتم

یادگیری معنادار

۱. نویسنده مسئول

nafise.azadi@sru.ac.ir[✉]

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۹/۰۷

تاریخ بازنگری: ۱۴۰۱/۰۳/۰۵

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۴/۲۲

شماره صفحات: ۷۱ - ۸۶

DOI: [10.48310/PMA.2024.10304.3123](https://doi.org/10.48310/PMA.2024.10304.3123)

شاپا الکترونیکی: ۲۶۴۵-۸۰۹۸

COPYRIGHTS



©2024 The author(s). This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution (CC BY 4.0), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, as long as the original authors and source are cited. No permission is required from the authors or the publishers.

مقدمه

نقشه مفهومی^۱، به عنوان یک ابزار و زمینه مطالعاتی، زیربنای نظریه‌ای قوی برای یادگیری به دنبال دارد. این موضوع از کار نظری دیوید آزوبل (Ausubel, 2000) که با توسعه عملی نقشه‌های مفهومی توسط نواک (Novak, 2010) به مرحله اجرا درآمد، مشتق شده است. از نظر آزوبل مفهوم معنی‌دار^۲، مفهوم مرتبط با مفاهیم موجود در ساخت شناختی فرد است و برگرفته از مفهوم پیش‌سازمان‌دهنده نظریه آزوبل است که تأکید زیادی بر دانش قبلی فراگیر دارد. دانش قبلی به عنوان یک چارچوب برای رسیدن به یادگیری‌های نو محسوب می‌شود و از این رهگذر ماهیت دانش و چگونگی تفکر انسان بر میزان آمادگی برای یادگیری، مؤثر است (Azimpour, Isavi & Azimpour, 2017).

شکل‌گیری دانش در ذهن یادگیرنده، مرتبط با ساخت شناختی وی است؛ لذا برای داشتن یادگیری معنی‌دار و ارزیابی متناسب با آن، نیازمند ابزار مناسب هستیم که ساختار ذهنی فرد را با دانش جدید مرتبط سازد و یادگیری معنی‌دار محقق شود. نقشه مفهومی یک ابزار مناسب برای بازنمایی تصویری و کلامی از مفاهیم و ارتباط بین آن‌ها است. که اطلاعات فرد را خلاصه، سازمان‌دهی و مرتب می‌کند و با علائم، کلمات و خطوط ارتباطی، روابط بین این اطلاعات از گذشته تا به امروز را مرتبط می‌کند (Hadian, Eslampour & Reyhani, 2014). در واقع می‌توان گفت یادگیری قبلی موجب یادگیری بهتر و سریع‌تر یادگیری بعدی خواهد شد (Karimi et al, 2023). این ایده که نقشه مفهومی به عنوان ابزار یادگیری معنی‌دار می‌توان مورد استفاده قرار داد را نخستین بار نواک و کاناس (Novak & Cañas, 2008) مطرح نمودند. نقشه مفهومی را هم می‌توان به عنوان یک ابزار ارزیابی به کار برد. در واقع نقشه‌های مفهومی با نمایش ارتباطات ذهنی فراگیران، امکان ارزیابی میزان درک وی را فراهم خواهد کرد (Sánchez et al, 2010).

اگر فراگیران بتوانند مجموعه پیچیده‌ای از روابط را در نمودار نشان دهند یا دست‌کاری کنند، به احتمال زیاد آن روابط را درک می‌کنند، آن‌ها را به خاطر می‌سپارند و می‌توانند اجزای سازنده آن‌ها را تجزیه و تحلیل کنند. این به نوبه خود رویکردهای «عمیق» و نه «سطحی» را برای یادگیری ترویج می‌کند (Entwistle, 2013; Marton & Saljo, 1976). همچنین برای اکثر مردم، دنبال کردن نقشه‌ها بسیار ساده‌تر از توصیف‌های شفاهی یا نوشتاری است (Larkin & Simon, 1987; Mayer & Gallini, 1990). پس کار مربوط به نقشه‌سازی مستلزم مشارکت فعال‌تر یادگیرنده است و این نیز منجر به یادگیری بیشتر می‌شود. نقشه مفهومی به فراگیران اجازه می‌دهد تا روابط بین مفاهیم و خود آن مفاهیم و حوزه‌ای که به آن تعلق دارند را درک کنند (Twardy, 2004).

ارزیابی نقشه مفهومی مشتمل بر بررسی محتوا و ساختار آن، ممکن است کمی یا کیفی باشد (Stoddart et al, 2000). ارزیابی کمی نقشه‌های مفهومی همان نمره‌گذاری آن‌ها است. شش شیوه نمره‌گذاری برای نقشه‌های مفهومی از دیدگاه مک‌کلار (McClure, Sonak & Suen, 1999) وجود دارد که عبارتند از کل‌نگر (هر نقشه مفهومی نمره‌ای بین ۱ تا ۱۰)، رابطه‌ای (هر گزاره از نقشه مفهومی یک نمره مستقل)، ساختاری (به گزاره‌های درست نمره داده می‌شود، همچنین حضور ساختارهای سلسله‌مراتبی نیز بررسی می‌شود و به ارتباط‌های عرضی و تعداد سطوح سلسله‌مراتبی نیز امتیاز تعلق می‌گیرد)، کل‌نگر با نقشه مرجع (اصلاح‌شده شیوه کل‌نگر)، رابطه‌ای با نقشه مرجع (اصلاح‌شده شیوه رابطه‌ای) و ساختاری با نقشه مرجع (اصلاح‌شده شیوه ساختاری).

نقشه مرجع، نقشه‌ای است که توسط افراد خبره و کارشناس در یک حوزه رسم شده‌اند. فرد کارشناس می‌تواند معلم، استاد یا محقق باشد. نواک پیشنهاد می‌کند که بهتر است یک نقشه مفهومی مرجع، ساخته و نمره‌گذاری شود و نمره نقشه دانش‌آموز بر نمره نقشه مرجع تقسیم و درصد آن محاسبه شود. استفاده از این نقشه‌ها برای محقق اهمیت دارد؛ زیرا اولاً محقق برای تصمیم‌گیری در مورد اینکه قصد دارد چه مفاهیم و گزاره‌هایی در نقشه ارائه شوند، باید تحلیل قبلی از ساختار آن موضوع در ریاضی داشته باشد و ثانیاً وقتی محقق نقشه مرجع را خود می‌سازد یا از نقشه

1. Conceptual map
2. Meaningful concept

مرجعی که توسط معلم رسم شده است استفاده می‌کند، از این که چه نوع دانش مفهومی ارزیابی خواهد شد، آگاه می‌شود (Evans & Jeong, 2023). نقشه مفهومی انواع گوناگونی دارد که یکی از آن‌ها، نمایش سلسله مراتبی مفاهیم است. یعنی مفاهیم کلی‌تر در رأس نقشه و مفاهیم جزئی‌تر در قسمت‌های فرعی نقشه قرار دارد. ارتباطات عرضی، یکی دیگر از ویژگی‌های نقشه مفهومی است. این ارتباطات باعث برقراری ارتباط بین مفاهیم مختلف در نقشه مفهومی می‌شود (Novak & Cañas, 2008).

بدفهمی دانش‌آموزان یکی از معضلات آموزشی در عصر جدید محسوب می‌شود و آگاهی از آن‌ها باعث می‌شود که معلمان روی آن‌ها تأکید بیشتری داشته باشند و روشی مناسب برای رفع این بدفهمی‌ها انتخاب کنند. در واقع، افزایش دانش معلمان از میزان بدفهمی دانش‌آموزان، منجر به افزایش یادگیری صحیح و سریع خواهد شد (Sanaei, 2023). در عرصه عملی تدریس و فرایند یاددهی-یادگیری مباحث ریاضیات به‌خصوص توابع نمایی و لگاریتم، بدفهمی‌هایی وجود دارد. توابع نمایی و توابع لگاریتمی دو مبحثی هستند که به‌صورت مرتبط تلقی می‌شوند و بنابراین ممکن است جدا از دیگری تدریس نشوند. توابع لگاریتمی ممکن است به‌عنوان معکوس توابع نمایی در نظر گرفته شوند که دانش‌آموزان در درک معکوس بودن دو تابع و رسم و تفسیر آن‌ها با مشکلاتی مواجه هستند (Makgaka & Sepeng, 2013). لذا نیازمند یک روش برای یاددهی و یادگیری عمیق‌تر و معنادارتر در مبحث توابع نمایی و لگاریتم هستیم. ارزیابی به کمک نقشه مفهومی سه ویژگی دارد:

۱. تکلیفی که یادگیرنده می‌خواهد شواهدی از ساختار دانش خود در یک زمینه را مشخص نماید.

۲. شکل پاسخ‌دهی یادگیرنده.

۳. نظام نمره‌گذاری که به‌وسیله آن می‌توان نقشه مفهومی یادگیرنده را به‌طور دقیق و پایا ارزیابی کرد (Hadian et al, 2014).

تکلیف نقشه مفهومی شامل رویه‌هایی است که به ساخت نقشه مفهومی منجر می‌شود و درک دانش‌آموز را نمایش می‌دهد (McClure et al, 1999). تکلیف نقشه مفهومی بر اساس اطلاعاتی که برای دانش‌آموزان فراهم می‌کند، با طیفی از نقشه‌های بسیار هدایت‌کننده آن‌هایی هستند که در آن‌ها مفاهیم، عبارت‌های اتصالی و خطوط اتصال و ساختار نقشه در اختیار دانش‌آموزان قرار داده می‌شود. در نقطه مقابل، نقشه‌های کمتر هدایت‌کننده، نقشه‌هایی هستند که دانش‌آموزان برای رسم آن‌ها، در انتخاب مفاهیم و تعداد آن‌ها و اینکه کدام مفاهیم با هم مرتبط هستند و همچنین در انتخاب کلمات برای بیان رابطه‌ها آزاد هستند (Yue, 2008).

در پژوهش حاضر، علاوه بر اینکه از دو ابزار آزمون کتبی و نقشه مفهومی برای ارزیابی دانش ریاضی دانش‌آموزان استفاده شد، عملکرد دانش‌آموزان در نقشه‌های مفهومی یا عملکرد آن‌ها در آزمون کتبی مقایسه و تأثیر استفاده از نقشه‌های مفهومی به‌عنوان ابزار ارزیابی، بر یادگیری دانش‌آموزان نیز مطالعه و بررسی شد. فرضیه‌های پژوهش عبارت‌اند از:

۱. بین میانگین نمرات آزمون کتبی دانش‌آموزان گروه اول (ابتدا سؤالات نقشه مفهومی و سپس آزمون کتبی را پاسخ دادند) و گروه دوم (ابتدا سؤالات آزمون کتبی و سپس سؤالات نقشه مفهومی پاسخ دادند)، تفاوت معناداری وجود دارد.

۲. بین میانگین‌های نمرات آزمون کتبی دانش‌آموزان گروه اول و سوم (که فقط به آزمون کتبی پاسخ دادند) تفاوت معناداری وجود دارد.

۳. بین میانگین نمرات آزمون کتبی دانش‌آموزان گروه دوم و سوم تفاوت معناداری وجود دارد.

پیشینه پژوهش

هادیان و همکاران (Hadian et al, 2014) در مقاله خود که روی ۲۵ دانشجوی رشته دبیری ریاضی صورت گرفت، پس از آشنایی دانشجویان با نقشه مفهومی در طی سه مرحله، دانشجویان به‌صورت انفرادی و گروهی با استفاده از نرم‌افزار

به رسم نقشه مفهومی «حد» پرداختند. یافته‌های تحقیق نشان داد در هر مرحله نسبت به مرحله قبل بدفهمی‌ها و اشتباهات کاهش یافتند، ارتباط‌های عرضی و طولی دقیق‌تر، بیشتر و پیچیده‌تر شدند و در نهایت دریافتند که نقشه مفهومی ابزار مفیدی برای آموزش، طراحی برنامه آموزشی، ارزیابی و ارزشیابی یادگیری است.

ریحانی، بخشعلیزاده و استادی (Reyhani, Bakhshalizadeh & Ostadi, 2012) نیز در پژوهش خود دریافتند که استفاده از نقشه‌های مفهومی به‌عنوان ابزار ارزیابی، در ارتقای یادگیری دانش‌آموزان مؤثر است. البته نباید تصور شود نقشه‌های مفهومی شواهد همه‌جانبه‌ای از درک و فهم دانش‌آموزان به ما نشان می‌دهند. همچنین در این تحقیق برخی از اشتباه‌های دانش‌آموزان در استفاده از رویه‌ها، مانند حل معادله مثلثاتی و یا رسم یک تابع مثلثاتی، در آزمون کتبی بهتر نشان داده شد. کلهر و مهران (Kalhor & Mehran, 2014) در مقاله خود که با گروه آزمایش و کنترل، حیطه‌های دانش و یادگیری معنی‌دار فراگیران را به کمک ابزار اندازه‌گیری معلم‌ساخته اندازه‌گیری کرد، دریافت که راهبرد آموزشی نقشه مفهومی باعث افزایش یادگیری درس زبان انگلیسی و یادگیری معنی‌دار خواندن و درک مطلب زبان انگلیسی در فراگیران گروه آزمایش نسبت به گروه کنترل شده است. مصرآبادی (Mesrabadi, 2011) در پژوهش خود دریافت که ارائه آموزش با استفاده از نقشه مفهومی در مقایسه با روش‌های سنتی بر نمره‌های پیشرفت تحصیلی فراگیران در درس‌های زیست‌شناسی و روانشناسی مؤثر بوده است، اما کاربرد نقشه مفهومی در افزایش نمره‌های درس فیزیک مؤثر واقع نشد. دهقان‌زاده و مؤدب (Dehghanzadeh & Moaddab, 2021) با انجام روش نیمه‌تجربی و انجام پیش و پس‌آزمون بر روی دانشجویان پرستاری دریافت که روش نقشه مفهومی بر یادگیری دانشجویان پرستاری مؤثر است. سمیعی‌زفرقندی (Samie Zafarghandi, 2014) با استفاده از روش نیمه‌آزمایشی با طرح پیش و پس‌آزمون با گروه آزمایش و گواه بر روی ۷۶ دانش‌آموز دختر پایه ششم، دریافت که استفاده از نقشه مفهومی موجب یادگیری بیشتر دانش‌آموزان در درس علوم تجربی شده است. در برخی از پژوهش‌ها، نظیر پژوهش بارولز (Baralos, 2009) و فی (Fi, 2003) از دو ابزار نقشه مفهومی و آزمون کتبی در جهت ارزیابی استفاده شده است، اما در این‌گونه پژوهش‌ها مقایسه‌ای بین عملکرد دانش‌آموزان در آزمون کتبی و نقشه‌های مفهومی در مفهوم توابع نمایی و لگاریتم صورت نگرفته است. نتایج پژوهش‌ها نشان دهنده اهمیت و کاربرد نقشه‌های مفهومی به‌عنوان یک ابزار ارزیابی در فرایند یاددهی و یادگیری فراگیران است (Hazel & Prosser, 1994). همچنین این نتایج گویای آن هستند که فراگیران به مقدار کمی از شیوه‌های یادگیری معنی‌دار استفاده کردند (Novak & Musonda, 1991)، این واقعیت همچون یک چالش ذهنی و مسئله نگارندگان پژوهش حاضر را ترغیب به بررسی این مشکل نمود.

روش

پژوهش حاضر تلفیقی از دو روش کمی و کیفی است؛ زیرا هدف این مطالعه بررسی ساخت شناختی دانش‌آموزان یازدهم رشته تجربی در مبحث توابع نمایی و لگاریتم است. جامعه آماری پژوهش، دانش‌آموزان دوره متوسطه منطقه فرگ از شهرستان داراب (استان فارس) بود. برای این منظور، ۳۰ دانش‌آموز کلاس یازدهم رشته تجربی منطقه فرگ به‌عنوان نمونه در دسترس انتخاب شدند. این دانش‌آموزان آشنایی قبلی با نقشه مفهومی نداشتند، لذا ابتدا در جلسه‌ای، نقشه مفهومی به آن‌ها معرفی و آموزش داده شد. ابزارهایی که برای جمع‌آوری اطلاعات در این پژوهش استفاده شدند، به شرح زیر هستند:

۱. آزمون کتبی محقق ساخته در مورد مفاهیم تابع نمایی و لگاریتم که شامل ۲ سؤال در مورد تابع نمایی و لگاریتم بود.

۲. آزمون نقشه مفهومی محقق ساخته در مورد مفاهیم تابع نمایی و لگاریتم که خود شامل دو نقشه مفهومی بود. نقشه مفهومی شماره یک نقشه ناقصی بود که دانش‌آموزان باید برچسب‌های آن را با کلمات خود کامل می‌کردند و دانش‌آموزان در نقشه مفهومی شماره ۲ ارتباط بین برچسب‌ها را مشخص می‌کردند. در این مطالعه از دو نقشه مفهومی استفاده شد؛ نقشه

مفهومی شماره یک شامل معرفی توابع نمایی و لگاریتم، دامنه و برد توابع مذکور، نقاط برخورد و نمودارهای هر یک از توابع و نقشه مفهومی شماره دو شامل قوانین مربوط به رسم نمودارهای توابع نمایی و لگاریتم به روش انتقال است.

۳. آزمون مجموعی محقق ساخته شامل دو سؤال مرتبط با مبحث تابع نمایی و لگاریتم که دانش آموزان به آن پاسخ می‌دادند. هدف این سؤال بررسی تأثیر نقشه‌های مفهومی طراحی شده، بر روی ساخت ذهنی دانش آموزان بود.

روایی محتوایی این آزمون‌ها، توسط چهار نفر از متخصصان حوزه آموزش ریاضی و پنج معلم ریاضی متوسطه دوم که مشغول تدریس این دروس هستند، بررسی شد. سؤالات آزمون‌های کتبی و نقشه مفهومی و مجموعی با اهداف یکسان طراحی شدند و می‌بایست درک ریاضی دانش آموزان را درباره توابع نمایی و لگاریتم و در موارد زیر ارزیابی کند: تأثیر انتقال عمودی نمودار بر برد تابع، تأثیر ضریب متغیر مستقل بر برد تابع، تأثیر ضرب کردن مقدار تابع در عدد ثابت بر برد تابع، تأثیر جمع و تفریق مقدار تابع بر برد تابع، تأثیر جمع و تفریق متغیر مستقل با عددی ثابت بر برد تابع، دامنه و برد تابع نمایی و لگاریتم، نقاط برخورد با توابع نمایی و لگاریتم، تأثیر مقدار پایه تابع نمایی بر صعودی یا نزولی بودن نمودار تابع نمایی و لگاریتم.

جدول ۱ گزاره‌هایی که دانش آموزان می‌توانستند در نقشه‌های مفهومی خود ایجاد کنند به همراه سؤالاتی نظیر آن‌ها در آزمون کتبی را نشان می‌دهد.

جدول ۱. گزاره‌های نقشه‌های مفهومی و شماره سؤال‌های آزمون کتبی نظیر آن

شماره سؤال آزمون کتبی	گزاره‌هایی که می‌توان در هر یک از نقشه‌های مفهومی نوشت
-	اگر متغیر مستقل در عدد ثابتی ضرب شود، بر برد تابع تأثیر نمی‌گذارد.
-	اگر متغیر مستقل با عدد ثابتی جمع شود، انتقال نمودار افقی است.
-	اگر مقدار تابع در عدد ثابتی ضرب شود، بر برد تابع تأثیر می‌گذارد.
۱ و ۲	اگر مقدار تابع با عدد ثابتی جمع شود، انتقال عمودی است.
-	انتقال افقی نمودار بر برد تأثیر ندارد.
۱	تابع a^x ، تابع نمایی است.
۱	دامنه تابع نمایی R و برد آن $(0, +\infty)$ است.
۱	نمودار تابع نمایی با محور X ها برخورد ندارد.
۲	دامنه تابع لگاریتم $(0, +\infty)$ و برد آن R است.
۲	نقطه $(1, 0)$ روی نمودار تابع لگاریتم است.
-	در تابع $y=a^x$ اگر $a > 0$ ، نمودار صعودی و اگر $0 < a < 1$ ، نمودار نزولی است.
-	در تابع $y=\log_a x$ اگر $a > 0$ ، نمودار صعودی و اگر $0 < a < 1$ ، نمودار نزولی است.

نمرات مربوط به پاسخ‌های آزمون کتبی و مجموعی دانش آموزان (۳۰ نفر) به کمک آزمون توزیع نرمال داده‌ها (آنوا) و با استفاده از نرم‌افزار SPSS بررسی شد و مشاهده شد که داده‌های مربوط به آزمون کتبی ($\text{Asymp. Sig} = 0/044$) و آزمون مجموعی ($\text{Asymp. Sig} = 0/035$) با سطح خطای $0/05$ نرمال هستند.

نقشه‌های مفهومی که دانش آموزان می‌خواهند جاهای خالی نقشه‌ها را پر کنند، پایایی بیشتری نسبت به سایر تکالیف نقشه مفهومی دارند (Himangshu & Cassata-Widera, 2010) و بنا بر عقیده مک کلار (McClure et al, 1999) شیوه نمره‌گذاری رابطه‌ای با نقشه مرجع، نسبت به دیگر شیوه‌های نمره‌گذاری بیان شده، روایی و پایایی بیشتری دارد. بنابراین در این پژوهش از شیوه نمره‌گذاری رابطه‌ای با نقشه مفهومی استفاده شده است. برای پایایی آزمون کتبی و مجموعی از آزمون آلفای کرونباخ استفاده شد که با استفاده از نرم‌افزار SPSS مقدار $0/73$ برای سؤال کتبی و مقدار $0/83$ برای سؤال مجموعی به دست آمد.

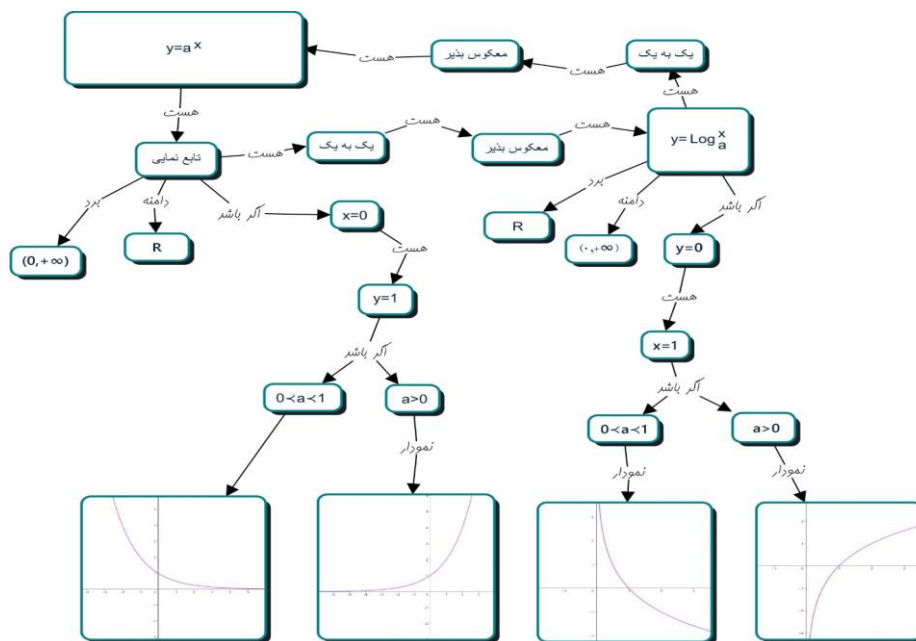
اجرای پژوهش در سه مرحله انجام پذیرفت: در مرحله اول ابتدا دانش آموزان به سه گروه هم‌سطح تقسیم‌بندی شدند. این تقسیم‌بندی بر اساس نتایج یک امتحان کتبی با موضوع توابع نمایی و لگاریتم انجام شد.

جدول ۲. گروه‌بندی دانش‌آموزان و تعداد افراد در هر گروه

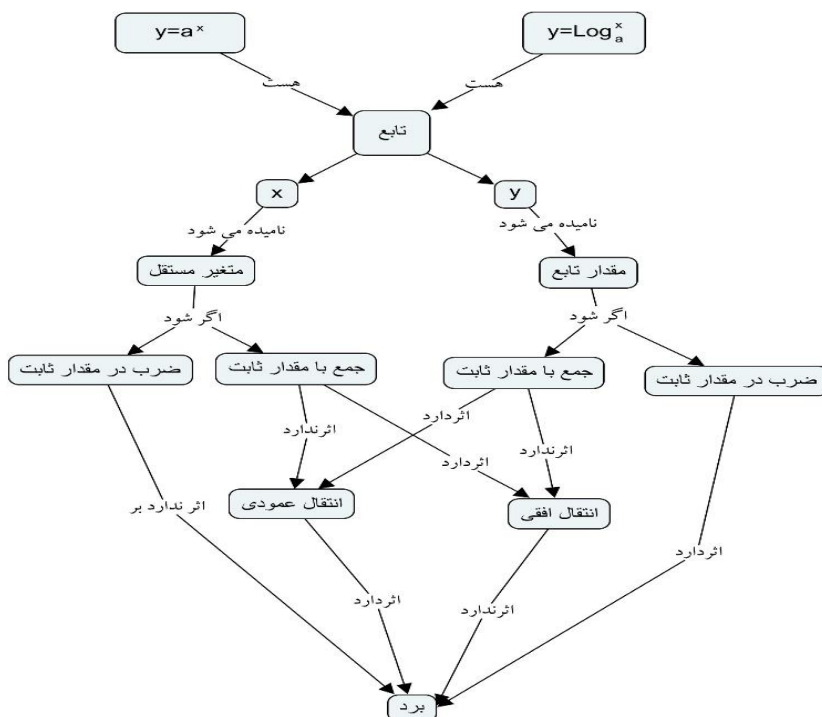
گروه	تعداد	نوع آزمون
گروه اول	۱۰	اول نقشه مفهومی، سپس آزمون کتبی
گروه دوم	۱۰	اول آزمون کتبی، سپس نقشه مفهومی
گروه سوم	۱۰	فقط آزمون کتبی

دانش‌آموزان گروه اول، ابتدا به سؤال‌های آزمون نقشه مفهومی و سپس به سؤال‌های آزمون کتبی و گروه دوم ابتدا به سؤال‌های آزمون کتبی و سپس به سؤال‌های آزمون نقشه مفهومی پاسخ دادند. به این ترتیب که دانش‌آموزان هر دو گروه فرصت بازگشت به سؤالات آزمون که ابتدا انجام داده بودند و تصحیح پاسخ‌های خود را نداشتند. زمان پاسخگویی به هر آزمون، ۱۵ دقیقه مشخص شد. با انجام آزمون‌ها به این شیوه، علاوه بر اینکه عملکرد دانش‌آموزان در نقشه مفهومی با عملکرد آن‌ها در آزمون کتبی مقایسه می‌شد، تأثیر استفاده از نقشه مفهومی بر یادگیری دانش‌آموزان نیز ارزیابی می‌شد. دانش‌آموزان گروه سوم فقط به سؤال‌های آزمون کتبی پاسخ می‌دادند. در مرحله دوم همه دانش‌آموزان در هر سه گروه به یک سؤال، با عنوان آزمون مجموعی پاسخ می‌دادند.

برای تجزیه و تحلیل داده‌ها از روش‌های کمی استفاده شد. روش‌های کمی شامل استفاده از آزمون تحلیل واریانس یک‌طرفه برای هر گروه و به صورت میانگین برای همه گروه‌ها و مقایسه تفاضل میانگین‌های نمره‌های گروه‌ها در آزمون کتبی با روش تعقیبی توکی است. در واقع برای تحلیل پاسخ‌های دانش‌آموزان به سؤال‌های آزمون کتبی، ابتدا پاسخ‌های آن‌ها در آزمون کتبی با گزاره‌ها در آزمون نقشه مفهومی مقایسه شد. سپس سؤالات آزمون کتبی نمره‌گذاری و میانگین نمرات هر گروه از دانش‌آموزان نیز محاسبه و با یکدیگر مقایسه شد. برای ارزیابی نقشه‌های مفهومی دانش‌آموزان دو گروه، نقشه‌های مفهومی دانش‌آموزان با نقشه‌های مفهومی مرجع مقایسه شد. نقشه‌های مرجع حاوی گزاره‌هایی بودند که محققان از دانش‌آموزان انتظار داشتند آن گزاره‌ها را در نقشه خود ایجاد کنند. شکل ۱ و ۲ به ترتیب نقشه‌های مفهومی مرجع شماره ۱ و ۲ را نشان می‌دهند. برای نمره‌گذاری نقشه‌های مفهومی، هر کدام از برجسب‌ها یا خطوط اتصالی که توسط دانش‌آموزان تکمیل می‌شد، یک نمره داشتند. بنابراین نقشه مفهومی شماره یک، ۱۲ نمره و نقشه مفهومی شماره دو، ۷ نمره داشت. در مجموع کل نمره‌ای که یک دانش‌آموز از نقشه‌های مفهومی می‌توانست دریافت کند، ۱۹ نمره بود.



شکل ۱. نقشه مفهومی مرجع شماره ۱



شکل ۲. نقشه مفهومی مرجع شماره ۲

- سؤال کتبی ۱: نمودار تابع $y=(1/5)x-2$ را رسم کنید.
- سؤال کتبی ۲: نمودار تابع $y=\log_5 x-3$ را رسم کنید.
- سؤال مجموعی ۱: نمودار تابع $y=(3)^{x+1}-2$ را رسم کنید.
- سؤال مجموعی ۲: نمودار تابع $y=\log_{1/2}(x-1)$ را رسم کنید.

یافته‌ها

برای بررسی عملکرد دانش‌آموزان در آزمون کتبی، به هر سؤال یک نمره اختصاص داده شد. برای بررسی معنی‌داری تفاوت میانگین‌های به‌دست‌آمده از نمره‌های دانش‌آموز سه گروه، از آزمون تحلیل واریانس یک‌طرفه استفاده شد. در این بخش برای بررسی معناداری تفاوت میانگین‌های به‌دست‌آمده از نمره‌های دانش‌آموز سه گروه، از آزمون تحلیل واریانس یک‌طرفه استفاده شد. جدول ۳، آمارهای توصیفی آزمون تحلیل واریانس یک‌طرفه را نشان می‌دهد.

جدول ۳. آمارهای توصیفی آزمون تحلیل واریانس یک‌طرفه

سطح اطمینان ۹۵ درصد		خطای انحراف استاندارد	انحراف استاندارد	میانگین	تعداد	
کران بالا	کران پایین					
۷/۷۳	۶/۴۷	۰/۲۸	۰/۸۸	۷/۱۰	۱۰	گروه ۱
۶/۴۱	۳/۹۹	۰/۵۳	۱/۶۸	۵/۲۰	۱۰	گروه ۲
۶/۰۹	۳/۷۱	۰/۵۳	۱/۶۶	۴/۹۰	۱۰	گروه ۳

همان‌طور که داده‌های جدول ۴ نشان می‌دهد، چون F محاسبه‌شده در سطح ۹۵ درصد از F جدول بحرانی $(F_{(7,22)}=2/47)$ بزرگ‌تر است، بین میانگین نمرات سه گروه در آزمون کتبی، تفاوت معنی‌دار وجود دارد $(p < 0/05)$ و $(F_{(7,22)}=7/38)$.

جدول ۴. اطلاعات مربوط به تحلیل واریانس یک طرفه بین میانگین سه گروه

واریانس	مجموع مربعات	درجه آزادی	میانگین مجموع مربعات	F	Sig
بین گروه‌ها	۶۰/۲۳	۷	۸/۶۰	۷/۳۸	۰/۰۰۱
درون گروه‌ها	۲۵/۶۴	۲۲	۱/۱۷		
مجموع	۸۵/۸۷	۲۹			

در جدول ۵ تفاوت میانگین‌های سه گروه با یکدیگر با استفاده از روش تعقیبی توکی محاسبه شده است. اطلاعات نشان‌دهنده آن است که میانگین کدام دو گروه‌ها با هم متفاوت هستند.

جدول ۵. مقایسه تفاضل میانگین‌های نمره‌های گروه‌ها در آزمون کتبی با روش تعقیبی توکی

گروه (i)	گروه (j)	تفاضل میانگین	خطای استاندارد	Sig	سطح اطمینان ۹۵ درصد	
					کران پایین	کران بالا
گروه ۱	گروه ۲	۱/۹۰	۲/۰۸	۰/۰۲	۳/۳۹	۰/۴۱
گروه ۱	گروه ۳	۲/۲۰	۲/۰۴	۰/۰۰۸	۳/۶۶	۰/۷۴
گروه ۲	گروه ۳	۰/۳۰	۲/۳۱	۰/۶۹	۱/۹۵	-۱/۳۵

در این بخش، با توجه به یافته‌های پژوهش، فرضیه‌های پژوهش و برخی بدفهمی‌های دانش‌آموزان در مبحث توابع نمایی و لگاریتم مورد ارزیابی قرار خواهند گرفت. در اینجا فرضیه‌های پژوهش مورد بررسی قرار خواهند گرفت:

فرضیه اول: بین میانگین نمرات آزمون کتبی دانش‌آموزان گروه اول (ابتدا سؤالات نقشه مفهومی و سپس آزمون کتبی را پاسخ دادند) و گروه دوم (ابتدا سؤالات آزمون کتبی و سپس سؤالات نقشه مفهومی پاسخ دادند) تفاوت معناداری وجود دارد.

با توجه به داده‌های جدول ۵، مشاهده می‌شود که در سطح اطمینان ۹۵ درصد بین میانگین نمرات آزمون کتبی گروه اول و دوم تفاوت معناداری وجود دارد، بنابراین فرضیه ۱ تأیید می‌شود. این نشان‌دهنده آن است که دانش‌آموزان گروه اول در آزمون کتبی موفق‌تر از دانش‌آموزان گروه دوم عمل کرده‌اند. در واقع کامل کردن نقشه مفهومی قبل از آزمون کتبی باعث شده که دانش‌آموزان سازمان‌دهی ذهنی بهتری نسبت به موضوع پیدا کنند و در نتیجه به سؤالات آزمون کتبی بهتر پاسخ دهند.

یکی از بدفهمی‌ها که در پاسخ‌های دانش‌آموزان مشاهده شد، تشخیص اشتباه صعودی یا نزولی بودن توابع نمایی و لگاریتم است که یا به دلیل بی‌دقتی دانش‌آموزان است و یا اینکه مفهومی صعودی یا نزولی بودن را درک نکرده است. دومین بدفهمی در پاسخ دانش‌آموزان این است که نقاط برخورد هر تابع با محورها را به اشتباه تشخیص دادند. دانش‌آموز گروه ۱، در سؤال کتبی، اشتباه خود را تصحیح نمود و این نقطه را بر روی تابع لگاریتم قرار داد. اما دانش‌آموز از گروه ۲ با وجود اینکه سؤال کتبی که قبل از نقشه مفهومی پاسخ داده بود و پاسخ وی نیز غلط بود، مجدداً در نقشه مفهومی همین خطا را تکرار کرد. بدفهمی رایج دیگر مشخص شده در پاسخ‌های دانش‌آموزان، تشخیص تأثیر جمع و تفریق و ضرب عدد ثابت متغیر مستقل و مقدار تابع بر انتقال عمودی و افقی و همچنین تأثیر آن بر برد تابع است که دانش‌آموزانی از گروه ۱ که این اشتباه را در نقشه مفهومی داشتند، در سؤال کتبی ۱ و ۲ تابع نمایی و لگاریتم را به‌درستی از روش انتقال رسم نمودند.

فرضیه ۲: بین میانگین‌های نمرات آزمون کتبی دانش‌آموزان گروه اول و سوم (که فقط به آزمون کتبی پاسخ دادند) تفاوت معناداری وجود دارد.

مطابق جدول ۵، فرضیه ۲ مبنی بر وجود تفاوت معنی‌دار بین میانگین نمرات آزمون کتبی گروه اول و سوم تأیید می‌شود. این نشان‌دهنده آن است که دانش‌آموزان گروه اول در آزمون کتبی موفق‌تر از دانش‌آموزان گروه سوم عمل

کردند. درواقع، دانش‌آموزانی که پیش از انجام آزمون کتبی، نقشه‌های مفهومی را کامل کردند، نسبت به دانش‌آموزانی که به هیچ‌یک از آزمون‌های نقشه مفهومی پاسخ ندادند، به سؤالات آزمون کتبی بهتر پاسخ دادند. دانش‌آموزان گروه اول در آزمون کتبی موفق‌تر از دانش‌آموزان گروه سوم عمل کردند. درواقع، دانش‌آموزانی که پیش از انجام آزمون کتبی، نقشه‌های مفهومی را کامل کردند، نسبت به دانش‌آموزانی که اصلاً آزمون‌های نقشه مفهومی را انجام ندادند، پاسخ بهتری به سؤالات آزمون کتبی دادند.

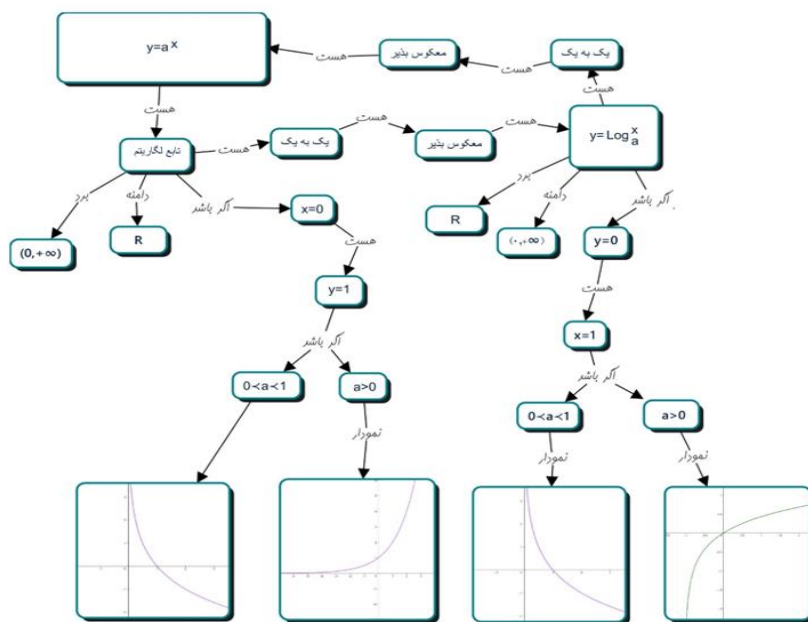
فرضیه ۳: بین میانگین نمرات آزمون کتبی دانش‌آموزان گروه دوم و سوم تفاوت معناداری وجود دارد. مطابق اطلاعات جدول ۵ بین نمرات آزمون کتبی گروه دوم و سوم تفاوت معناداری وجود ندارد. لذا فرضیه ۳ پژوهش رد می‌شود. البته این نتیجه قابل پیش‌بینی بود؛ چراکه دانش‌آموزان گروه دوم باینکه نقشه‌های مفهومی را کامل کردند اما فرصت بازگشت به سؤالات آزمون کتبی که قبل از نقشه مفهومی پاسخ دادند، نداشتند. تفاوت این دو گروه در آزمون مجموعی مشخص می‌شود که در بخش‌های بعد به بررسی عملکرد دانش‌آموزان همه گروه‌ها در این آزمون پرداخته خواهد شد.

با توجه به یافته‌های پژوهش، عملکرد دانش‌آموزان گروه ۲ با عملکرد دانش‌آموزان گروه ۳ در پاسخگویی به سؤالات کتبی تفاوت چندانی نداشت. زیرا دانش‌آموزان گروه ۲ اگرچه نقشه مفهومی را نیز تکمیل کردند، اما اجازه بازگشت به سؤالات کتبی و تصحیح اشتباهات خود را نداشتند. لذا عملکرد دو گروه تفاوت معناداری نداشت و دو گروه عملکرد یکسانی داشتند.

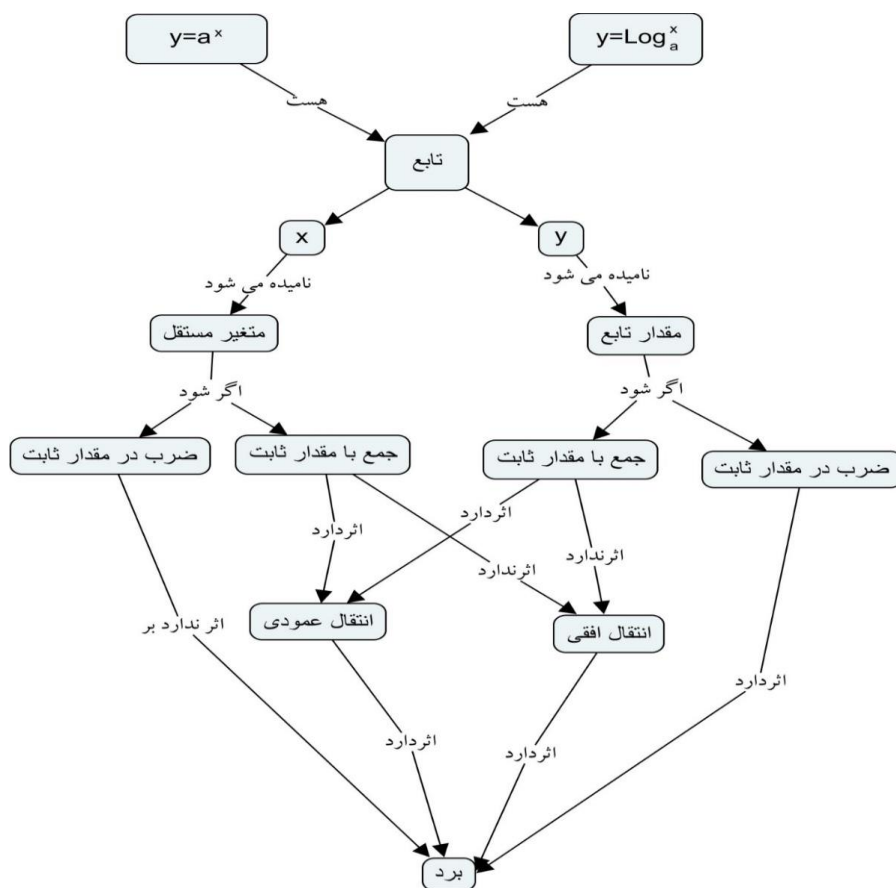
جدول ۶. نمرات دانش‌آموزان از هر یک از نقشه‌های مفهومی و درصد نمره‌های کسب‌شده نسبت به نقشه مرجع

کد دانش‌آموز	نمره نقشه مفهومی شماره ۱	نمره نقشه مفهومی شماره ۲	جمع	درصد نسبت به نقشه‌های مرجع
۱	۹	۳	۱۲	۶۳٪
۲	۸	۶	۱۴	۷۳٪/۱۶
۳	۱۰	۶	۱۶	۸۴٪/۲
۴	۱۰	۵	۱۵	۷۸٪/۱۹
۵	۹	۶	۱۵	۷۸٪/۱۹
۶	۱۰	۷	۱۷	۸۹٪/۴
۷	۸	۵	۱۳	۶۸٪/۴۲
۸	۸	۴	۱۲	۶۳٪
۹	۹	۷	۱۶	۸۴٪/۲
۱۰	۹	۵	۱۴	۷۳٪/۱۶
۱۱	۹	۶	۱۵	۷۸٪/۱۹
۱۲	۸	۰	۸	۴۲٪/۱
۱۳	۹	۳	۱۲	۶۳٪
۱۴	۱۰	۷	۱۷	۸۹٪/۴
۱۵	۱۰	۶	۱۶	۸۴٪/۲
۱۶	۱۰	۶	۱۶	۸۴٪/۲
۱۷	۸	۴	۱۲	۶۳٪
۱۸	۹	۴	۱۳	۶۸٪/۴۲
۱۹	۸	۵	۱۳	۶۸٪/۴۲
۲۰	۸	۳	۱۱	۵۷٪/۱۹

همان‌طور که جدول ۶ نشان می‌دهد، دانش‌آموزان از نقشه‌های مفهومی نمرات بین ۸ تا ۱۷ یعنی بین ۴۲/۱ تا ۸۹/۴ درصد نمره کل را کسب کردند که در بین آن‌ها ۱۹ نفر بیش از ۵۰ درصد نمره کل را به دست آوردند.



شکل ۳. نقشه مفهومی شماره ۱ یکی از دانش آموزان



شکل ۴. نقشه مفهومی شماره ۲ یکی از دانش آموزان

در قسمت بعد، عملکرد دانش آموزان گروه اول و دوم در آزمون نقشه مفهومی، آزمون کتبی و مجموعی با یکدیگر مقایسه شدند و بدفهمی‌های دانش آموزان در مبحث توابع نمایی و لگاریتم به چهار دسته، طبقه‌بندی شد.

بدفهمی‌های دانش آموزان در بررسی مفهوم توابع لگاریتم و نمایی به کمک ابزار نقشه مفهومی عبارت‌اند از:

۱. رسم نادرست نمودار به روش انتقال
یکی از روش‌های آسان برای رسم نمودارها، روش انتقال است که دانش آموزان رشته علوم تجربی در پایه دهم و یازدهم با این روش آشنا می‌شوند. برخی از دانش آموزان، در رسم نمودارها به روش انتقال دچار بدفهمی هستند. برای مثال، ۶ نفر از دانش آموزان گروه ۱ در نقشه مفهومی شماره ۲ برچسب‌ها را به گونه‌ای کامل کردند که مطابق آن، اگر متغیر مستقل با مقدار ثابتی جمع شود، انتقال افقی است و بر برد تأثیر دارد. چنین پاسخی یا حاصل بی‌دقتی دانش آموز است و یا اینکه مفهوم افقی و عمودی را به درستی درک نکرده است. اما همین ۶ دانش آموز در سؤال کتبی ۱ و ۲ تابع نمایی و لگاریتم را به درستی از روش انتقال رسم نمودند. یک نفر از دانش آموزان گروه ۲ به سؤالات کتبی پاسخی نداد و همین دانش آموز در نقشه مفهومی، جمع عدد ثابت با متغیر مستقل در نقشه مفهومی شماره ۲ را با انتقال افقی بی‌ارتباط دانست. همچنین این دانش آموز بیان کرد که اگر مقدار تابع با عدد ثابتی جمع شود، بر انتقال عمودی تأثیر ندارد و نقطه (۰ و ۱) را متعلق به نمودار لگاریتم ندانست که نشان‌دهنده بدفهمی در این مبحث است. دو نفر از دانش آموزان گروه ۲ توابع نمایی و لگاریتم مربوط به سؤالات کتبی را به روش نقطه‌یابی رسم کردند و انت قال عمودی را بر برد بی‌تأثیر دانستند. یک نفر از دانش آموزان گروه ۲ که نمودار مربوط به سؤال کتبی را به روش نقطه‌یابی حل کرده بود، همین روش را در سؤال مجموعی به کار برد. ۷ نفر دیگر از گروه ۱ و ۲ سؤالات مجموعی را به درستی پاسخ دادند. دو نفر از دانش آموزان گروه سوم، سؤالات مجموعی را به روش انتقال پاسخ دادند. یک نفر از دانش آموزان گروه ۳، فقط نمودار اصلی توابع را رسم کرد و روش انتقال را برای رسم آن به کار نبرد و سؤال را به صورت ناتمام رها کرد.

۲. تشخیص نادرست صعودی یا نزولی بودن نمودار نمایی و لگاریتم
توابع نمایی و لگاریتم با ویژگی‌های خاصی که دارند، از یکدیگر قابل تفکیک هستند. یکی از این ویژگی‌ها، تشخیص صعودی یا نزولی بودن نمودارهای نمایی و لگاریتم است که دانش آموزان با آن‌ها آشنایی دارند. اما بدفهمی رایج دانش آموزان در تشخیص صعودی یا نزولی بودن این توابع، سبب رسم نادرست توابع نمایی و لگاریتم و اشتباهات بعدی آن‌ها در حل سؤالات خواهد شد. بدفهمی دانش آموزان در تشخیص صعودی یا نزولی بودن این توابع، دلایل متنوعی دارد. که یکی از دلایل آن تشخیص نادرست نقاط روی هر نمودار و برخورد نادرست نقاط با محورهای مختصات (که خود یک نوع بدفهمی است) است. برای مثال، یکی از دانش آموزان که در تشخیص صعودی و نزولی بودن نمودارهای توابع نمایی و لگاریتم دچار اشتباه شد، در نقشه مفهومی، نقطه (۰ و ۱) را متعلق به نمودار تابع لگاریتم ندانست. همچنین دانش آموز دیگری که در سؤال مجموعی ۱ نمودار تابع را نزولی رسم کرد، نقطه (۰ و ۱) را متعلق به نمودار می‌دانست؛ یعنی تابع نمایی را با محور افقی، در تماس قرار داده است.

۳. اشتباه در دامنه و برد توابع
دو دانش آموز، یکی از گروه ۱ و دیگری از گروه ۲، در نقشه مفهومی نقطه (۰ و ۱) را روی نمودار تابع لگاریتم قرار ندادند. دانش آموز گروه ۱، در سؤال کتبی، اشتباه خود را تصحیح نمود و این نقطه را بر روی تابع لگاریتم قرار داد. اما دانش آموز از گروه ۲ با وجود اینکه سؤال کتبی که قبل از نقشه مفهومی پاسخ داده بود و پاسخ وی نیز غلط بود، مجدداً در نقشه مفهومی همین خطا را تکرار کرد. این اشتباهات به این دلیل است که دانش آموزان دامنه و برد توابع نمایی و لگاریتم را به درستی درک نکردند؛ بنابراین در رسم آن دچار اشتباه خواهند شد.

۴. اشتباه در محل برخورد با محورها
این موضوع که نمودار تابع نمایی با محور x ها برخورد ندارد، نیاز به درک بالایی نسبت به نمودارهای توابع نمایی و ضابطه آن دارد. یعنی دانش آموزان بدانند که هر عددی به توان برسد، جواب مساوی با صفر نمی‌شود. بنابراین نمودار

تابع نمایی با محور x ها برخورد نمی‌کند یعنی مقدار y صفر نخواهد شد. به همین صورت در نمودار لگاریتم، مقدار x صفر نخواهد شد و این نمودار با محور y ها برخورد نمی‌کند. دانش‌آموزانی که دلایل ذکرشده را درک نکرده باشند، ممکن است در رسم نمودار توابع نمایی و لگاریتم دچار اشتباه شوند. برای مثال، سه دانش‌آموز نمودار لگاریتم را با محور y ها برخورد دادند که نشان‌دهنده آن است که این دانش‌آموزان، درک نادرستی از نمودار تابع لگاریتم دارد.

جدول ۷. عملکرد دانش‌آموزان سه گروه در آزمون مجموعی

گروه سوم		گروه اول و دوم		
درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	
۶۰	۶	۵	۱	افرادی که به روش نقطه‌یابی به سؤال پاسخ دادند.
۲۰	۲	۹۵	۱۹	افرادی که به روش انتقال به سؤال پاسخ دادند.
۲۰	۲	۰	۰	سایر

یافته‌های جدول ۵ و ۷ نشان می‌دهند که «استفاده از نقشه مفهومی در ارزیابی بر یادگیری دانش‌آموزان تأثیر می‌گذارد.» دانش‌آموزان گروه اول نسبت به دو گروه دیگر، عملکرد بهتری داشتند؛ زیرا نقشه مفهومی باعث سازمان‌دهی ذهنی مناسب در ذهن دانش‌آموزان گروه اول شده بود و سپس توانستند به سؤالات آزمون کتبی پاسخ صحیح دهند. بنابراین، می‌توان گفت که نقشه‌های مفهومی به‌عنوان ابزار ارزیابی، موقعیتی را برای دانش‌آموزان گروه اول فراهم نمود تا هم‌زمان با ارزیابی یادگیری، یادگیری هم صورت گیرد. همچنین، از بین ۸ نفر دانش‌آموز در گروه‌های ۱ و ۲، تنها یک نفر نتوانست به سؤال مجموعی پاسخ صحیح دهد؛ زیرا نقشه مفهومی باعث ایجاد سازمان‌دهی ذهنی بهتری در ذهن دانش‌آموزان این دو گروه نسبت به دانش‌آموزان گروه سوم شده بود و از یادگیری حاصل از نقشه‌های مفهومی در حل مسئله آزمون مجموعی، استفاده کرده بودند. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که استفاده از نقشه مفهومی به‌عنوان ارزیابی دانش‌آموزان، در بهبود یادگیری آن‌ها نیز مؤثر است.

دانش‌آموزان گروه اول در آزمون کتبی موفق‌تر از دانش‌آموزان گروه سوم عمل کردند. در واقع، دانش‌آموزانی که پیش از انجام آزمون کتبی، نقشه‌های مفهومی را کامل کردند، نسبت به دانش‌آموزانی که اصلاً آزمون‌های نقشه مفهومی را انجام ندادند، به سؤالات آزمون کتبی بهتر پاسخ دادند. با توجه به یافته‌های پژوهش، عملکرد دانش‌آموزان گروه ۲ با عملکرد دانش‌آموزان گروه ۳ در پاسخگویی به سؤالات کتبی تفاوت چندانی نداشت. زیرا دانش‌آموزان گروه ۲ اگرچه نقشه مفهومی را نیز تکمیل کردند، اما اجازه بازگشت به سؤالات کتبی و تصحیح اشتباهات خود را نداشتند. لذا عملکرد دو گروه تفاوت معنی‌داری نداشت و دو گروه عملکرد یکسانی داشتند. بررسی‌ها نشان می‌دهد که نقشه مفهومی با نتایج بهتر از نتایج آزمون کتبی، بدفهمی‌های دانش‌آموزان را مشخص می‌کند اما نمی‌تواند به‌طور کامل جایگزین آزمون‌های کتبی شوند.

بحث و نتیجه‌گیری

هدف این مطالعه بررسی تأثیر کاربرد نقشه‌های مفهومی بر درک دانش‌آموزان پایه یازدهم رشته تجربی از توابع نمایی و لگاریتم و شناسایی و طبقه‌بندی بدفهمی‌های دانش‌آموزان در مبحث توابع نمایی و لگاریتم بود. با توجه به یافته‌های پژوهش، استفاده از نقشه‌های مفهومی به‌عنوان ابزار ارزیابی، باعث ارتقای یادگیری دانش‌آموزان می‌شود. استفاده از نقشه مفهومی در ارزیابی، از ایده تغییر رویکردها در ارزیابی و ارزیابی در جهت استفاده از ابزارهای مختلف در کنار آزمون‌های کتبی کمک می‌کند. بنابراین بهتر است ابتدا از دانش‌آموزان بخواهیم نقشه‌های مفهومی را کامل کنند و سپس به سؤالات آزمون کتبی پاسخ دهند که این کار سبب ایجاد سازمان‌دهی ذهنی مناسبی نسبت به مبحث موردنظر شود و در نهایت دانش‌آموزان به سؤالات آزمون کتبی پاسخ‌های صحیح‌تری بدهند. نتایج این مطالعه نشان

می‌دهد که نقشه مفهومی می‌تواند یک ابزار مناسب در جهت یاددهی مفهوم توابع نمایی و لگاریتم به دانش‌آموزان پایه یازدهم رشته علوم تجربی شود و یادگیری را برای دانش‌آموزان در این پایه، معنی‌دارتر کند. همچنین نقشه مفهومی امکان بهتری برای شناسایی بدفهمی‌های دانش‌آموزان در مفهوم توابع نمایی و لگاریتم را نسبت به آزمون‌های کتبی به ما می‌دهد که از این طریق معلمان می‌توانند فرایند یاددهی - یادگیری را اصلاح نموده و یادگیری معنی‌دار را تقویت نمایند. همچنین به کمک یافته‌های این مطالعه، بدفهمی‌های دانش‌آموزان در مفهوم توابع نمایی و لگاریتم در چهار دسته طبقه‌بندی شد.

ریحانی، بخشعلیزاده و استادی (Reyhani et al, 2012) نیز در پژوهش خود دریافتند نقشه‌های مفهومی و آزمون کتبی اگر در کنار یکدیگر برای ارزیابی دانش‌آموزان به کار برده شوند، می‌توانند شواهد همه‌جانبه‌ای را از دانش شاگردان به ما نشان دهند. همچنین نتایج پژوهش حاضر با یافته‌های پژوهش و نواک در درس علوم (Novak & Cañas, 2008)، بارولز (Baralos, 2009)، ویلیامز (Williams, 1998) و اسمیتا (Schmittau & Vagliardo, 2009) در درس ریاضی، از این نظر که استفاده از نقشه‌های مفهومی در ارزیابی درس ریاضی (به‌طور خاص مبحث توابع نمایی و لگاریتم)، در شناخت بدفهمی دانش‌آموزان در این درس (توابع نمایی و لگاریتم) کمک می‌کند، همسو است.

نقشه مفهومی در آموزش ریاضی در کشور ما تازه متولد شده است و نیازمند پژوهش‌های بیشتر در این زمینه هستیم. موضوع‌هایی مانند چگونگی استفاده از نقشه مفهومی در آموزش سایر مفاهیم ریاضیات و آمار در مقاطع متوسطه و حتی آموزش عالی می‌توانند در پژوهش‌های بعدی مورد توجه قرار گیرد. همچنین می‌توان پیشنهاد کرد که طراحان برنامه‌های درسی و مؤلفان کتب درسی ریاضی استفاده از نقشه‌های مفهومی را در برنامه‌ها و محتوای کتب درسی فوق در نظر داشته باشند. معلمان نیز می‌توانند در مراحل مختلف آموزش از شیوه‌های مختلف ارائه نقشه‌های مفهومی از قبل آماده شده به‌عنوان یک راهبرد آموزشی استفاده کنند. در این زمینه می‌توان دانش‌آموزان را نیز ترغیب کرد که با تهیه نقشه‌های مفهومی مطلب درسی از آن به‌عنوان یک راهبرد یادگیری استفاده کنند.

مشارکت نویسندگان

این مقاله حاصل تلاش نویسندگان به‌صورت مساوی است.

تشکر و قدردانی

این مقاله حاصل مطالعه و پژوهش شخص نویسندگان است. از اداره آموزش و پرورش فرگ شهرستان داراب (استان فارس) و مدیران و دبیران و به‌ویژه دانش‌آموزان کلاس یازدهم رشته علوم تجربی در سال تحصیلی ۱۳۹۹-۱۴۰۰ که در اجرای طرح مطالعه همکاری نموده‌اند قدردانی می‌شود.

تعارض منافع

«هیچ‌گونه تعارض منافع توسط نویسندگان بیان نشده است»

منابع

- Ausubel, D. P. (2000). The Nature of Meaning and Meaningful Learning. In *The Acquisition and retention of knowledge: A cognitive view* (pp. 67-100). Springer, Dordrecht.
- Azimpour, R., Isavi, M., & Azimpour, E. (2017). The effectiveness of the concept map teaching-learning strategy in science teaching on the creativity of sixth grade elementary students. *Innovation and Creativity in Humanities*, 6(4), 1-26.
- Baralos, G. (2009). Concept Mapping as Evaluation tool in Mathematics. *Collection Digital Eudoxus*.

- Dehghanzadeh, S., Moaddab, F. (2021). The Effect of Concept Mapping on Nursing Students' Critical Thinking Skills and Nursing Care Plan Design. *Research in Medical Education*, 13 (2), 26-35. <https://doi.org/10.52547/rme.13.2.26>
- Entwistle, N. J. (2013). *Styles of Learning and Teaching: An Integrated Outline of Educational Psychology for Students, Teachers and Lecturers*. David Fulton Publishers.
- Evans, T., & Jeong, I. (2023). Concept maps as assessment for learning in university mathematics. *Educational Studies in Mathematics* 113(3), 1-24. <https://doi.org/10.1007/s10649-023-10209-0>
- Fi, C. D. (2003). Preservice secondary school mathematics teachers' knowledge of trigonometry: Subject matter content knowledge, *pedagogical content knowledge and envisioned pedagogy*. The University of Iowa.
- Hadian, M., Eslampour, M., & Reyhani, E. (2014). On the Conceptualization of the Concept Map Limit the Case of Mathematics Students. *Technology of Education Journal (TEJ)*, 8(4), 259-268. <https://doi.org/10.22061/tej.2014.11>
- Hazel, E., & Prosser, M. (1994). First-year University Students' Understanding of Photosynthesis, Their Study Strategies & Learning Context. *The American Biology Teacher*, 56(5), 274-279. <https://doi.org/10.2307/4449820>
- Himangshu, S., & Cassata-Widera, A. (2010). *Beyond individual classrooms: How valid are concept maps for large scale assessment?* In J. Sánchez, A.J. Cañas, J.D. Novak (Eds.), *Concept Maps: Making Learning Meaningful Proc. of Fourth Int. Conference on Concept Mapping* (pp. 58-65). Viña del Mar, Chile.
- Kalhor, M., & Mehran, G. (2014). The effect of teaching with a concept map on the meaningful learning of English language in middle school students. *Research in educational systems*, 9(29), 193-217. [DOR: 20.1001.1.23831324.1394.9.29.8.2](https://doi.org/10.1001.1.23831324.1394.9.29.8.2)
- Karimi, M., Iranmanesh, Z., Salari Chinieh, P., Zamani, M., & Manzari, V. (2023). Modelling for Transferring Learning in In-service Training of Educators. *Educational and Scholastic studies*, 12(1), 385-363. [DOR: 20.1001.1.2423494.1402.12.1.15.4](https://doi.org/10.2423494.1402.12.1.15.4)
- Larkin, J. H., & Simon, H. A. (1987). Why a Diagram is (sometimes) Worth Ten Thousand Words. *Cognitive science*, 11(1), 65-100. <https://doi.org/10.1111/j.1551-6708.1987.tb00863.x>
- Makgakga, T. P., & Sepeng, P. (2013). Teaching and Learning the Mathematical Exponential and Logarithmic Functions: A Transformation Approach. *Mediterranean Journal of Social Sciences* 4(13), 77-85. <https://doi.org/10.5901/mjss.2013.v4n13p177>
- Marton, F., & Säljö, R. (1976). On qualitative differences in learning: I—Outcome and process. *British journal of educational psychology*, 46(1), 4-11. <https://doi.org/10.1111/j.2044-8279.1976.tb02980.x>
- Mayer, R. E., & Gallini, J. K. (1990). When is an illustration worth ten thousand words? *Journal of educational psychology*, 82(4), 715. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.82.4.715>
- McClure, J. R., Sonak, B., & Suen, H. K. (1999). Concept Map Assessment of Classroom Learning: Reliability, validity, and logistical practicality. *Journal of Research in Science Teaching: The Official Journal of the National Association for Research in Science Teaching*, 36(4), 475-492. [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1098-2736\(199904\)36:4<3C475::AID-TEA5%3E3.0.CO;2-O](https://doi.org/10.1002/(SICI)1098-2736(199904)36:4<3C475::AID-TEA5%3E3.0.CO;2-O)
- Mesrabadi, J. (2011). Introducing and validating concept map - based tests for the assessment of students' academic performance. *Journal of Educational Innovations*, 10(2), 7-24.
- Mesrabadi, Javad, & Stovar, Negar. (2009). The effectiveness of concept map on the academic progress of students in biology, psychology and physics courses. *New Educational Thoughts*, 5(1), 93-114. doi: 10.22051/jontoe.2009.171
- Novak, J. D. (2010). *Learning, Creating, and Using Knowledge: Concept Maps as Facilitative Tools in Schools and Corporations*. Routledge.
- Novak, J. D., & Cañas, A. J. (2008). *The Theory Underlying Concept Maps and How to Construct and Use Them. Technical Report IHMC Camp Tools 2006-01 Rev 01-2008*, Florida Institute for Human and Machine Cognition.

- Novak, J. D., & Musonda, D. (1991). A Twelve-year Longitudinal Study of Science Concept Learning. *American Educational Research Journal*, 28(1), 117-153. <https://doi.org/10.3102/00028312028001117>
- Reyhani, E., Bakhshalizadeh, S., & Ostadi, M. (2012). The impacts of using concept conceptual maps on mathematics students' understanding of trigonometric functions. *New Educational Approaches*, 7(2), 23-52.
- Samie Zafarghandi, M. (2014). The Effect of Conceptual Mapping on Learning the Science Course. *Educational and Scholastic studies*, 3(4), 81-98. DOI: [20.1001.1.2423494.1393.3.4.5.7](https://doi.org/10.1001.1.2423494.1393.3.4.5.7)
- Sanaei, N. (2023). Assessing the Awareness of new Teachers of Farhangian University about Misconceptions in Mathematics Education. *Educational and Scholastic studies*, 12(3), 229-256. <https://doi.org/10.48310/pma.2023.3321>
- Sánchez, J., Cañas, A. J., Novak, J. D., & Tavares, R. (2012). *Concept Maps: Making Learning Meaningful Proc. of Fourth Int. Conference on Concept Mapping Concept Map under Modified Bloom Taxonomy Analysis*.
- Schmittau, J., & Vagliardo, J. J. (2009). *Concept Mapping as a Means to Develop and Assess Conceptual Understanding in Primary Mathematics Teacher Education*. In *Concept Mapping in Mathematics* (pp. 47-57). Springer, Boston, MA. https://doi.org/10.1007/978-0-387-89194-1_3
- Stoddart, T., Abrams, R., Gasper, E., & Canaday, D. (2000). Concept Maps as Assessment in Science Inquiry Learning- A Report of Methodology. *International Journal of Science Education*, 22(12), 1221-1246. <https://doi.org/10.1080/095006900750036235>
- Twardy, C. (2004). Argument Maps Improve Critical Thinking. *Teaching Philosophy*, 27(2), 95-116. <https://doi.org/10.5840/teachphil200427213>
- Williams, C. G. (1998). Using Concept Maps to Assess Conceptual Knowledge of Function. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(4), 414-421. <https://doi.org/10.2307/749858>
- Yue, H. (2008). *Concept Maps as Assessment Tools in Mathematics: Comparison with Clinical Interviews*. The University of Texas at El Paso.